

BRIEF
THE
OF HISTORY

TIME
AND
SPACE

时空简史

从芝诺悖论到引力波

朱 伟勇

朱 海松

著

电子工业出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京 • BEIJING

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有，侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

时空简史：从芝诺悖论到引力波/朱伟勇，朱海松著. —北京：电子工业出版社，2018.8

ISBN 978-7-121-34729-0

I. ①时… II. ①朱… ②朱… III. ①时空观—通俗读物 IV. ①B016.9-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第155998号

策划编辑：张 冉 (zhangran@phei.com.cn)

责任编辑：张 冉 文字编辑：杜 皎

印 刷：

装 订：

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编：100036

开 本：720×1000 1/16 印张：19 字数：328千字

版 次：2018年8月第1版

印 次：2018年8月第1次印刷

定 价：78.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：(010) 88254888。

质量投诉请发邮件至zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式：(010) 88254210，influence@phei.com.cn，微信号：yingxianglibook。

THE

BRIEF HISTORY OF

TIME AND SPACE

序言

冲突与统一、对称与破缺

宇宙的庞大而广阔无垠，给人一种威慑的感觉，它一直深深地埋藏在人类的心灵中。太阳西沉，星空闪烁，由此产生了一种缥缈与不确定之感。探究宇宙世界的内在结构，往往使我们十分吃惊。它让我们知道事物要比我们想象的更为深奥、合理，并让我们了解到我们错的时候要比对的时候多。它使我们变得谦卑，鼓励我们珍视忍耐、坚持不懈和自我完善的美德。人类在探求真理的过程中，充满了大胆的猜想和创造。科学思想史，也是人类想象的历史。科学思想史上无数创造性成果都是由于科学家们对于真理的坚忍不拔、热情追求而获得的。

世界科学文明的发展史是冲突与统一的历史。哲学上，古希腊的毕达哥拉斯用“数”统一世界，认为万物皆数。柏拉图用“理念”统一了虚拟与现实，亚里士多德把自古以来的人类“经验”进行了知识化的集大成。数学上，欧几里得用“演绎”把人类的几何思想进行了伟大的综合，《几何原本》至今仍是经典中的经典。物理上，阿基米德自豪地说用一个支点可以撬动地球，托勒密把地球当作宇宙中心，建立了完美的宇宙图景。一千多年之后，哥白尼说，宇宙的中心不是地球，是太阳！开普勒用三大定律为宇宙立法。伽利略用“实验”统一过程与运动。笛卡尔把“数与形”结合，让几何和代数统一起来，创立解析几何。牛顿、莱布尼茨的微积分统一了运动与变化。柯西的极限理论统一了数学中的变量与常量、有限与无限。牛顿用万有引力统一了天

上与地下的所有事物，从此开启了探寻一种能够把推动自然运转的基本力的理论解释统一起来的思想。法拉第用“场”发现了电与磁的关系，麦克斯韦用优美的数学方程深刻地统一了光和电磁波。爱因斯坦用“波粒二象性”统一了光的粒子说和波动说。波尔兹曼用“熵”统一了宏观与微观世界的状态。爱因斯坦的狭义相对论用“光”统一了时间和空间，进一步，广义相对论的“等效原理”统一引力质量和惯性质量，从而把牛顿理论和狭义相对论统一起来，把人类的时空观向宇宙深处拓展。康托尔用集合论统一了无穷大和无穷小，量子力学的“标准模型”统一了所有基本粒子，弦论则向着把广义相对论和量子力学统一起来的征途上迈进。



图1 科学思想史，也是人类想象的历史。科学思想史上无数创造性成果都是由于科学家们对于真理的坚忍不拔、热情追求而获得的。

分久必合，合久必分，在统一的进程中，这些优美的理论和公式背后，却伴随着宏大的观念冲突，从“地球是平的”到“地球是圆的”，从古希腊“万物皆流”与“万物静止”观念的冲突，到地心说与日心说的冲突，直接改变了人类的思维范式。数学史上，在解析几何和光学的问题上，笛卡尔和费马争论不休；在微积分的首创权上，牛顿和莱布尼茨之间的冲突影响了英国数学发展的一百年；在数学的逻辑基础问题上，庞加莱和罗素之间深刻的冲突引发了第三次数学危机；“集合论之父”康托尔的集合论终结了自古希腊亚里士多德以来统治人们2000多年的“整体大于部分之和”的观念，但康托尔本人却受到另一位大数学家、直觉主义代表人物之一克罗内克的攻击，进了精神病院；波尔兹曼在与以马赫为代表的实证主义者就原子与分子是否存在的争论中，亲手结束了自己的生命。整体论与还原论的冲突，确定性与不确定性的冲突，简化理论与复杂理论的冲突，直到今天，物质与反物质，明物质与暗物质，不断的冲突与不断的统一，反复演绎着惊心动魄的科学进步史。

在追求大一统的道路上，人们认定宇宙存在着深刻的对称性。科学家们早就坚信大自然有一种潜在的对称性设计。规律的对称性意味着当我们从不同的视角观察自然现象时，我们会发现这些现象完全由同样的自然规律所掌控。对称代表了转换后维持不变的公式、规律和数学对象的永恒的本质。对称性是物理学之美的一个重要体现。麦克斯韦方程组的美学价值之一就体现在对称性上，麦克斯韦本人则评论说：“我总是把数学看成是获得事物的最佳形态和维度的方法，这不仅是指最实用的和最经济的，更主要是指最和谐的和最美的。”近代物理，有三个相当重要的对称：一个是左右对称，就是通常说的宇称守恒与不守恒；一个是正反粒子对称，正粒子变成反粒子；一个是时间反演过去、将来的对称。这三个对称与自然界和整个宇宙的演变有极为密切的关系，与我们的存在有极为密切的关系。对称性是审美的，是简单的，是整体的，是相对的。

对称是美的化身，是同时空的几何形状结合在一起的。我们所熟悉的各种对称——宇称、旋转、洛伦兹不变性及广义协变性——是精确和绝对的，是凝固在完美之中的对称。荷兰物理学家洛伦兹为了调和牛顿力学与光速不变的实验的矛盾，对一种非凡的对称性描述方程的变换，以洛伦兹协变而著称。爱因斯坦的数学老师、德国数学家闵可夫斯基使用对称性将狭义相对论建立在坚实的数学基础之上。闵可夫斯基证明，就像球体可以在三维空间中旋转一样，空间和时间也可以像一个四维实体那样

“旋转”，这种旋转是对称的。这就使得爱因斯坦的狭义相对论方程在这些时空旋转时也是对称的，物理学就叫“协变式的”。经典力学和量子力学研究的很多系统都体现了整体对称性。爱因斯坦相对论的理性基础是对对称性的深刻理解。狭义相对论将物理学规律的对称性的范围扩展到所有匀速运动的观测者。爱因斯坦的狭义相对论告诉我们质量与能量是对称的，时间与空间是对称的，物质与运动是对称的！四维时空连续统显示出精确的对称性原理，时空对称性规定着其他的对称性：电荷和电流、电场和磁场、能量和动量等的对称性。还有一个相当重要的对称，就是标度对称。标度对称与现在所有的地图上的气候、水体的分类都有密切关系。标度对称是指，你知道它一部分的样子，你就可以推导出全部的样子，这种对称叫标度对称或伸缩对称，也叫作分形。

20世纪，物理学家了解到他们在19世纪所谈论的动量和能量守恒定律，事实上是建立于空间和时间对称的基础之上；也就是说，在一个物理系统中，动量和能量在物理作用前后保持不变，是建立在“物理作用不会因为作用的时间和地点改变而不同”的基础之上。随着狭义相对论和广义相对论的出现，对称性定律获得了新的重要性。任何一个对称，都相对有一个守恒定律；同样，任何一个守恒定律，也相对有一个对称。

有着“Lord of Symmetry”（对称的上帝）之美誉的诺贝尔物理学奖获得者杨振宁曾评论，麦克斯韦方程在写出来的时候，它里面两个最重要的现象是它的两个对称性。这两个对称性麦克斯韦当时并没有意识到。其中一个对称性是他的狭义相对论的对称性，这是1905年爱因斯坦所指出来的。另外一个对称性，是他的规范对称性，这是在20世纪，从1918年到1970年以后，经过漫长的五六十年，才被了解到的。这两个对称性对麦克斯韦方程式在宇宙结构的意义有着深远的影响，这两个对称性是20世纪末物理学最重要的思想之一。这不是麦克斯韦写下方程式时所能预料到的。

20世纪50年代，杨振宁和罗伯特·米尔斯写了一篇划时代的论文，他们发明了一种新的、具有炫目的数学美的精确对称。这种对称并非像之前那样受到实验观察的启发，它是以美学为基础的一种学术创造。这个精确对称在经过深刻的拷问之后，最后发展成局域对称或规范对称，并成为标准模型的基础，而标准模型则是探索宇宙基本物质构成单位的强大工具。后来的物理科学中“规范不变性”的概念，不容易用通俗的语言描述，它是一种复杂的对称。

一直以来，从麦克斯韦到粒子物理学的标准模型，以及弦论中的超对称理论，许多伟大的物理学家认为，越是基础的理论，越需要具备更多的对称性。群论表明，一切对称都可以在一个单一的主要基本对称中找到其自然的起源。人们发现，较为复杂的对称都可以通过非常简单的组合得到。所有的力都来自局部对称性的共同要求，人们从这里便能够瞥见一个令人得到深刻满足的秩序。杨振宁曾说：“大自然似乎利用了对称法则的简单数学表达方式。当你歇下来想一想有关数学推理的精致而美妙的完整性，并将此与复杂而影响深远的物理后果相对照时，一种对对称法则之威力的深深敬意一定会油然而生。”然而，从经典物理到量子力学与粒子物理，更深层次的物理事实却是对称性的“破缺”。

设想你站在镜子前面，你的右边在镜像里成了左边。这是镜像对称，镜像对称的学名叫宇称守恒。宇称守恒定律说的是，物理规律在最深的层次上是不分左右的。也就是说，依照这个定律，一物体及其左右相反的镜像，所发生的运算是相同的。宇称守恒定律和能量守恒定律、物质守恒定律一样，在预言自然界行为时似乎向来正确。事实上，真正物理作用中的宇称守恒定律，并不仅止于“镜像对称”而已。在真正的物理作用当中，应该是左右、上下、前后整个空间的置换对称，而在量子力学中讨论的，是空间坐标变量的宇称数守恒的问题。

还是在20世纪50年代，科学家已经在对宇宙射线的探测中，看到许多新的粒子。这些粒子由于没有理论预测过它们的存在，因此被称为“奇异粒子”。美籍华裔物理学家李政道和杨振宁发现了当时没有见过的“奇异粒子”，原有的物理理论不能解释这些粒子的一些令人迷惑的现象。当时，他们就大胆地设想，如果不接受宇称守恒这个假设，那么很多令人迷惑的现象就会得到解释。整个问题的关键，事实上也是被人忽略的一个想法，就是要把弱作用中的宇称守恒和强作用中的宇称守恒分开来看待。

在研究时，他们猜想在弱相互作用里，宇称可能是不守恒的，这就是所谓的“宇称的失效”。他们的猜想得到了另一位伟大实验物理学家吴健雄的实验验证。在吴健雄的实验结果尘埃落定以前，整个科学界的气氛是倾向于不相信杨、李的猜想的，也就是说，不相信在弱作用中宇称真的是不守恒的。杨振宁认为，由于时间和空间的对称性，在原子、分子和原子核物理中极为有用，这种有用的价值，使人们自然地假定这些对称是金科玉律，当然是不可置疑的。

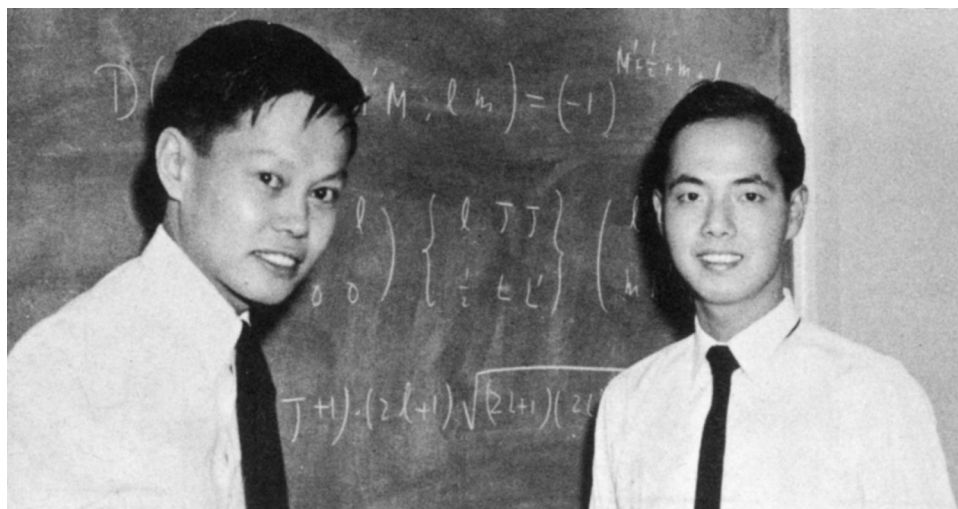


图2 杨振宁和李政道猜想，在弱相互作用里，宇称可能是不守恒的，这就是“宇称的失效”。他们的猜想得到了另一位伟大实验物理学家吴健雄的实验验证。由于这一工作，杨振宁和李政道共同获得了1957年诺贝尔物理学奖。（左为杨振宁，右为李政道）

吴健雄的实验结果震撼了世界物理学界，宇称是不守恒的！宇称不守恒成了以后物理学中弱作用理论的基石。由于这一工作，杨振宁和李政道共同获得了1957年诺贝尔物理学奖。对于宇称不守恒，量子物理学家泡利曾经说：“我不能相信上帝是弱的左撇子。”许多科学家们开始怀疑其他守恒定律是不是也有问题。如果宇称不始终如一，那么也许其他的守恒定律也会存在同样问题。也许对称性根本不应该看成是一个普遍适用的原理。其实在开普勒时代，当开普勒第一定律告诉人们行星运行的轨道是椭圆时，几千年来人们认为最完美、最对称的圆，这一完美的对称就开始破缺了。对称性这一重要的思维前提正在被不断打破，对称破缺不断地打破着对称的优雅。

量子力学早期的哥本哈根学派海森堡的“测不准原理”把精确的对称美学打碎了。海森堡的对称是测不准的，是独立于时空之外、没有因果关系的。对称这一根深蒂固的美学原则正在被重新定义。我们宇宙中似乎存在的有效法则充满了偶然性，因为它们同时也是某个打破对称性结论的产物。由此看来，只有对称破缺才真正体现了大自然和宇宙的创造性。

空间和时间的性质为我们提供了一个背景，人类关于时空的认识演化就是在这个背景中发生的。贯穿整个自然科学的历史，空间和时间起着一种框架的作用，物理系

统的动力学甚至整个宇宙都是在这个框架上进行观测、描述、分析和解释的。直到20世纪初，人们还认为这种框架的存在与在它上面发生的戏剧性事件无关，它的性质也不因物质的存在和物理对象的存在而受到影响，发生改变。实际情况是，随着人类知识的增加，对时间和空间性质的认识不断深入，使得我们理解时空的观念和视角远远背离我们日常经验的直觉。

本书从时空范式的视角提出一个新的观点，即时空观对我们认识自然的影响；而且还提出了影响人类思维范式的宇宙时空观，谈到了不同时期的时空观无论在科学史，还是在人类认识自然规律的发展上所产生的巨大影响，以及对现实的启示意义。

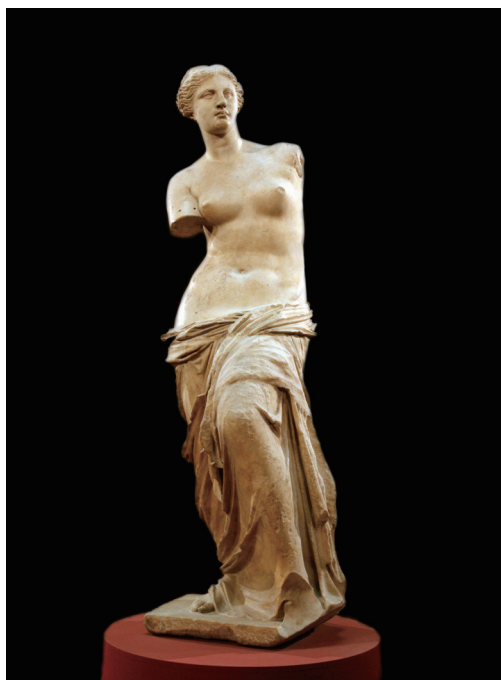


图3 维纳斯的美是对称破缺的。

朱海松

2018年6月

THE

BRIEF HISTORY OF

TIME AND SPACE

引言

科学革命中的“时空范式”

宇宙就是时空。上下四方曰宇，空间；往古今来为宙，时间。自古以来，对时间和空间的认知构筑了人类的知识框架和思维方式。科学与文明的进步是通过人类对时间和空间认识的深入而推动的。不同的时空观会导致不同的文明与进步，并影响到人类社会生活的方方面面。时间和空间的问题是科学的基本问题。时空的基本认识是知识体系建立的核心基础和根本前提。不同的时空观就会有不同的认识基础，时空观的改变往往产生认识上的革命。本书中，我们把“时空观”用科学哲学史上的一个重要名词“范式”来阐释，不同时期的时空观就是当时的思维范式。时空观的改变也意味着范式的转移，也就是科学革命。

托马斯·库恩的“范式”

《科学革命的结构》是20世纪科学哲学的经典名著，该书作者美国科学哲学家托马斯·库恩认为，科学发展的历史是一部同科学共同体密切联系的历史，科学作为一个在时间和空间上扩展的复杂过程，其发展规律的内在性是同这个过程的主体不可分割地结合在一起的。在库恩看来，科学作为科学共同体活动的结果，它表现为科学“范式”的不断完善和更迭。库恩所指的“范式”是一种看待时间和空间的思维方式。库恩认为，“范式就是一个公认的模式或模式”，“科学共同体取得一个范式就是有了一

个选择问题的标准，当范式被视为理所当然时，这些选择的问题可被认为是“有解的问题”。他认为“范式是一个成熟的科学共同体在某段时间内所接纳的研究方法、问题领域和解题标准的源头活水。因此，接受新范式，常常需要重新定义相应的科学”。

库恩进一步指出，“范式”是形而上学的、高于规则之上的观念约定：“历史研究还有规则展示出，有一类更高层次的，准形而上学的承诺，虽然这些承诺还不是科学的不变特征，但却较少受时空的局限。”“这套承诺既是形而上学的，又是方法论的。”“我认为，规则发扬光大于范式，但即使没有规则，范式仍能指导研究。”“范式的存在并不意味着有任何整套规则存在。”

库恩在论述“范式”时所提到的科学共同体，是指具有共同思考前提和思维“范式”的科学共同体。科学革命就是新“范式”对原有“范式”造成强烈的冲击，使旧范式向新范式进行了转移，导致科学革命。

“反常”带来的“危机”是思维“范式”变革的前奏

所有的“反常”现象都是人们在旧的时空范式下审视现象的结果。当开普勒把行星运行的轨道从完美的圆周“压扁”后成为椭圆时，原来行星运行的所有反常的本轮现象得到完美解决，而那根深蒂固的圆周思维范式被彻底打破，新的椭圆运行轨道范式成为主导的基本认识。库恩认为：“一种反常虽然没有明显的基本重要性，但它所禁止的应用却具有特殊的实践重要性。”库恩说，“有时，一个反常能使人们对范式中清晰而基本的概括明显地产生疑问”，“所有危机都始于范式变得模糊，随之而使常规研究的规则松弛”。

科学史上对光的认识，经历了光的粒子说和光的波动说。光到底是粒子还是波，最终量子力学告诉我们，二者都是！光具有波粒二象性。这个历时几百年的争论，充分体现了不同的范式之间的竞争与融合。光的粒子说是一个科学基本范式，波动说也是一个范式。粒子说盛行时，光的波动反常现象就出现；当波动说占上风时，粒子说的反常现象就出现。从牛顿的粒子说开始，直到爱因斯坦光的波粒二象性一统江湖，人类对光的认识不断深化。对光的认识就是对时空的认识，对宇宙的认识。正像库恩所说的那样，“当一种反常现象达到看来是常规科学的另一个难题的地步时，就开始转化为危机和非常科学。于是，这种反常现象本身就这样被同行们更为普遍地认识了。该领域中越来越多的杰出人物对它越来越注意”。

库恩认为：“从一个处于危机的范式，转变到一个常规科学的新传统能从其中产生出来的新范式，远不是一个积累的过程，即远不是一个可以经由对旧范式的个性或扩展所能达到的过程。不如说它是这个领域按新原理的一种重建，是一种变革这个领域的某些最基本的理论推广，以及它的许多规范方法和应用的重建。在过渡时期，会有一大批问题，既能由旧范式解决，也能由新范式解决，在这些问题之间绝不会完全重叠。但是，解决的方式也会有决定性的差别。当转变完成时，专业的视野、方法和目标都将变革。”

托马斯·库恩在《科学革命的结构》一书中，为我们描绘和分析了科学革命发生的前后过程。库恩认为，科学的发生和发展一般要经历几个阶段：前科学时期、常规科学时期、反常和危机时期、科学革命时期，以及动态的周而复始过程。

任何一次科学革命都不是只带来个别或少数要领的变化，而是常常带来一系列新概念、新术语的飞跃式的增生，甚至常常出现一个内容广泛的“概念场”或“理论概念群”。在复杂网络和混沌分形的“破碎时空”理论中，复杂网络、中心节点、幂律分布、小世界、弱关系、无标度、人类动力学、自相似、对称破缺、破碎化等新概念、新理念大量出现，这些都为“范式”革命进行了量化的积累，是“革命”将要发生的“种子”，将随时引发质变！“没有理论的事实是模糊的，没有事实的理论是空洞的”，大量的“反常”已经给我们提供了无数的事实，需要适当的创新理论建立新的“范式”！

托马斯·库恩在他的《科学革命的结构》一书中深刻地阐明了科学的演进不仅是“渐进性”的、“选择性”的，而且是“革命性”的，即通过基本的解释原则或范式的革命来实现。本书根据库恩的观点，把时空范式提到一个哲学高度，时空观支配着我们的世界观。时空范式的革命不仅意味着世界观的拓展，而且意味着世界观的结构本身发生了改变。一些时空范式统治着一个时代的科学认识，当一个旧的时空范式让位给新的时空范式时就发生了科学革命的大变动，也就是说，对于时空的认识信念发生的改变，往往就是世界观的革命。

科学革命是新世界观的革命：范式不是认识，而是信念

库恩认为，由于范式不是认识，而是信念，因而从旧时空范式到新时空范式的转换，不是科学共同体的认识的深化，而是信念的转变。当“日心说”替代“地心说”



图4 当“日心说”替代“地心说”时，就是以太阳为中心的信念代替了以地球为中心的信念，这是范式的转移。结果就是，以地心说为核心的知识体系被以日心说为核心的知识体系所取代，最终确立了牛顿的经典时空观。时空范式一定是美的！

时，就是以太阳为中心的信念代替了以地球为中心的信念，这是范式的转移。结果就是，以地心说为核心的知识体系被以日心说为核心的知识体系所取代，最终确立了牛顿的经典时空观。当爱因斯坦的相对论时空观摧毁了牛顿经典时空观的基石时，一个全新的宇宙图景出现在人们面前。而量子力学的时空观更把我们的视野从超大尺度拉回到超小尺度，又从超小尺度伸展到超大尺度，经过几个回合的时空认识，产生了重大的科学革命，并对我们的时空观造成重大的冲击。直到今天，量子力学所带来的时空基本认识，仍然困惑着科学家。

库恩指出，在科学的演进中，新知识所取代的是无知：“范式的转化，就是科学革命。一种范式经过革命向另一种范式逐步过渡，正是成熟科学的通常发展模式。”“科学革命在这里是指科学发展中的非累积性事件，其中旧范式全部或部分地为一个与其完全不能并立的崭新范式所取代。”“范式为除了反常之外的所有现象提供一个在科学家视野内的确定的理论位置。”

除确立新的世界观之外，科学范式兴起的最重要的标志是建立起一套自己的基本概念、理论和模型等，以构成科学范式的核心。这些并不是传统思维下的新生事物，也无法用传统的知识来解读这些新事物，这些新事物包含着革命的种子。库恩强调：“科学革命也起源于科学共同体中某一小部分人逐渐感觉到，他们无法利用现有范式有效地探究自然界的某一方面，而以前范式在这方面的研究中是起引导作用的。”

库恩说：“大部分新范式的早期形态都是粗糙的。等到其美学上的吸引力得以全部展现时，科学共同体的大部分人早已为其他方式所说服。然而，美学上的考虑的重要性有时却是决定性的。”时空范式一定是美的！

01 静止的时空： 从芝诺悖论说起 / 001

万物皆数：第一位宇宙人 / 002

芝诺的时空：“万物静止” / 004

无穷的烦恼：“潜无穷”与“实无穷” / 008

第一次数学危机：拒绝无理数 / 010

定义连续性：“刀切”拥挤的数轴 / 012

整体与部分相等：疯了，无穷大可计算 / 016

反驳芝诺：芝诺的意义 / 021

数学的柏拉图主义：认识即回忆 / 024

康熙皇帝与勾股定理 / 026

02 运动的时空： 微积分思想 / 029

无穷小的复活 / 030

导数：探寻永恒的刹那 / 032

牛顿的物理直觉：消失的“瞬” / 034
莱布尼茨的几何直觉：消失的“三角形” / 039
牛顿-莱布尼茨公式：小心求证与大胆假设 / 042
第二次数学危机：捕捉“无穷小的幽灵” / 044
消灭无穷小：极限理论 / 045
数学符号：宇宙的语言 / 049

03 绝对时空： 朴素沉静的绝对时空 / 053

新范式的胜利：把圆压扁 / 054
伽利略：过程比原因重要 / 058
笛卡尔：天花板上的苍蝇 / 063
牛顿：定义质量 / 066
绝对时空：分割的时间与空间 / 069
万有引力：神秘的超距作用 / 072
经典的因果论和决定论范式 / 074
数学与物理的伟大融合 / 077

04 相对的时空： 时空一体，同时相对 / 087

麦克斯韦方程与牛顿力学的冲突 / 088
迈克尔逊-莫雷实验：“以太”存在吗？不存在！ / 091
光速是绝对的：空间的运动影响时间的流逝 / 093
狭义相对论：同时相对，众生平等 / 095
时空一体：时间膨胀，空间收缩 / 097
 $E=MC^2$ ，质量可以转换为能量 / 100
信仰与范式 / 103

05 弯曲的时空： 引力即几何 / 107

- 发现引力波 / 108
- 从平直空间到弯曲空间：非欧几何 / 113
- 狭义相对论的困惑：惯性系为什么如此特殊 / 119
- 突破：引力质量与惯性质量 / 121
- 等效原理：引力和加速度是等效的 / 124
- 时空弯曲：引力即几何 / 125
- 引力使光线弯曲 / 128
- 广义相对论三大经典预言的验证 / 129
- 人类第一次用肉眼验证广义相对论 / 132
- 相对论的意义：物质与时空，有限与无界 / 133
- 爱因斯坦的哲学和美学思想 / 138

06 膨胀的时空： 时空的方向性 / 145

- 两种宇宙范式 / 146
- 宇宙常数：“一生中最大的错误” / 148
- 宇宙创生时刻 Big Bang ! / 151
- 什么是时间 / 154
- 时间的方向性：时间箭头 / 156
- 统计熵：宏观与微观的统一 / 159
- 时间的静止：黑洞的引力时间膨胀 / 161
- 时空穿越：时间的演化 / 164



07 混沌的时空： 无序的世界 / 169

混沌现象：不确定性 / 170

“蝴蝶效应”的来历 / 172

“面包师”变换 / 176

通往混沌的路径：周期倍分岔 / 177

三生乱象：周期三导致混沌 / 179

混沌是自然系统的内在特征：费根鲍姆常数 / 181

通往混沌的四条道路及其轨道 / 183

预测在原则上是不可能的 / 185

08 破碎的时空： 分形的世界 / 187

分形几何：英国的海岸线有多长 / 188

分形的数学渊源：病态函数 / 190

上帝的指纹：对经典的挑战 / 194

分形维数：“量化了物体细节的瀑流” / 197

理解分形：对称破缺之美 / 200

科学与艺术的结晶：混沌分形图 / 204

混沌分形的世界观：“复杂思维”范式 / 206

09 纠缠的时空： 量子世界 / 213

量子通信：幽灵般的超时空穿越 / 214

连续性的丧失：普朗克时空 / 216

- 因果性的丧失：上帝掷骰子吗 / 221
- 确定性的丧失：测不准原理 / 226
- 实在性的丧失：当你不看月亮时，月亮存在吗 / 228
- 局部性的丧失：量子纠缠 / 229
- 信仰之争：决定论与概率论 / 234

10 振动的时空： 多维的世界 / 241

- 时空中的场 / 242
- “杨-米尔斯”规范场 / 245
- 宇宙的四种基本力 / 247
- 标准模型与“上帝粒子” / 249
- 一切都在振动：多维的时空 / 253
- 宇宙的琴弦：平行宇宙 / 258
- 在路上：无边界的宇宙 / 260

结语 / 269

写在后面的话 / 280



静止的时空： 从芝诺悖论说起

古希腊被认为是西方传统思想和传统文化的发源地。开端是古希腊哲学，这个时期的探究对象不是人，而是自然。这个时期的希腊思想非常独特，我们称之为自然哲学。古希腊哲学家赫拉克利特曾说“宁愿数天上的星星也不愿当国王”，显示了当时希腊人对自然的好奇与研究胜过其他一切事物。古希腊的精神从一开始就知道数学实践和哲学原理，数学真理是建立在逻辑证明之上的，是极其简洁明了的。希腊人明确地指出数学是处理抽象事物的。希腊人相信：宇宙是以数学方式设计的，借助于数学知识，人类可以充分地认识它；数统治了宇宙。美国数学史家克莱因说，古希腊人是我们称之为数学这门学科的真正发明者。这是因为，他们是最先把数和它们之间的关系当作抽象物而不是作为现实事物集合的属性来处理的人。这种思考方式开启了人类的理性时代。



万物皆数：第一位宇宙人

前苏格拉底时代的古希腊哲学家毕达哥拉斯认为整个宇宙是数及其关系的和谐的体系，数是万物的本质。其关键思想是，实在是可以用数学的语言来考虑的。毕达哥拉斯学派认为“万物皆数”。数学是他们解释自然的第一要素。数学是宇宙的实体和形式，数学是理解宇宙奥秘的钥匙。在毕达哥拉斯看来，数为宇宙提供了一个概念模型。数量和形状决定一切自然物体的形式。数不但有量的多少，而且也具有几何形状。在这个意义上，他们把数理解为自然物体的形式和形象，是一切事物的总根源。因为有了数，才有几何学上的点，有了点才有线、面和立体，有了立体才有了火、气、水、土这四种元素，从而构成万物。所以，数在物之先，自然界的一切现象和规律都由数决定，都必须服从“数的和谐”，即服从数的关系。毕达哥拉斯学派因为有了“万物皆数”的哲学思考，所以认为数学是宇宙的本质。他们将天文学和音乐归结为数，这两门学科就同算术和几何发生了联系，这四门学科都被认为是数学学科。这种认识一直持续到中世纪，号称“四大学科”。毕达哥拉斯学派提出了后来被证明非常重要的两条论断：第一，自然是根据数学原理建立的；第二，数的关系居于自然秩序背后，统一、揭示自然秩序。毕达哥拉斯学派启发了后来的柏拉图理念说。

毕达哥拉斯最伟大的发现是关于直角三角形的命题，即直角三角形的斜边的平方等于其他两边的平方的和。这一发现的意义在于：几何逐步发展成为一门独立的学科，几何学的方法对哲学和科学的发展产生了深远影响；从柏拉图到康

德，大部分哲学家都从中获益匪浅。可以说，毕达哥拉斯定理是人类认识自然的第一个重大的完美的定理。而且，在17世纪和18世纪，毕达哥拉斯定理促进了三角函数和球面函数的产生，并在微积分、相对论当中有着重大的应用。这个定理同时也反映了古代人们的思想。 $a^2 + b^2 = c^2$ 不仅具有几何美，更反映了人类对时间和空间的美的认识。它是一种平面思维的时空观。笔者认为， $a^2 + b^2 = c^2$ 是我们人类文明产生的第一个伟大的宇宙定理。

毕达哥拉斯定理在科学的几乎所有分支都有其身影，无论是纯理论科学还是应用科学。在天文学领域，毕达哥拉斯教义大胆地宣称大地是球形的，革新了宇宙学。毕达哥拉斯认为球形是立体物体中最美的。他教导说宇宙自身就是这种完美的形状，并且认为天空和大地应该有共同的形状。在中国，毕达哥拉斯定理叫勾股定理。勾股定理出现于中国著名的《九章算术》一书中。《九章算术》对中国数学的影响可以与欧几里得的《几何原本》在西方的影响相比。《九章算术》著作年代不详，公元3世纪中期，魏晋时期的数学家刘徽评注《九章算术》时认为该书应在秦始皇焚书坑儒之前就存在了。更可贵的是，刘徽在评注中给出了古希腊方法之外第一份对毕达哥拉斯定理的有记载的证明。毕达哥拉斯定理以其简单、优美的形式，丰富、深刻的内容，充分反映了自然界的和谐关系，该定理第一次把我们存在的空间特征转换成数。毕达哥拉斯定理是不对称的，因为它只适用于一个非常特殊的情况——直角三角形，但这个定理却是整个数学中使用最频繁的定理。大约在1600年，随着现代代数学的出现，这个定理才拥有了现在我们熟悉的形式。毕达哥拉斯定理代表的这一图案已成为人类的宇宙身份证。毕达哥拉斯定理在爱因斯坦相对论中扮演重要的角色，首先在狭义相对论中以四维形式出现，后来在广义相对论中以更一般的形式出现。

“哲学”和“数学”这两个词本身就是毕达哥拉斯创造的。“哲学”的意思是“爱智慧”，“数学”的意思是“可以学到的知识”。美国物理学家、诺贝尔奖得主利昂·莱德曼把毕达哥拉斯描绘成“第一位宇宙人。正是这个人创造了‘Kosmos’一词来代表我们宇宙中的一切，从人类到地球，再到头顶上旋转的星星。Kosmos（宇宙）一词，代表着秩序和谐，一个有序的整体。我们人类的每个人也是一个Kosmos”。^[1]



图1.1 Kosmos（宇宙）一词，代表着秩序和谐，一个有序的整体。我们人类的每个人也是一个Kosmos。图为美国哈勃望远镜拍摄的宇宙深空图景，这个状似圆盘的巨大螺旋星系在距离地球3500万光年远的地方，位于处女座星系团的边缘。

芝诺的时空：“万物静止”

毕达哥拉斯认为“万物皆数”，另一位古希腊哲学家赫拉克利特则主张“万物皆流”。他的名言说“一个人不能两次同时踏进同一条河流”，认为万事万物是不断运动变化的，世界是“既存在又不存在”的。古希腊哲学家巴门尼德和赫拉克利特的观点相反。巴门尼德认为“万物静止”，没有事物是变化的。巴门尼德认为世界上只有唯一的“存在”，这就是“一切皆一”的巴门尼德原理。既然世界只有唯一的存在，就不会有运动，世界是一个整体，“存在”是绝对静止的，运动是荒谬的。他的学生芝诺也是古希腊著名的数学家和哲学家，为了捍卫老师巴门尼德绝对静止的观点，提出四个悖论证明运动是不可能的。

芝诺认为，世上的各种变化并不真实，那只不过是我们的错觉而已。世界是一个不变和静止的整体。他完全否定变化和运动。芝诺也极力反对毕达哥拉斯“万物皆数”的主张，他实际上要攻击的是毕达哥拉斯“单位数”的概念。因为毕达哥拉斯认为“万物皆数”，就意味着所有事物都是可以用数表达的，这与古希腊哲学家德谟克利特的“原子论”思想一脉相承。德谟克利特认为，万物由原子

构成，原子是不可再分的物质微粒。为了反驳“万物皆流”和“万物皆数”或者“原子论”这几个观点，芝诺提出了“无限”的概念。芝诺采用的是“反证法”，就是我们熟知的悖论。悖论是从对立于自己主张的观点出发，证明它的谬误，最终证明自己的主张是正确的。悖论是证明自己观点的一种逻辑思维方式，必须前后吻合，不得自相矛盾。

为了证明自己的主张，芝诺首先证明对立主张的谬误，只要证明对立的主张是错误的，那么就自然而然地证明了自己的主张是正确的。赫拉克利特主张“万物皆流”，世上万物都在时间和空间中不断运动变化。这里有两层意思：第一层意思，说事物存在，就是说明它们都拥有一定的大小，占据一定的空间。按照德谟克利特的主张，任何一个事物想要存在，就必须拥有它自身的大小，并且都是由最小的原子构成的。同时，毕达哥拉斯提出“万物皆数”，所有事物都可以用数字证明它们的存在，就是说原子的存在是可数的。事物在空间存在，就有时间，有时间就可以数数。所以，万物皆数。第二层意思，说世上存在的事物都在变化，这就意味着它们的大小也可以发生变化，即空间可以随着时间发生变化。那么，让我们想象着来分割它们。如果把事物和它们所在的空间分成一半，一半再分成一半，就这样无止境地分割下去，只要时间足够长，空间无限可分，最后只能得出“事物没有大小”的结论，即只有无限时间，没有空间存在。由此可见，赫拉克利特“万物皆流”的主张里包含着不可能共同存在的两层意思，这是自相矛盾的，所以“万物静止”，没有运动。

从一般的常识上讲，否定世界的变化和运动，都是极其荒谬的主张，但芝诺说：“运动是不可能的。因为所有运动的物体在到达目标之前，首先要到达其一半的地点，而在到达其一半地点之前，还要到达其一半的一半。如果依此类推，运动就连起点也不会存在。”这就是著名的二分法悖论。亚里士多德在他的《物理学》里记载了芝诺的四个悖论，其中“二分悖论”“阿喀琉斯永远追不上乌龟”和“飞矢不动”是人们经常谈论的。

芝诺在其第一论“二分悖论”中所说的实际上是这样论证：一个赛跑者在到达终点以前，必须先到达跑程的中点，要跑完这段路程需要一段有限的时间，而他要跑至剩下的距离的中点，又需要一段有限的时间。上面说的这种情况可以永远重复下去。于是，在他的跑程中就有无限个阶段，而每一阶段都需要一

个有限的时间，但无限个有限时间的和是无限的。所以，赛跑者永远不能到达他的目的地，因为他连动都没有！

第二论“阿喀琉斯永远追不上乌龟”的内容是，在赛跑的赛程中，慢者永远不会被快者追上，因为追者必须先到达被追者刚刚离开的地方，从而慢者总是或多或少在其前面。“阿喀琉斯永远追不上乌龟”所要表达的是，所谓万物是存在的，它们就一定拥有空间，即大小，而事物有大小就可以分割成若干等分。所谓运动，变化的时间也可以分割成若干等分。乌龟与阿喀琉斯之间的距离毕竟是“存在”的事物，一定有空间，因此这个（空间）距离也应该拥有一定的大小，既然它有自身的大小，那么我们就可以对（空间）它进行分割。因此，乌龟和阿喀琉斯之间的空间（距离）可以用无限的时间分割为无数个空间（间距），那就意味着阿喀琉斯和乌龟之间存在着没完没了的无数个时间和空间，所以阿喀琉斯永远追不上乌龟。因此，“万物皆流：存在的事物发生变化”这个主张是前后矛盾的。最后得出的结论就是，世上存在的事物是一成不变的，万物静止。

前两个悖论设想的基本前提是时间和空间无限可分的观点，而第三论“飞矢不动”完全违反人类直觉。“飞矢不动”，即飞行的箭是静止不动的。如果一物处于始终如一的状态之中，它要么保持持续的运动，要么保持持续的静止，而运动的东西总是处于此时此刻的状态中，所以运动的箭是不动的。“飞矢不动”表达了空间和时间是由不可分割的无限小元素构成的思想。如果认同世上万物是不断变化的主张，那么箭和标靶之间的距离就可以无限分割。芝诺论证，如果你认为空间是由无限个连接点所构成的，所以时间也应是连续的瞬间的无限集合。一支飞着的箭，如果把箭和标靶之间的距离（时间和空间）无限分割下去，那么等于说，箭在那无限分割的每个时间和空间里是静止不动的。而且，箭要通过的时间和空间也无限多，所以箭头永远到不了标靶上面。说到底，箭是不运动的。

在“飞矢不动”的悖论中，如果按照“万物皆流”的运动主张，我们可以把箭和标靶之间的距离（空间）作为一个事物进行分割，把这个距离一直分割下去，分割下去的结果是，在无限时间内箭和标靶之间的距离（空间）不存在了，是“无”。空间不存在了，但时间是无限长的！所以说，射出去的箭是静止不动的。这样，用“万物皆流”的“存在”（空间）和“变化”（时间）同时存在的主张



图1.2 可以把箭和标靶之间的距离（空间）作为一个事物进行分割，把这个距离一直分割下去，分割下去的结果是，在无限时间内箭和标靶之间的距离（空间）不存在了，是“无”。空间不存在了，但时间是无限长的。所以，射出去的箭是静止不动的。

去看“射出去的箭在运动”，就会产生矛盾。所以，应该说万物静止，“世上存在的所有事物都是一成不变的”！

芝诺悖论的提出，牵动了人类科学文明史上一些最伟大的头脑，从古希腊的亚里士多德时代到19世纪末的两千多年间，一直拷问着地球上最聪明的数学家们。直到19世纪下半叶，数学家们重新研究芝诺的悖论，才发现它们与数学中的连续、无穷集合、极限等概念紧密相关。英国哲学家罗素说：“芝诺被认为是无限哲学的创立者。他发明了四个悖论，都极其精妙和深刻，用来证明运动是不可能的：阿喀琉斯永远不可能追上乌龟，飞行的箭实际上是静止的。事实上，芝诺关心的是三个问题，每个都用运动来表达，但每个都比运动更抽象，而适合于纯粹

的算术处理，这就是无穷小、无穷大和连续的问题。在亚里士多德驳斥之后，后来经过哲学家们的努力，这些论点又恢复了，并被一位德国教授用来作为数学复兴的基础。他可能做梦也没有想过自己和芝诺之间有什么联系。”他所说的德国教授是康托尔，集合论的创始人。^[2]

芝诺悖论之所以“成功”，隐藏着这样一个前提，即时间和空间是连续的，是无限可分的！时间和空间可以无限分割，这是人们直觉和感受到的思维范式。在数学上，我们已经知道，无限次的计算可以是在有限的范围内的，极限概念的提出从分析的角度解决了芝诺的悖论。而另一个人们想当然的思维范式是连续的时空。自量子革命以来，人们开始认识到，空间不一定能够无限分割下去，量子效应使得空间和时间的连续性丧失了，芝诺的时空连续并无限的思维前提是不成立的！量子论告诉我们，“无限分割”的概念是一种数学上的理想，不可能在现实中实现，一切都是不连续的，而是量子化，一份一份的。

无穷的烦恼：“潜无穷”与“实无穷”

芝诺悖论的争论在人类文明史中是从三条线索展开的，哲学、数学和物理。自古希腊以来，哲学家、神学家和数学家就已经开始努力探索无穷这个观念和它的深刻含义。什么是无穷？无穷就是没有尽头。什么是无限？无限就是没完没了。数学的线索是从两条路径展开的，第一个是贯穿于整个数学发展史上的无穷大和无穷小之间纠缠不清的抽象争论，最终由19世纪的集合论画上了句号；第二种是考察数学历史上围绕表示连续所发生的争论，连续意味着光滑的流动或运动和现实世界过程中没有空隙的相继移位。我们知道微积分的基础就是连续性和极限。微积分的极限理论完美地解决了芝诺悖论。第三种是物理的，直到量子力学出现，人们才理解世界并不是连续的，而是离散的。

一般而言，古希腊文化不承认“无限”或“无穷”的概念。毕达哥拉斯学派认为有限是善、无限是恶；欧几里得的《几何原本》中的“直线”只是“线段”，线段可按需要加以延伸，无穷延伸的直线是没有意义的。“无穷”的问题在19世纪前还没有人能用一种严密的方法来回答。法国哲学家和数学家笛卡尔就说过：“无穷可以被认知，但不能被理解。”

从古希腊开始，数学家们就把无穷分为“实无穷”和“潜无穷”。我们知道，自然数列“ $1, 2, 3, \dots, n, \dots$ ”可以被看成一个永远在增长的没完没了的数列，这叫作“潜无穷”；也可以理解成为一个完成了的整体性无限集合，而一切自然数都在其内，这叫作“实无穷”。“实无穷”就是说“无穷”是实在的，这是柏拉图的观点。他的学生亚里士多德不承认“实无穷”，不认为线段是由无穷个点组成，但承认“潜无穷”，认为“无穷”只是“潜在”地存在，无限只是表现为变化发展的过程，所以叫“潜无穷”。“潜无穷”的认识是，能够“接近”，但实际上不必达到。^[3]

亚里士多德对“实无穷”和“潜无穷”的本体论划分，被基督教的教会变成教义：只有上帝才是“实无穷”，他所创造的其他东西都不可能是。直到17世纪，伽利略在他写的《两门新科学的对话》中通过一个方法嘲弄了这种看法。他说，当一条线段是直的时候，你声称它只是潜在包含无穷多个部分，但如果你把线段弯成一个圆时，你却把线段所包含的无穷多个部分变成了实在的东西。

亚里士多德使用“潜无穷”的概念暂时避免了人类与无穷大的直接交锋。在两千多年中，多数哲学家和科学家赞同亚里士多德的“潜无穷”观点。但是，潜无穷的思维范式也使微积分的发现耗费了1700年的时间，一个重要原因是亚里士多德的“潜无穷”概念把无穷大边缘化到一个形而上学的虚幻境界里。实际上，从公元5世纪开始，人们在求解复杂物体的面积体积、计算物体运动轨迹等具体问题逐渐发展了穷竭法等技巧，最终发现了微积分。而微积分涉及极限和无穷小量，这就使得数学家们不可避免地要去处理实无穷。19世纪的数学家抛弃了亚里士多德的“潜无穷”学说，主要是研究重点从几何无穷大转换到算术无穷大，数学家所面临的最重要的任务似乎是构建一个无穷大的理论。

在19世纪，人们发现，为了使微积分的核心基础极限理论得到完善，必须明确定义无理数概念，而无理数的存在性又必须以实无穷为前提。为了定义无理数，德国数学家戴德金和康托尔引入了无穷集合。无穷集合虽然有悖常理，但符合数学逻辑。康托尔通过集合、幂集、一一对应等几个基本的定义得到一种无穷大数类，他称之为超限数。更进一步，康托尔还发现存在不同的无穷大数类，这些数类之间有可能是以二次方的跳跃增加的。从直观上看，这些是不可思议、难以想象的。但是，从逻辑上讲，如果人们能够接受无理数的存在，那么无穷大和无穷小

的存在同样是合理的。现在，无穷大量和无穷小量已经成为数学上的事实。^[4]

康托尔是公认的抽象集合论和超限数学之父。在19世纪晚期，他大胆始创“无穷数学理论”。康托尔尝试了计算无穷大，并获得成功。按照康托尔的说法，无限有三种，一是“绝对无限”，又称形而上学的无限，二是“物理无限”，三是“数学无限”。“绝对无限”可以联系到上帝概念，这始终为宗教界人士所赞赏。“物理无限”是指宇宙时空的无限性概念和时间与空间的无限可分割性质。康托尔把分析数学中使用的无限概念和自己始创的超穷基数与序数都归入数学无限范畴。^[5]

现代的观点是，只要没有逻辑矛盾，我们可以自由地使用一切无穷集合。现



图1.3 无穷大符号：将8水平放成“∞”来表示。“无穷大”符号是在英国人沃利斯1655年出版的论文《算术的无穷大》一书中首次使用的。

代数学的大厦就是建立在“实无穷”这种观点上的。20世纪30年代的一位数学史家说：“没有一个关于无穷大的相容的数学理论就不会有无理数的理论，没有无理数的理论就不会有任何形式的数学分析；没有了数学分析，现在数学的主要部分，包括几何和绝大部分的应用数学，将不复存在。”无穷或无限的数学符号为 ∞ 。无穷大符号：将8水平放成“∞”来表示。“无穷大”符号是在英国人沃利斯（John Wallis）1655年出版的论文《算术的无穷大》一书中首次使用的。

第一次数学危机：拒绝无理数

毕达哥拉斯提出的“万物皆数”的观点，既是错的，又是对的！说它是错的，是因为数是概念，不是实体，是物的数量特征在人的头脑中反映为数，而不是客观存在的数转化为物质实体。毕达哥拉斯把客观世界中的事物关系弄反了。说它是对的，是因为这个错误的背后是人类认识上的一次飞跃，“万物皆数”使人

类认识到数量关系在宇宙中的重要性。而“万物皆数”观点的破灭，同样是一个错误，错误在于，认为数不足以表达万事万物了。这个错误又是由于一个大的进步引起的，即无理数的发现。人们发现了无理数，又不敢承认它是数，这就是第一次数学危机。^[6]

在希腊人的世界中，音乐与数学和哲学具有同等的重要性。毕达哥拉斯学派认为，数字比率支配着音乐和弦定律，乃至整个宇宙。这成为毕达哥拉斯学派的固有观念，是他们的世界观的基石。所以，希腊学者坚信整个宇宙都是根据来自分数的音乐谐声规律构建的。因此，有理数支配着希腊人的世界观。我们知道，“有理数”指的是所有能表示成整数或两个整数之比的数（也就是分数）。“有理的”来自“比率”的意思。毕达哥拉斯定理提出后，其学派中的一个成员考虑了一个问题：边长为1的正方形对角线长度是多少呢？他发现这一长度既不能用整数，也不能用分数表示，而只能用一个新数来表示。这个发现导致了数学史上第一个无理数“ $\sqrt{2}$ ”的诞生。新发现的数由于和之前的所谓“合理存在的数”——有理数——在学派内部形成了对立，所以被称作无理数。无理数，是指不能写成两个整数之比的数，即“不可通约的量”，这些数被证明不能用有限量来表达。这个简单的数学事实的发现直接动摇了毕达哥拉斯学派的数学信仰和思维范式，冲击了当时希腊人持有的“一切量都可以用有理数表示”的信念，在当时导致人们认识上的危机，从而引发了西方数学史上一场大的风波，史称“第一次数学危机”。

这场危机通过在几何学中引进不可通约量概念而得到解决。约在公元前370年，柏拉图的学生攸多克萨斯（Eudoxus）纯粹用公理化方法创立了新的比例理论，微妙地处理了可公度和不可公度。两个几何线段，如果存在一个第三线段能同时量尽它们，就称这两个线段可通约，否则称为不可通约。只要承认不可通约量的存在使几何量不再受整数的限制，所谓数学危机也就不复存在了。

自此以后，希腊人把几何看成了全部数学的基础，把数的研究隶属于形的研究，割裂了它们之间的密切关系。无理数的发现标志着数学和几何第一次真正分道扬镳。第一次数学危机表明，几何学的某些真理与算术无关，几何量不能完全由整数及其比来表示。反之，数却可以由几何量表示出来。整数的尊崇地位受到挑战，古希腊的数学观点受到极大的冲击。于是，几何学开始在希腊数学中占有特殊地位。这同时也反映出，直觉和经验不一定靠得住，而推理证明才是可靠的。从

此，希腊人开始从“自明的”公理出发，经过演绎推理，由此建立几何学体系。

公元前4世纪和公元前3世纪，生活在亚历山大里亚的几何学教师欧几里得，把亚里士多德发明的形式逻辑三段论和几何学结合起来，用形式逻辑的方法把前人的成果总结成一个体系，写成了一本书，叫《几何原本》。《几何原本》太美了，使得其前的所有几何工作都被遗忘，人们只说欧几里得几何了。欧几里得建立了一个公理化的体系，以公理作为基础。这套公理化的方法也被希腊的科学家用到了对自然的研究上，最后在力学和天文学里取得了突出的成就。欧几里得几何成为精确演绎的典范。这是数学思想上的一次革命，是第一次数学危机的自然产物。这样做的最大不幸是，放弃了对无理数本身的研究，使算术和代数的发展受到很大的限制，基本理论十分薄弱。这种畸形发展的局面在欧洲持续了2000多年。

实际上，可以这样说，毕达哥拉斯学派试图用数代替假想的连续几何量时碰到了困难，为解决困难最终产生了微积分。由于第一次数学危机，希腊数学走上完全不同的发展道路，形成了欧几里得《几何原本》的公理体系与亚里士多德的逻辑体系，为世界数学做出了另一种杰出的贡献。在中国数学史上，中国的数学家从没清楚阐述过关于无理数的概念，一些西方数学史家认为中国数学更倾向于实用性，而弱于对抽象推理的表达；也有西方学者认为，中国语言本身的象形字，难以表达抽象的假设。总之，第一次数学危机的彻底解决，要等到19世纪70年代实数集的精确建立时才最终画上句号。

定义连续性：“刀切”拥挤的数轴

“芝诺悖论”引发的关于连续性的哲学问题中，柏拉图主义认为，数学上的连续性是精神的实在，而经验是对精神实在的认识。亚里士多德认为，当两个互相接触的物体各自的端点成为两者的共同端点时，就会出现连续的连接，连续统（直线）可以被分割，但不能被分割尽。这就是说，不能把线段无限地分割到最终变成“点集状态下”。他不承认连续直线由无穷多点组成的说法，从根本上反对“点组成连续统”的观点，认为一个真连续统没有点！

芝诺悖论涉及“点”的语义学表达：一个点有没有体积？如果体积是零，加

起来岂不还是零？如果体积不是零，无穷的点加起来体积应该是无限大的？亚里士多德可能已经看到这个困难，所以坚决反对直线（或物体）由无穷多个点组成的看法。但是，正如伽利略指出的那样，由有穷的不可分的东西组成的东西，又怎能连续变化呢？

我们感官所感觉的运动乃是某种个别的，不可分割和无间断的东西，将运动分解为各个元素，其结果足以破坏我们决心保持的连续性。但是，为了与数类比的目的，直线必须被看作无限小的静止位置的次第相续，这恰恰与我们所想象的与静止完全相反的那种运动观念相冲突。这就是芝诺论证振振有词的理由。

一般来说，直觉上人们认为“连续性”的感觉和概念是不言而喻的，但数学上的“连续性”问题却要复杂得多。芝诺悖论导致了连续性的问题，而连续性与无理数的奥秘相关，与无穷大及无限细分密不可分。芝诺实际上想要表明连续性是不可能的。芝诺既不同意“实无穷”，也不认可“潜无穷”，这是他与亚里士多德的根本区别。

如果没有发现毕达哥拉斯定理，就不会发现无理数。无理数的发现在数学史上是极其重要的。在数学上，无理数就像芝诺的二分悖论一样，是试图表达和解释数轴上连续性的一个结果。二分悖论就是把一个连续的物理过程分解成一个无穷多步的离散过程。所以，二分悖论可以看成是历史上第一次企图在数学上表示连续性。无理数是有理数轴在技术上不连续的原因。无理数代表有理数轴上的缝隙或洞眼。通过这些缝隙，无穷大没完没了地闯进并搅乱了整洁的古希腊数学。

甚至直到18世纪，欧洲最好的数学家都还在坚持古希腊的选择，拒绝无理数。直到19世纪后期，人们发现，揭示无穷大或无穷小最直观的方法可以使用古希腊的一项数学遗产：数轴。德国数学家戴德金提出了无理数的一个严格理论或定义，而对实数在数轴上地位的最全面充分的处理来自康托尔。

人类对数的认识，经历了自然数、整数、分数、有理数、无理数和实数等阶段，这些数在数轴上都可以体现出来。数轴是规定了唯一的原点、唯一的正方向和唯一的单位长度的直线。所有的实数都可以用数轴上的点来表示，也可以用数轴来比较两个实数的大小。实数（ \mathbf{R} ）包括自然数、整数、分数、有理数、无理数。

通过数轴可以把数和几何形状看成差不多一样的东西。数轴是一个威力无穷

的工具。同时，它也是一个连续体，即一个结构或分布是连续的不可分割的实体和物体的理想连续统。通过数轴，可以完美体现芝诺悖论所要表达的内容。数学实体和实际物理空间之间的关系就是离散和连续的关系。

每个数对应一个点。数轴不仅包含所有的点，而且也决定了它们的顺序。所以，数完全可以由它们在数轴上相对其他数的位置来定义。根据定义，数轴是可以无限延伸的，是无穷密的，即任意两个点之间总是存在第三个点，它们都是相继排列或有序的。人们常说：“自然数无穷多，实数轴无限长。”

可以想象，尽管有理数稠密，但它们还是在实数轴上留下了“空隙”。也就是说，有些点不对应于任何有理数！数轴上0到1的有限区间不可想象地拥挤，非常稠密。这里不仅有无穷多个分数的无穷序列，还有无穷多个无理数。每个无理数只有用无限不循环的十进制数序列来表示。

1872年，德国数学家戴德金在他的划时代论文《连续性与无理数》中阐述了他的思考：“直线上的点的个体比之有理数域中的数的个体要丰富无限倍。所以，想用算术的方法探求直线具有的各种性质，有理数域是不够用的。如果数域需要具有如直线那样的完备性，或者说具有连续性，则绝对需要创造出一种新数以改进此工具。”戴德金所指的新数就是无理数。有了无理数就可以填充数轴上的空隙。戴德金写道：“若把直线看作具有完备性、无空隙、连续性，则有理数域和直线比较起来，是有很多空隙的，也是不完备和不连续的。那么，直线的连续性体现在什么地方呢？我思考的结果是：我们已经注意到了直线上的每一点都将直线划分为两个部分，其中一部分的所有点都在另一部分所有点的左边。我发现，连续性的精髓在其逆命题中，就是说，如果直线上所有的点分成两组，使一组中的每一点都在它组中每点的左边，那么，存在唯一的点，它将线上的一切点划分为这样两组，也就把直线切割成两个部分。”^[7]

是什么东西使数轴具有连续性，数轴连续性的真正原因是组成它的点的无穷致密性，即在数轴上的任意两个点之间，总能找到第三个点。而戴德金通过反向思维，没有把连续性的焦点放在无穷致密性上，而是放在相反的性质上，可分性。这就是著名的戴德金分割理论。

设想用一把锋利无比的刀，猛地砍向数轴，会发生什么情况呢？这一刀应当砍在数轴上的某一点上，否则就会砍在空隙里。如果是这样，数轴还能叫无缝连

接的吗？如此细的数轴被斩为两截，问题是：数轴上的切割点在左边还是右边呢？我们只能说，不在左边，就在右边。这样一想，数轴的连续性就归结为一个直观而简单的事实：不论从什么地方切割，切割的地方总有一个点。

“戴德金分割”是说，有理数的一个分割确定一个实数。如果分割不产生空隙，这个实数也许是有理数；如果有空隙，也许是无理数。这样问题就很简

单，把有理数之间的缝隙用无理数都填上，数轴就连续了！说白了，实数就是有理数的分割。从某种意义上说，戴德金的实数是独立于任何空间和时间直觉的人类智力的产物。

无理数是真正的“连续性的奥秘”，对数轴进行分割有助于定义无理数。每个有理数都对应一个分割，但不是每个分割都对应一个有理数。戴德金从数轴被无理数划分成的两个集合的性质出发，清楚地建立了无理数的定义。

戴德金分割完全可以用有理数来定义无理数。这是一个百分之百严格演绎的实数理论。这个定义，用自然语言来说，让一个无理数是一个分割对应的点的值。这个分割把数轴分成两个完备的集合。正是这个定义建立了连续统，即所有实数的集合，并把有理数轴变成了实数轴。对于传统数学家来说，无理数的问题涉及诸如线、面和体之类的几何量。而戴德金的全部工作是摆脱几何直觉，使分析完全基于算术。戴德金肯定地认为，数不是由时间和空间的感觉得来，而是“一种纯粹思维规律的直接产物”。有了数，我们才有时间和空间的精确概念。戴德金说：“对我来说，分析算术化更优美的地方是，人类不需要任何可测量的概念，仅仅通过简单的思维步骤的有限系统，就能先见之明地造出纯粹连续的数域。”

在数学史上，1872年是重要的一年，三位德国伟大的数学家，戴德金、康托尔和魏尔斯特拉斯不约而同地提出了实数理论。实数理论的核心问题，就是怎样利用有理数概念去定义无理数的问题，从而完整地解决连续、无限的基本问题。

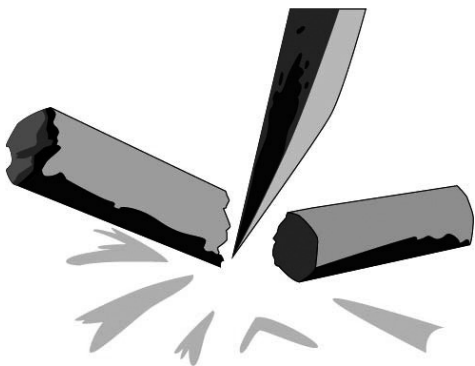


图1.4 设想用一把锋利无比的刀猛地砍向数轴。（朱弘毅绘）

整体与部分相等：疯了，无穷大可计算

亚里士多德的“潜无穷”思想对以后2000年里在数学上处理无穷大的思考方式产生了非常负面的影响，这种影响直到19世纪。1831年，大数学家高斯说：“我反对把一个无穷的量作为一个现实的实体来使用。这在数学中是绝不允许的，数学中的无穷大只是一种叙述的方式。用这种方式，我们可以正确地说某些比值可以非常接近于一个极限，而其他的无穷大则允许没有界限的增长。”这段话清楚表明，自亚里士多德以来数学家们认同其对无穷大划分为潜无穷和实无穷的思维范式。

第一位认真思考实无穷的科学家是伟大的伽利略。他想，自然数的全体是存在的，它们组成一个实在的无穷。伽利略考虑两个实无穷，一个是全体自然数（1, 2, 3...）构成的实无穷集合，另一个是全体偶数（2, 4, 6, 8...）构成的实无穷集合。伽利略问了自己一个问题：是自然数多，还是偶数多？一方面，似乎应该是第一个较大，因为它不仅包含第二个集合中所有的数，而且还包含其他的奇数。但另一方面，对于第一个集合中的每个数，在第二个集合中都有一个确定的数与之对应。对于第二个集合中的每个数，在第一个集合中也有一个确定的数与之对应。按照两个集合中这种一一对应的关系，第一个集合应该与第二个集合一样大。在证明这个结论时，伽利略表现出了一个显著的重点转变，因为他没有像亚里士多德那样，从量的角度考虑无穷大，而是像柏拉图那样，把注意力集中到作为数或者集合的无穷大上面。但是，伽利略通过一一对应发现“部分与整体相同”时，他没敢再往下想，得出结论说：“无穷量和无理数在本质上对我们来说是不可理解的。”

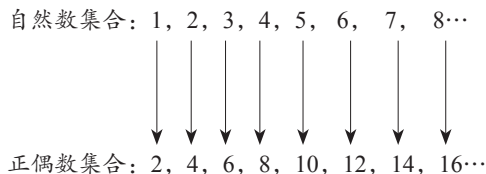


图1.5 伽利略通过一一对应发现自然数集合和正偶数集合“部分与整体相同”时，他没敢再往下想。到了康托尔时代，他没犹豫就认定，由于满足一一对应，所以它们是相等的。

在高斯发表了反对无穷大的言论之后，过了半个多世纪，德国数学家康托尔说，无穷大也可以计算！这彻底颠覆了人们对无穷大的认识，是范式革命！当康托尔把无穷集看成一个可以被人的心智思考的整体时，他的与常识相反而又在逻辑上可靠的结论，就打破了长久以来的思维定式，两千多年来一直被亚里士多德压制的“实无穷”终于名正言顺地登上历史舞台，让人们大开眼界。

康托尔曾提出这样的问题：一个线段上的点与一条无穷长的直线上的点一样多吗？一个平面上的点能和一条线上的点一一对应吗？在直觉上，答案似乎很明显是“不能”，证明它似乎显得多此一举。但是，康托尔经过几年的思考和探索，利用他著名的“对角线法”解决了这个“无聊”的问题。他的答案是：“能”。康托尔在1874年发表的论文，证明了一条线段上的点要比自然数多；不同长短的两条线段上的点也是一样多；线段上的点和平面上的点以及立体空间上的点一样多！这是他最重要的贡献。这个结论是两千多年来经常谈到无穷的思想家们想都没有想过的，而康托尔却给了这个事实以简明清晰的论证。

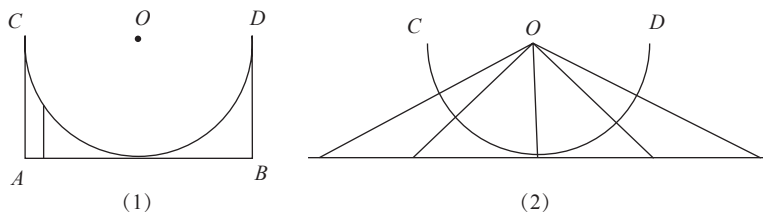


图1.6 (1) 线段 AB 的点与半圆 CD 的点一一对应，证明这条线段与这个半圆有一样多的点。(2) 这个半圆的点现在与整条直线的点一一对应，所以，一条有限的线段与一条无限的直线有正好相同数目的点！为什么在康托尔之前无人得到这个发现？这说明我们把一条直线看作是由很多物理上的点组成这个观念，在本质上是错误的，物理上的点与数学上的点是完全不同的。^[8]

康托尔是从建立明确的无穷集的定义入手而获得成功的。一一对应，是人们认识事物间数量关系的最基本的方法。什么是无穷集呢？康托尔认为，可以和自己的某一部分之间建立一一对应的集合叫无穷集。无穷集合的最基本特性是它能够与其自身的真子集一一对应。事实上，康托尔正是使用这个事实本身作为无穷集的定义，这是有史以来首次以一种清晰而精确的方式定义这个概念。也就是说，“一样多”的唯一意义是“可以一一对应”。比较两个无穷集的大小，设法建

立两个集合元素间的一一对应；能建立一一对应，就是一样多。这个结论彻底颠覆自古以来固有的观念。亚里士多德的整体论思想归结为“整体大于它的各部分之和”，康托尔的结论是“整体与部分相等”。这就是康托尔提出的惊世骇俗的观点，却是现代数学实数理论的基础。

康托尔在1874年获得的历史性发现是：尽管有理数具有稠密性，但它们是可数的。有理数是可数的这一发现违反我们的直觉，他证明了一条直线上的点和一个平面上的点，或者多维立体空间上的点之间存在着——对应。康托尔对自己用——对应导致的结果惊愕不已。他在1877年给戴德金的一封信中写道：“我看到了它，却不敢相信它。”最终，他还是信了。康托尔决定给所有可数集一个标记—— \aleph （Aleph，阿列夫），这是犹太人希伯来语字母表的第一个字母，也有上帝绝对无穷大的意味。

如果有理数集合是可数的，人们开始推测可能所有无穷集都是可数的。然而，康托尔却证明有一些集合非常稠密以至于无法数，这种集合中的一种是处在一条无穷直线上的点的集合，这些点又对应于我们的实数系统。1873年底，他已经成功证明了实数集不能与自然数集——对应，它是“不可数的无穷”。实数集合不仅是良序的、稠密的，而且是完备的。一个集合既是良序的又是完备的，康托尔给这种集合取名“连续统”。实数集就是连续统。康托尔提出的连续统假设标志着集合论的诞生。同时，不同规模集合的观念形成了。用通俗的话说，就是数轴上任何一点，都可以指定一个唯一的实数与之对应；反过来，任何一个实数都可以用唯一的方法以数轴上的一点来表示。这就是有名的“戴德金-康托尔公理”。康托尔首先在数学中引进了包括有理数和无理数的所有实数集合的思想。他实际上证明了无穷是无穷的。有一个无穷，就有一个更大的无穷。具体地说，任何一个无穷集，它的所有子集的数目总比它的元素多！就这样，康托尔的理论直接证明，潜无穷实际上依赖于一个逻辑上优先的实无穷，实无穷的集合是可以理解和计算的。

康托尔最终发现了芝诺悖论的奥秘，不仅发现，还进行了证明。数轴显然是无限长的，包含无穷多个点。即使如此，在0至1区间内的点却和整个数轴上的点一样多！无限长的数轴上有无穷多个有理数，这些数在数轴上是无穷密的！对任意给定的有理数的任意两个有理数之间总存在第三个有理数！虽然如此，康托尔

证明无穷多的有理数联合起来也只是数轴的无穷小的一部分，基本上说就是什么都没有！就是说，有理数所占据的数轴长度的总百分比是零，也就是空、无！因为实数包括有理数和无理数，如果有理数可数，那么实数的不可数意味着无理数也是不可数的。这就意味着，由于一些点对应于无理数这一事实，在实数直线上所留下的“空隙”实际上比有理数的“非空隙”要多得多！这是我们有限的直觉难以接受的。事实上，可以在数学上证明，把一根针随机扔到数轴上，它们击中一个有理数点的概率是零！反过来说就是，在任何种类的连续的直线上，大量的点对应的是无理数。所以，实数轴才真的是一条直线！而所有有理数组成的数轴，虽然看起来是无穷密的，但实际上99.9999...%都是空的！这就是康托尔证明的。

在数学的离散和连续现象之间的最重要的区别是前者可以只用有理数来表征，而连续则需要所有的实数，也就是无理数。因此，当康托尔引入实无穷集时，就与过去最伟大的数学家们所固有的观念背道而驰。他意识到自己正在和前辈们彻底决裂。1883年，康托尔说：“我使自己同普遍的关于数学中无穷的观点和经常被保持的关于数的本质的观点处于敌对位置。”到了1873年，他不仅主张把无穷集合看成一个存在的全体，还开始对它们加以分类并计算。

亚里士多德说的“整体大于部分之和”，这符合我们的直觉。这个观点也统治了人类的思维两千多年。在探索无穷的数学历史中，康托尔的实无穷理论告诉我们，整体与部分之和相等！这虽然违反我们的直觉，却是千真万确的数学真理。这对当时的思想家来说很荒谬，也促使他们抵制有关无穷集的任何成果。康托尔的无穷集合论激起了激烈的抗议。

集合论一经问世，立即遭到当时一批有名的数学家的猛烈进攻。当时的学界领袖，19世纪最著名的数学家庞加莱认为，无穷集合论是病态的。庞加莱评论说：“后人将把康托尔的集合论当作一种疾病，而人们已经从中恢复过来了。”^[9]

攻击得最为激烈，也最为长久的却是康托尔的导师——比他年长22岁的直觉主义代表人物之一，著名数学家克罗内克。克罗内克只承认“潜无穷”，他相信只有整数在数学上是真实的。因为只有它们是“绝对直觉的”，也就是说，小数、无理数、无穷集合都是数学上的怪胎。他认为只有他研究的数论及代数才最可靠。克罗内克的名言是“只有整数是上帝创造的，其余的都是人类的工作”。康托尔为

自己的工作辩护，他声称自己是一个柏拉图主义者，相信存在一个独立于人的客观世界。康托尔在1885年就宣称纯数学可以归结为集合理论。

最初，无论是康托尔还是克罗内克，都认为他们的冲突在某种程度上是关于数学观点正确的争论。但是，克罗内克对康托尔的研究对象和论证手段都表示强烈反对。他拒绝接受无穷集和超限数。他认为，康托尔在这一领域的工作不是数学，而是玄学。由于德国柏林是当时的世界数学中心，克罗内克又是柏林学派的领袖人物，所以他对康托尔及其集合论的发展阻碍非常大。克罗内克认为，康托尔关于集合论的研究工作简直是一种非常危险的“数学疯病”，并在许多场合下，用各种刻薄的语言，对康托尔冷嘲热讽达十年之久。康托尔经受不住克罗内克等人连续粗暴的围攻，精神渐渐崩溃了。这期间，康托尔决定证明英国文艺复兴时期的哲学家弗朗西斯·培根是莎士比亚剧本的真正作者。他患上了严重的抑郁症，整日极度沮丧，惶惶不安，最终在精神病院默默死去。英国科学史家贝尔在回顾这段令人痛惜的往事时说，克罗内克认为集合论的出现是一种数学疯病，然而被送进精神病院的并不是集合论，而是康托尔。克罗内克的攻击实际上打垮了这一理论的创造者。

克罗内克基于对学术信仰的坚持，捍卫的不是学术的尊严，而是一个时代的无知。他的反对不仅对事，也对人。德国数学家康托尔的遭遇让人扼腕痛惜。

克罗内克和康托尔之间的斗争不是传统和创新的数学意识之间的冲突，而是新旧数学范式之间的竞争。克罗内克不是数学上的传统主义者，为了反对当时的无穷和无理数、超越数和超限数等观念，他被迫在一个激进的新基础上构建一门新数学。正如康托尔成为形式主义运动的先驱一样，克罗内克的成果预示着20世纪直觉学派的诞生。两个派别都希望数学变得更严密，但在如何达到这个要求上，他们有很深的分歧。^[10]

时间证明，康托尔的新观点和新理论对数学分析、函数理论、拓扑学和非欧几何的进一步发展有极其重要的作用。从普遍意义上来说，要对数学有更基本的理解，康托尔的理论是个重要基础。形式主义创始人希尔伯特认为，深入研究无穷大十分必要。他说，其他任何一个问题都不曾如此深刻地影响人类的精神文明，其他任何一个观点都不曾如此有效地激励人类的智力。他断言：“没有人能把我们从康托尔为我们创造的乐园中驱逐出去。”他在1926年评价康托尔的工作说：

“这对我来说是最值得钦佩的数学理智之花，也是在纯粹理性的范畴中人类活动所取得的最高成就之一。”^[1]

罗素称康托尔是19世纪最伟大的智士之一。罗素在1910年说：“解决了先前围绕着数学无限的难题，可能是我们这个时代值得夸耀的最伟大的工作。”戴德金和康托尔都是柏拉图主义者，他们相信数学的世界不是像可感知的世界那样是经验性的。戴德金说：“我完全独立于空间和时间的概念或直觉来思考数的概念，认为它是一个人思维规律得出的直接结果。”康托尔说：“数是人类心灵的自由创造物。”康托尔和戴德金在数学史上几乎同时出现，标志着这正是无穷集合论的时代。

反驳芝诺：芝诺的意义

芝诺提出的悖论论证方法为数学和科学的发展做出了巨大的贡献。芝诺悖论的历史，就是连续性、无穷大和无穷小这些概念的历史。芝诺悖论在历史上的重要性，是怎样评价也不过分的，它们促使希腊人对时空有了新的认识。芝诺悖论引发了几乎整个关于时间、空间和无限的理论探讨，这些理论从他那时起直到今天，一直在被人们发展着。

美国数学史家贝尔说，芝诺毕竟曾“以非数学的语言，记录下了最早同连续性和无限性格斗的人们所遭遇到的困难”。芝诺的功绩在于把动和静的关系、无限和有限的关系、连续和离散的关系惹人注意地摆了出来，并进行了辩证的考察。近代德国哲学家黑格尔在《哲学史讲演录》中表示，芝诺主要是客观而辩证地考察了运动。他称芝诺是“辩证法的创始人”。

芝诺所指出的矛盾，与其说是与运动的自身有关，不如说是与我们头脑中所虚构的运动有关。芝诺悖论所揭示出的困难，显示了语言的十足含糊性。这种在悖论中诉诸感官经验而非推理的情形，无疑是主要障碍。数学家只要承认他所创造的符号世界不等于他所感觉的世界，那就可以处理这些含糊性了。黑格尔在《哲学史讲演录》中的“芝诺篇”指出，芝诺所论述的连续统（概指时间、空间和反映时空本质的运动连续统）都是具有“点积性”与“连续性”的双向性结构物。在概念上，点积性与连续性是互为否定的，因为点积性是突出表明了元素间

（即位置点之间）的区别性，而连续性恰恰是抹杀了点与点的区别性，甚至无视点的单独存在性。

在“芝诺篇”中，黑格尔解释了产生芝诺悖论的根源：那就是因为只把连续统（时空及运动）的“点积性”——一种抽象孤立的特定性质——作为整个有效环节的缘故。他说：“造成困难的永远是思维。因为思维常常把一个对象在实际中紧密联系在一起的诸环节彼此区分开来。”事实上，连续统本来就具有连续性与点积性相互结合在一起的环节，而概念思维对其强行分离，扬弃了实际中存在的连续性环节，只把抽象出来的单纯的“点积性”作为整个有效的单一环节来考虑，这样就不可避免地产生悖论。^[12]

芝诺的目的是为证明“运动不存在”，用现代术语解释芝诺的思路，就是“如果运动存在，那么就存在无穷集合；因为无穷集合是荒谬的，所以运动不存在”。芝诺悖论只有通过时空的现代数学概念和无穷集合理论，才能给出令人满意的回答。二分法和阿喀琉斯悖论取决于相关集合是否完备的问题，飞矢悖论根据瞬时速度或者导数的定义可以完美回答，而近代数学仅仅根据建立在导数概念基础上的思想就已经回答了这两个问题。

在“阿喀琉斯永远追不上乌龟”的悖论中，龟跑过的点与阿喀琉斯跑过的点一样多。因为在赛跑中这段时间的每一时刻，他们各自要占据一个确切的空间位置。因此，龟所通过的无穷的点的集合，与阿喀琉斯所通过的无穷的点的集合，两者之间有一种一一对应的关系。但是，如果说阿喀琉斯必须跑过更长的距离才能赢得比赛，所以他必须比龟跑过更多的点，则是错误的！因为康托尔的集合理论明确地告诉我们：任意两条线段，无论它们的长度如何，都具有相同数量的点！

芝诺悖论的问题并非阿喀琉斯将什么时候或者在什么地方追上乌龟，而是他怎样追上乌龟。芝诺悖论让人的思维认为：无穷个无穷小相加（也即乌龟每次都在阿喀琉斯前边，但这个间距越来越小）=无穷大（无论跑多远）！事实上，上面的等式是错误的！学过极限的人肯定知道，在这里无穷个无穷小相加等于一个有限值（阿喀琉斯追上乌龟的距离），数学上称为极限，并非无穷大（无限远），所谓无穷大只是人们思维想象的结果。但是，极限概念要等到18世纪才开始出现，19世纪才严密化！由于没有“极限”的范式思维，芝诺悖论让人类困惑了两千多年！



图1.7 “文艺复兴三杰”之一拉斐尔（1483—1520）创作的世界名画《雅典学院》，现存于梵蒂冈博物馆。画面中红圈中的白发白须老人就是著名哲学家芝诺，老人身披深红色斗篷沉浸在思考中。

在“飞矢不动”悖论中，芝诺说，在紧邻的下一个时刻，它将处于另一个位置。那么，什么时候这支箭从一个位置飞到另一个位置呢？答案是：没有下一个时刻！因为在任何两个时刻之间，其间的其他时刻数量是无限的！实际上，微积分以极限为基础的导数理论可以完美地解释“飞矢不动”悖论。

从数学上完整地推翻芝诺悖论的是无穷集合之父康托尔的无穷大理论。康托尔仅仅使用有序、集合、可数、一一对应等就成功地解决了关于空间、时间、运动的本质的一些使人困惑的问题。正是康托尔的无穷集合理论解决了芝诺悖论。罗素称赞他“确定无疑地解决”了二分悖论背后的深刻问题。

罗素评论芝诺悖论说：“从芝诺时代到我们今天，每一代最杰出的知识分子都反过来攻击这类问题，但宽泛地说，一无所获。然而，在我们所在的时代，三位杰出的人，魏尔斯特拉斯、戴德金和康托尔，不仅推进了这些问题，而且完全解

决了它们。这些解释，对熟悉数学的人来说，是如此清楚以致不再有任何最轻微的疑问或困难，在无穷大、无穷小和连续性这三个问题当中，魏尔斯特拉斯解决了无穷小的问题，其他两个问题的解答由戴德金开始，最后由康托尔完成。”

数学史上的三次危机都与芝诺悖论讨论的问题有关。第一次危机的结果，是严格的实数理论的建立，数学家回答了“什么是连续性”这个古老的哲学问题。第二次危机的结果，是微积分的严密基础的建立，数学家掌握了描述运动与变化的有效方法，彻底弄清了“芝诺悖论”，回答了“运动是怎么回事”这个古老的哲学问题。第三次数学危机，涉及“数学自身的基础是什么”。在这次危机产生前后，一些卓越的数学家卷入了关于数学本质问题的激烈争论之中，形成了直觉主义、逻辑主义和形式主义三大数学流派。

如果按牛顿的思维范式反驳芝诺，应该是这样的：空间和时间是绝对的，不可切割。如果按爱因斯坦的范式反驳芝诺：空间和时间是一体的，切了空间也就切了时间，切了时间也就切了空间；如果非要切，请以光的速度来切！

数学的柏拉图主义：认识即回忆

古希腊伟大的哲学家柏拉图（前427—前374）比毕达哥拉斯晚生活一个世纪。毕达哥拉斯的数学哲学观点对柏拉图形式理论的形成产生了重要影响。柏拉图比毕达哥拉斯学派走得更远，因为他不但想通过数学来理解自然，而且想超越自然来把握理想的、数学化组织的世界。他相信这才是真正的实在。对于柏拉图来说，数学不仅是理念和感觉之物的中介，数学秩序还是实在本性的真正描述。柏拉图认为，数学领域的知识可以被解释为直接“观察”的结果。根据柏拉图的观点，数学对象属于永恒的形式领域，它由不朽的、无形的灵魂直接感知。这种感知在作为血肉之躯的人“出生”之前就有了。作为灵魂的物质化身的我们所具有的数学知识是我们通过对这种形式的直接经验的回忆而获得的。柏拉图认为，真实的“实在世界”是“理念”。在现实的世界之外，存在着一个更加完美的，所谓理念的世界。现实世界是短暂、不确定的，而理念的世界是完美、永恒的。倾向于认为数学的量和关系是一种形而上学的存在的数学家，被称为柏拉图主义者。

柏拉图的理念论带有浓厚的数学色彩，理念大体等同于数，或可用数加以说

明。数学的柏拉图主义相信，数学真理可靠和普适的原因就在于它们和现实世界无关。数学的确定性依赖于它完全抽象的一般性。数学真理就是被发现而不是被发明，认为数学概念是一种特殊的独立于现实世界之外的客观存在，它们是不依赖于时间、空间和人的思维的永恒的存在。柏拉图认为几何学上的那些点、线、面的知识最接近理念世界。所以，研究几何学可以认识和感知理念与理念世界。所以，他的学园门口有一句著名的话：“不懂几何者不得入内。”

如果说柏拉图代表了理性主义，他的学生亚里士多德则代表了经验主义。他把柏拉图的理念颠倒过来，认为现实世界是真实的，理念世界不存在。与柏拉图针锋相对，亚里士多德不仅断言一个外在于人类的世界存在，而且坚持我们关于世界的观念是这样得到的：我们从世界中抽象出对于我们所感知的某类物质客体共同的东西，如三角形、球形、树叶与山。亚里士多德的名言是：吾爱吾师，但更爱真理。对于亚里士多德来说，观察，而不是数学抽象，是理解实在的最好工具。后来表明，柏拉图和亚里士多德都只是部分正确。观察和数学两者都已证明是理解实在的重要工具。但在漫长的人类文明史中，亚里士多德的思想影响深远。

这样，就形成了对数学认知的两种范式：一种是认为数学必须与人类感官的天然实在相一致的“实在论者”，或称“经验主义”；另一种则是坚持实在必须与人类头脑的思维相一致的“理念论者”，或称“理性主义”。

数学的柏拉图主义认为，数学对象尽管是抽象的，但却是客观存在的，存在一个独立于人的数学真理的客观世界。比如，自然数、点、直线是客观存在的东西，它们是不依赖于时间、空间和人的思维而永恒存在的。数学家得到新的概念不是创造，而是对这种客观存在的描述；人们只有通过直觉才能达到独立于现实世界之外的“数学世界”。

柏拉图主义是数学历史上影响最大的数学哲学观点，在西方数学界一直有着或明或暗的柏拉图主义观念，19世纪，它在数学界几乎占了统治地位。20世纪初，一些数学巨匠，如康托尔、罗素、哥德尔、布尔巴基学派，基本上都持这种观点。康托尔是集合理论及超限数的创始者，他认为数学家不是发明而是发现概念和理论，它们独立于人类思想之外。他把自己只看作一个报告人和记录者。

数学史家克莱因说：“希腊人对数学真正概念的伟大贡献之一是清醒地认识到

并强调数学实体是抽象，是头脑中流动的概念，完全不同于物理对象或图像。在整个古典时期，他们都相信人不能创造数学事实，它们先天就存在。人只是发现和记录它们。”

康熙皇帝与勾股定理

爱因斯坦曾经说过，“谁把自己当作真理和知识领域的法官和仲裁者，谁就会在众神的哄堂大笑中毁灭”。在中国传统中，数学一直处于从属的地位，虽然它与民生日用密切相关，但却无关乎儒家的伦理道德。所以，数学经典也就不可能拥有儒学经典那样的地位。西方数学最初主要由耶稣会士引入中国。耶稣会士最大的目标是将中国基督化。为了达到这一目的，他们需要得到中国士大夫阶层的支持和中国皇帝对他们在华居住，甚至公开传教的允许。传播数学知识是他们实现这一目标的手段。1582年踏上中国内陆的意大利耶稣会士利玛窦是系统地在中国传播欧洲数学知识的第一人。通过他，欧几里得几何学被引入中国。把西方的“God”一词翻译成“上帝”的就是他。

在历史上，康熙皇帝可能是唯一认真从事数学与天文学研究的中国帝王。康熙皇帝所学习和研究的主要是西方天文、数学方法。在他的要求下，宫廷中的传教士为他系统地讲解了西方几何学和代数学知识。通过康熙皇帝，传教士所讲授的部分知识在中国流传开来。17世纪中叶至18世纪初来华的传教士只专注于向康熙皇帝传授科学技术知识，很少和中国学者们联系。这样的局面令康熙皇帝和耶稣会士双方感到满意。因为，康熙皇帝由此成为唯一掌握西方天文、数学知识的中国人，这可以保证他对相关事务的绝对仲裁者的地位。据康熙皇帝所述，掌握西方天文、数学知识以裁决相关问题，是他学习数学的原动力。

康熙皇帝学习欧几里得几何学倾注了大量的心力。康熙皇帝虽然为了得到学术仲裁人的身份而日夜苦读，但他对儒家学术的理解却很难超过甚至达到自幼攻读经典的真正博学的儒家学者的水平。通过接触西方的数学天文知识使他发现了他能够超越国内学者和士大夫们的知识领域——天文、数学。这很可能是康熙皇帝学习欧洲天文、数学的另一个动机。

《几何原本》在中国得到介绍可以说是西方科学首次进入中国的标志。《几何

原本》由徐光启翻译。《几何原本》以其严密的逻辑推理和严谨的证明体系而著称，读者可以自己证明其中知识的真实性。利玛窦很可能想通过可以由学习者自己检验其真伪性的欧几里得几何学来体现一个无法被直接辩难的领域——天主教的可信性。据利玛窦叙述，徐光启译《几何原本》的初衷并不是介绍欧洲数学知识，而是想通过该书的出版使中国士大夫了解西方知识是有理论且经得起检验的，通过对几何理论的理解，让人们相信传教士们引入的其他知识，甚至天主教教义。在徐光启看来，利玛窦在宗教方面的学识是最为重要的，格物穷理之学为其学术中之小者，而象数之学，也即数学科学则只是格物穷理中之一种。徐光启翻译《几何原本》的目的是想由该书的确实可信的理论体系使读者相信利玛窦的学问都是如此可信的。这是该书的最大用途。可以说，徐光启翻译《几何原本》很大程度上是为了推动天主教在中国的传播服务的。

徐光启是为了扩大天主教的影响而传播科学的，当然，这并不意味着他要放弃儒家传统。他设想能够借助耶稣会士阐释的入世的天主教教义来补儒易佛，以拯救濒临崩溃的社会秩序。当时大部分信教的中国人很可能与徐光启有同样的希望。可惜的是，徐光启只翻译了《几何原本》的前六章，而《几何原本》一共十三章。过了差不多250年后，直到1857年，清朝数学家李善兰和一位叫伟烈亚力（Awylie）的英国人把《几何原本》的后半部译了出来。1865年，曾国藩将其与利玛窦、徐光启合译的前六章一起刊刻，《几何原本》终于有了完整的中译本。这期间发生了天翻地覆的变化，近代科学在欧洲诞生，工业革命在欧洲发生了，而中国故步自封，完全没有进步。

17世纪30年代以后，西方传教士在传教过程中，与中国信众产生了“中国礼仪之争”，要求中国教徒不得参与祀孔和祭祖活动。1704年，罗马教皇克莱芒十一世决定禁行中国礼仪，并派特使到中国宣布他的敕令。康熙皇帝敏感地意识到天主教与儒家传统之间所产生的不可调和的矛盾，并清楚地看出，如果不能较好地处理这一矛盾，则将为其政权的稳固带来灾难。康熙皇帝深知罗马教皇谕令可能在汉人士大夫中间激起反感情绪，他不能为了学习西学而背弃儒家传统。在这一关键时刻，他选择了儒家传统，与罗马教廷决裂并驱逐传教士是他唯一的选择。这标志着耶稣会士使康熙皇帝皈依天主教的努力彻底失败，并造成了西方知识传入中国的又一次中断。

19世纪中叶以前，可能只有康熙皇帝一人意识到西方世界对中国的威胁。他曾于1716年12月称：“海外如西洋等国，千百年后中国恐受其累。”100多年之后，康熙皇帝的预言变成了现实。1840年，鸦片战争的失败成为中国近代史上的一个转折点。^[13]

参考文献

- [1] 马奥尔. 勾股定理：悠悠4000年的故事. 冯速译. 北京：人民邮电出版社，2010. 52
- [2] 华莱士. 跳跃的无穷：无穷大简史. 胡凯衡译. 长沙：湖南科学技术出版社，2009. 35
- [3] 朱梧楸. 数学与无穷观的逻辑基础. 大连：大连理工大学出版社，2008. 203
- [4] 华莱士. 跳跃的无穷：无穷大简史. 胡凯衡译. 长沙：湖南科学技术出版社，2009. 85
- [5] 徐利治. 论无限：无限的数学与哲学. 大连：大连理工大学出版社，2008. 2
- [6] 张景中，彭翥成. 数学哲学. 北京：北京师范大学出版社，2010
- [7] 丹齐克. 数：科学的语言. 苏仲湘译. 上海：上海教育出版社，2000. 143
- [8] 马奥尔. 无穷之旅：关于无穷大的文化史. 王前，武学民，金敬红译. 上海：上海教育出版社，2000. 85
- [9] 克莱因. 西方文化中的数学. 张祖贵译. 上海：复旦大学出版社，2004. 397
- [10] 赫尔曼. 数学恩仇录. 范伟译. 上海：复旦大学出版社，2004. 167
- [11] 克莱因. 数学：确定性的丧失. 李宏魁译. 长沙：湖南科学技术出版社，2002. 203
- [12] 徐利治. 论无限：无限的数学与哲学. 大连：大连理工大学出版社，2008. 106
- [13] 田淼. 中国数学的西化进程. 济南：山东教育出版社，2005. 183, 93, 57, 95

运动的时空： 微积分思想

人们根深蒂固的静止时空观一直持续到17世纪，这其中的数学是常量数学。当运动和变化被引入数学之后，常量数学演化成了变量数学。静止的时空转向运动的时空。如果想推导出大量的宇宙定律，必须等待这样的时代：准备好在这方面的思想，产生诸如笛卡尔、伽利略、牛顿这样能开创、指引近代目的和方法的领袖。但也必须等待创立一个必不可少的工具——微积分，如果没有微积分，那么宇宙定律的推导也就不可能实现。微积分学是微分学和积分学的总称。微积分学这门学科在数学发展中的地位是十分重要的，可以说它是继欧氏几何后，全部数学中最大的一个创造。微积分产生需要三个不可或缺的条件：第一个是引入变化率的概念；第二个是建立具有普遍意义的微分和积分方法；第三个是确认微分与积分的互逆关系。



无穷小的复活

芝诺悖论促进了人们对数学基础的进一步思考和批判的态度。芝诺悖论像一把利剑，架在每个时代的科学家脖子上，芝诺悖论引发的关于无穷小、无穷大和连续的问题始终拷问着每个时代最杰出的大脑。无穷小观念的演变经历了漫长的过程，当逻辑不能够提供解决方法的时候，人们常常求助于直觉。直到19世纪，无穷小才最终被导数和积分的严格概念所取代。

微积分的起源可以追溯到古希腊的第一次数学危机时期。当时数学家在试图表达关于直线的比率或比例的直觉观点时遭到了逻辑困境，他们认为数是离散的，按照数的观点，迷迷糊糊地认为直线是连续的。这样一来，几乎立刻就涉及在逻辑上不够满意（但在直觉上很吸引人）的无穷小概念。然而，古希腊严密的思想却将无穷小排除在几何证明之外，并代之以穷竭法，这种方法可避开无穷小问题，但却十分麻烦。^[1]

古希腊的伟大科学家阿基米德应该算是无穷小分析的创始者，在求圆面积的穷竭法里，穷竭法对应于一种直觉观念，用人们头脑里的感觉世界图像来描述。我们知道现代极限的运算所根据的概念是，若两个变量的差可以使其为任意小，则这两个变量趋于相等，正是这个观念也构成穷竭法的基础。阿基米德当时已掌握了无限小分析的全部要素，因为近代分析学就是无限算法的理论，而无限算法实质上是基于极限的观念。

虽然阿基米德应该算是无限小分析的创始者，但极限的概念与“穷竭法”这

个观念在思维方法是完全不同的。极限定义的本质部分是无穷序列。无穷级数的极限概念对澄清芝诺悖论是必不可少的，但以阿基米德为代表的希腊数学家却把无限排除在他们的推理之外。在阿基米德的论证中，不允许把一个结论的逻辑正确性建立在一个无穷级数极限的数值概念基础上，而是用一个建立在严密几何穷竭法基础上的正确性代替。无穷小量方法、穷竭法和极限法让人感觉它们之间的区别只在于措辞的不同，而不是观念上的差异。这是因为在阿基米德的思维范式里，是“常量”的思维范式，而不是“变量”的思维范式，“穷竭法”是在静止的思维范式下产生的，而“极限”是基于运动的观念而产生的！由于没有“极限”这种运动的思维范式，阿基米德没能发展出牛顿和莱布尼茨的微积分，时间永远定格在古希腊。自阿基米德时代就有的“穷竭法”这个观念一直到魏尔斯特拉斯和康托尔的时代几乎没有变化。

就这样，在昏睡了一千多年之后，欧洲的思想摆脱了基督教的影响，无限问题就是最先复活的一个。无穷小，当时称之为不可分，被采用之后所引起的一系列危机，开启了分析数学的真正时代。伽利略是第一位区分不同“量级”无穷小的人。他说如果两个无穷小之比趋于零或无穷大，那么它们就具有不同的阶；如果两者之比是个非零的有限数，那么它们就同阶。这个思想就是，高阶无穷小是如此难以置信地小和快地趋于零，它们可以从一个方程里被忽略掉，因为它们对结果没有什么影响。这个思想对经典的微积分是至关重要的！

伽利略的这种对无穷小的区分，实际上是后来康托尔对无穷大进行计算的先声。伽利略是第一个把实无穷作为数学实体来看待的，这是具有现代意义的观点。

只有到了牛顿和莱布尼茨，在无穷小研究中涉及的过程，才构成了运算，并独立于任何几何和物理直觉。然而，这次无穷小的复活完全缺乏希腊人的批判的严格性。无论是发明无限大记号的华利斯、伯努利四兄弟、欧拉和达兰贝尔，还是牛顿和莱布尼茨，他们依其论证的实际需要随便将无限小当作常量或变量来处理，他们操纵无限序列，既无章法，又乏理由，他们用极限来变戏法。他们处理发散级数时就好像它也适用于收敛级数的一切规律，他们含糊地规定其术语，不严谨地应用其方法，而且论证中所用的逻辑只不过迎合自己的直觉。一句话，他们破坏了一切严格的规律，破坏了数学的体统。

总之，无穷小是微积分的根基。没有无穷小就没有微积分，没有弄清什么是

无穷小，就等于没有弄清什么是微积分！在数学史上很长一段时间，人们就把微积分学称为无穷小分析。

导数：探寻永恒的刹那

到了17世纪，有许多科学问题需要解决，归结起来，大约有四种主要类型的问题：第一类是研究运动的时候直接出现的运动学问题，主要是求瞬时速度的问题。第二类是求曲线的切线的问题，光学是17世纪的一门较重要的科学研究，比如透镜设计要考虑曲线的法线，也就是求切线的问题。第三类是求最值问题，生活和生产中遇到大量求最大值和最小值的问题。第四类问题是求曲线弧长、曲线围成的面积、曲面围成的体积、物体的重心等问题。这些问题也就成了促使微积分产生的时代背景。



图2.1 最著名的瞬时速度是飞机超音速的音爆现象。飞机速度接近音速的瞬间，俗称为音障（Sound Barrier）。在突破音障时，由于机身对空气的压缩无法迅速传播，逐渐在飞机的迎风面积累而形成激波面。在激波面上，声学能量高度集中，会让人感受到短暂而极其强烈的爆炸声，还会伴随音爆云。

这些问题都与一个特殊的困难有关：变量的瞬时变化率。我们知道，速度就是距离与时间之比的变化率，即速度是位置的变化率。在处理变量，也就是连续变化的量时，必须将变化（change）和变化率（rate of change）两者区分开。变量的变化率，强调的是它们正在变化的这一事实。在变量的变化率中，我们还必须将下面两个概念区分开：平均变化率和瞬时变化率。你可能会想到芝诺悖论的飞矢不动说，在一个瞬间，没有这样的速度，因为在一瞬间没有消耗时间，因此不可能有运动。真实情况是，比如每个驾驶汽车的人，在每个瞬间都有一个真实的速度，这是确定无疑的。一般情况下，使用平均速度这一概念就可以了，但当物体以变速

运动时，首先就产生了处理瞬间速度的问题。平均速度人们很容易理解，即距离除以时间。但是，人们也清楚地知道，用求平均速度的方法，得不到瞬时速度，因为在一瞬间，物体运动的距离是零，所花的时间也是零，而零除以零是没有意义的。所以，必须找到一种非同寻常的方法，才能成功定义和计算出瞬间速度。当时的科学家们缺乏对瞬时速度的精确清楚的认识，除此之外，也缺乏计算瞬时速度的方法。

人们早已意识到，客观世界的一切事物，小至粒子，大至宇宙，始终都在运动 and 变化着，因此在数学中引入了变量的概念后，就有可能把运动现象用数学来加以描述了。人们发现，瞬间速度是，当时间间隔趋于零时，平均速度所趋近的那个数值。这样，人们注意到了，瞬时速度不是由距离除以时间的商来定义的，而是引入了平均速度趋近一个数值的思想。人们通过把定义和计算瞬时速度的方法推而广之，可以利用计算在某一时刻的距离与时间变化率相同的数学过程，去计算一个变量对另一个变量的变化率。例如，距离对时间的瞬时变化率是速度，速度对时间的瞬时变化率是加速度。牛顿第二运动定律是物理学中最基本的研究基础，就是一个关于变化率的问题。其内容是：作用于一个物体上的力，等于物体的质量乘以物体运动的加速度。当力已知时，这条定律就成了关于加速度，即关于速度对时间变化率的命题。与瞬时变化率有关的表达式，通常写成方程的形式，它们被称为微分方程。正是通过求解一个著名的微分方程，牛顿很轻易地推导出了开普勒定律。

当时，为了处理瞬时速度概念，数学家们已经将空间和时间理想化，正是通过这种理想化，数学不仅仅产生了一个瞬时速度的概念，而且给出了公式，一个变量对另一个变量的瞬时变化率称为导数。导数的概念可以由这样一个物理概念提出：某段无穷小时间内的速度。导数的本质即瞬时

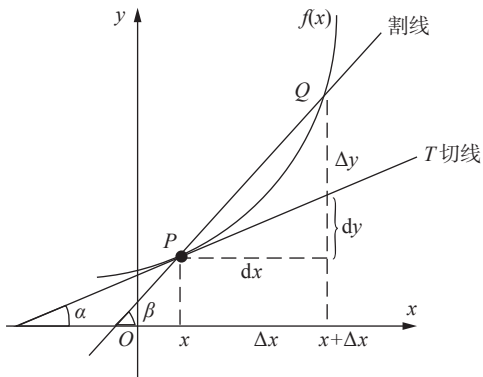


图2.2 导数的几何意义：割线PQ的斜率为平均变化率，当自变量的 Δx 趋于零时的平均变化率即为P点的瞬时速度，即过该点切线PT的斜率。割线PQ的斜率 $\text{tg}\beta = \Delta y / \Delta x$ ；切线PT的斜率 $\text{tg}\alpha = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ 。

变化率，而瞬时变化率是增量的极限。导数的概念在其发展历史上，是夹在速度这个科学上的现象和运动这个哲学上的纯理性概念之间发展的。导数的几何意义体现在曲线上的割线运动，而割线运动时也有一个平均变化率，当对这个平均变化率取极限时，割线就变成了切线，这时割线的平均变化率就是割线与切线重合时的瞬时“速度”，也就是切线的斜率。所以，导数的几何意义就是曲线在某一点的切线的斜率。

刚接触微积分的人会发现，自己的想象力和直觉被局限于瞬间、点和在某个时刻的速度这些抽象概念之中了。19世纪初，导数概念成为基本原理，随着对数和连续性的严格定义，到19世纪后半叶，一个坚实的基础就此完成。为了对连续性的模糊、本能的感觉做出解释，数学家们付出了2500年的努力，最后终于凭借精确的概念达到顶峰，而这些概念的逻辑性定义却表现了超越知觉经验世界的推断。直觉，或者对表面缺乏足够表达的少许经验修定的直接认识，由于深思熟虑研究的结果，终于让位于严格定义的抽象精神概念，科学和数学已经发现后者是有助于思想简洁的宝贵工具。^[2]

微积分可以定义为这样一门学科，它处理的是一个变量对另一个相关变量的瞬时变化率概念，这个概念具有各种各样的应用。它可以使我们定义、计算成千上万种具有重要意义、有用的一个变量相对于另一个与其数值有关的变量的变化率。

17世纪下半叶，在前人工作的基础上，英国的牛顿和德国的莱布尼茨分别在自己的国度里独自研究和完成了微积分的创立工作。虽然这只是初步的工作，但他们的最大功绩是把两个貌似毫不相关的问题联系在一起，一个是切线问题（微分学的中心问题），一个是求积问题（积分学的中心问题）。

从距离（作为时间的函数）求瞬时速度的问题以及它的逆问题，不久就被看出是计算一个变量对另一个变量的变化率的问题以及它的逆问题的特例。假定给出了一个变量对另一个变量的变化率，那么反过来，求出关于这两个变量公式的逆过程会发生什么呢？这就是牛顿和莱布尼茨的惊天大发现：微积分基本原理。

牛顿的物理直觉：消失的“瞬”

第一个有效解决一般变化率问题的是牛顿。牛顿在研究经典力学规律和万有

引力定律时，遇到了一些无法解决的数学问题。这些数学问题用欧几里得几何学和16世纪的代数学是无法解决的，因此牛顿着手研究新的求曲率、面积、曲线的长度、重心、最大最小值等问题的方法——流数法。

在17世纪中期，计算曲线下的面积是一个热门的话题。英语中“积分”的含义就是求面积。1669年，牛顿通过研究任意一条曲线下的面积发现，原来面积的变化率正是曲线本身，即通过求曲线下面积的变化率的逆过程，可以得到曲线下的面积。在《运用无穷多项方程的分析学》这本小册子里，

牛顿不仅给出了求一个变量对于另一个变量的瞬时变化率的普遍方法，而且证明了面积可以由求变化率的逆过程得到。面积是用无穷小面积的和来表示的，牛顿证明了这样的和能由求变化率的逆过程得到（更精确地说，和的极限能够由反微分得到）。这个事实就是我们现在所讲的微积分基本定理。他认为变量是连续运动产生的，他把变量叫作流，变量的变化率叫作流数。牛顿更清楚地陈述了微积分的基本问题：已知两个流之间的关系，求它们流数之间的关系，以及它的逆问题。这里“牛顿使用的是无穷小方法，把变量的无限小增量叫作‘瞬’，瞬是无穷小量，是不可分量，或是微元，牛顿通过舍弃‘瞬’求得变化率”。^[3]

牛顿的微积分原理的实质可用运动的例子来说明。运动正是微积分第一个得以应用的问题，静止被认为是无穷的逼近。牛顿当时有了一个新的思想，一个变化的思想，即变量的数学。而且，他已经领悟到了数列的极限的思想。牛顿的思想是这样提出来的：假定有一条曲线，曲线与坐标轴及直线 $x = x$ 围成的面积为 Z （图2.3）， Z 是 x 的函数， $Z = ax^m$ 。其中 m 是整数或分数。给 x 一个无限小的增量 o ，称为 x 的瞬（moment），相应的面积 Z 也有一个无限小的增量 oy ，于是 $Z + oy = a(x + o)^m$ 。将右端用牛顿二项式展开（二项式展开也是牛顿发明的），略去含 o

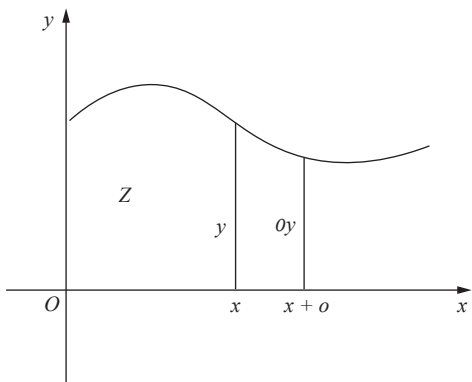


图2.3 给 x 一个无限小的增量 o ，称为 x 的瞬（moment），面积 Z 相应也有一个无限小的增量 oy 。1669年，牛顿通过研究任意一条曲线下的面积发现，原来面积的变化率正是曲线本身，即通过求曲线下面积的变化率的逆过程，可以得到曲线下的面积。

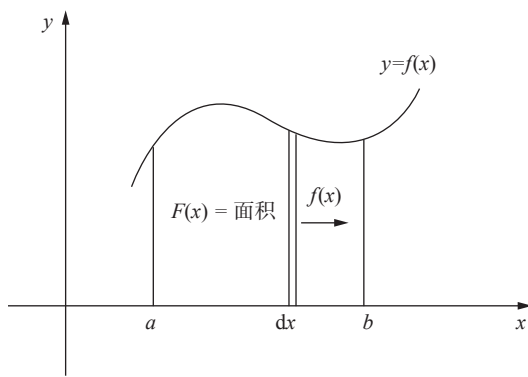


图2.4 过去被看成无限小面积之和的面积能够通过一点的变化率由微分（求导数）的逆过程得到，这一事实就是我们现在所说的微积分基本定理。曲线方程 $y=f(x)$ ；曲线下面积 $F(x)=\int f(x)dx$ ；面积 $F(x)$ 的变化率（导数=切线的斜率，即曲线函数本身） $F'(x)=f(x)$ ；所以，微积分基本定理： $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ 。

换言之，以导数作为基本概念来定义积分。第二点，他证明了过去被看成无限小面积之和的面积能够通过一点的变化率由微分（求导数）的逆过程得到，这一事实就是我们现在所说的微积分基本定理。

实际上，在牛顿之前，伽利略已经看到在速度-时间的图形下的面积就是距离。因为距离的变化率必定是速度，所以如果把面积看作“和”，它的变化率必定是面积函数的导数。但是，包括牛顿的教师、数学家巴罗和法国大数学家费马在内的一些顶级数学家，没能看到这个特例中所包含的放之四海而皆准的普遍意义。

牛顿在流数中所提出的中心问题是：已知连续运动的路径，求给定时刻的速度（微分法）；已知运动的速度求给定时间内经过的路程（积分法）。牛顿的微积分用了一个由瞬时组成的时间的概念，这些瞬时就好像实数系里的数那样“汇集在一起”。牛顿对微积分的探讨，用了可以说是无穷小的方法，瞬是无限小的量，不可分的量，或者是微元。但是，牛顿的这种方法中有一个重要的逻辑问题：瞬是什么！他说瞬是一个无限小量，不可分的量，但什么叫“无限小”是没有定义的。而且，他在前面所述的计算中用瞬 o 去除一个等式的两边，这显然就是说它不为零；可接着，他又略去了含 o 的所有的项，这又把瞬看作零。在同一

的各项，得到 $y = amx^{m-1}$ 。这就是说，面积 Z 在任意点 x 的变化率即曲线在 x 处的 y 值。反过来，如果曲线是 $y = amx^{m-1}$ ，那么，由它与坐标轴和 $x = x$ 围成的面积就是 $Z = ax^m$ 。显然，这一方法正着用就是求导数，反着用就是求积分。

牛顿提出的这种思想有两个新的内容，第一个是通过考虑在 x 点处的面积的瞬时增量得出面积的表达式，而不采取过去的那种用无限小面积之和来求面积的表达式的方法，也就是说，牛顿把确定变化率作为基本的步骤，换

个运算中瞬既是零又不是零，显然在逻辑上是说不通的。牛顿本人也觉察到这一点，他说他提供的方法“与其说是精确的证明，不如说是简短的说明”。后来，他又多次改进自己的方法，不过始终未能解决这个逻辑问题，这为第二次数学危机埋下了伏笔。

牛顿在他的《流数法和无穷级数》这本书里指出，变量是由点、线、面的连续运动产生的，否定了以前自己认为的变量是无穷小元素的静止集合。在深入研究的过程中，牛顿还提出一系列新的思想观念和方法，例如“连续”的观念。牛顿认为变量是由点、线和面的连续运动产生的，而不是他早期所说的无穷小元素的静止的集合。他把连续变量叫作“流”（fluent），把流量的变化率叫作“流数”（fluxion），也就是现在的导数。这样，微积分的基本问题就是：已知两个流之间的关系，求它们的流数之间的关系，以及其逆问题。牛顿用 o 表示“无穷小的时间间隔”，认为变量是随时间变化的。

牛顿在他的第三篇微积分论文《求曲边形的面积》中，已经引出了导数的概念，而且把考察对象由两个变量构成的方程转向关于一个变量的函数。在书中，牛顿没有把无穷小量引入微积分。他在序言中明确指出：“数学的量并不是由非常小的部分组成的，而是用连续的运动来描述的。直线不是一部分一部分地连接，而是由点的连续运动画出的，因而是这样生成的；面是由线的运动，体是由面的运动，角是由边的旋转，时间段落是由连续的流动生成的。”在这种“动点成线，动线成面，动面成体”的思想指导下，牛顿放弃了无穷小的概念，代之以最初比和最后比的概念。牛顿提出“连续”运动的思想而使一个量小到“比任何一个指定的量都小”的思想是极其深刻的。

牛顿对运动的认识在圆中的体现就是，古代求圆面积的穷竭法，可看作一串数列（面积）的运动变化，而这种数列（面积）运动变化的最终结果一定是我们所求的圆面积，或称数列的极限。这是牛顿发现微积分的一个重要思想突破。他通过向穷竭法中注入运动的思想，概括了无穷的逼近最终将会得到最精确的面积，把无穷的概念发展到了极限。牛顿在他的名著《自然哲学之数学原理》一书中，明确表述了他的极限思想。他说：“量消失时的最后的比，不真的是最后量的比，而是无止境减少的量的比必定向之收敛的极限，比值可以小于任何给定的差向该极限趋近，绝不会超过，实际上也不会到达，直到这些量无限减少。……我

论及最小的、将消失的，或最后的量，读者不要以为是在指确定大小的量，而是指做无止境减小的量。”^[4]

牛顿不仅把圆面积的数列思想发展出来，同时还把这一思想放在坐标体系当中。16世纪笛卡尔发明了坐标系，利用坐标可以把代数和几何结合起来，发展出解析几何，代数的几何化以及几何的代数化，一元二次方程或者一个方程两个未知数。把代数方程几何化后，就可以在坐标中呈现出直观的曲线族（直线族）。那时在求曲线的过程中，发现一个很重要的问题，也是人们当时求圆面积外切多边形的時候找切线，结果发现所求对应的切线，正是一个直角三角形两直角边的比值。一个比值的极限，就变成了切线。在初等数学当中，牛顿发现了微分的思想。零分之零是不定形。从抽象的角度来讲，这种不定形是看不见的，但在具体问题当中，这种微分是存在的。所以后来就有人把其理论化，变成了19世纪的柯西极限准则。该准则专门研究存在极限的数列本身有什么特点。但在我们学习极限的过程中，给人造成一种错觉，好像是研究极限要先了解柯西准则，而实际上在数学历史长河中，人们是先认识了极限才总结出了准则。

牛顿是在其力学研究中得到这些数学成果的，它们明显带有力学的痕迹。他在对天体力学研究中还开创了微分方程的研究。牛顿应用其流数法解决了诸如二体引力、瞬时速度、曲线的切线、函数的极大值和极小值、曲线的长度和曲线围成的面积等。所以，牛顿综合、概括了当时的研究成果。1687年，牛顿发表了它的划时代的科学名著《自然哲学之数学原理》并在书中进一步总结了微积分、万有引力定律和牛顿运动三大定律，这三大定律确实纠正了毕达哥拉斯以来很多错误的概念。他所提出的绝对时间和绝对空间，以及运动变化的思想，是对凝固不变的二维空间思考方法的一个重大挑战，使人类对时空观的认识从平面进入立体空间这样一个崭新的抽象思维领域。

牛顿的创造和发现代表了人类智力成果的最高成就。牛顿在西方思想史上具有举足轻重的地位，爱因斯坦曾充满敬意地说：“牛顿……你所发现的道路在你的那个时代是一位具有最高思维能力和创造能力的人所发现的唯一道路，你所创造的概念即使在今天仍然指导着我们的物理学思想。”

莱布尼茨的几何直觉：消失的“三角形”

与牛顿同时，德国的莱布尼茨（1646—1716）也独立地建立了微积分理论。莱布尼茨是一个博学多才的学者。他的微积分思想最初来源于对和、差可逆性的研究，洞察到和与差之间的互逆性，正与依赖于坐标之差的切线问题及依赖于坐标之和的求积问题的互逆性相一致。他是从求曲线的切线和求曲边梯形面积着手研究的。他注意到求曲线的切线时需要确定曲线的纵坐标之差和横坐标之差的比，而求曲边梯形的面积则要确定曲线的纵坐标之和。他最先认识到，作为求和过程的积分是微分的逆。牛顿已用反微分求面积，莱布尼茨则第一次正确地表述了求和与微分的关系。莱布尼茨还创造了现在通用的微分和积分符号，提出了主要的求导法则等。

莱布尼茨的微积分创造始于研究“切线问题”和“求积问题”，他从微分三角形认识到：求曲线的切线依赖于纵坐标之差与横坐标之差的比值；求曲边图形的面积则依赖于在横坐标的无限小区间上的纵坐标之和或无限薄的矩形之和。莱布尼茨认识到求和与求差运算是可逆的。莱布尼茨用无穷小的思想给出了微积分的基本定理。

对于当时数学界密切关注的切线问题和求积问题，莱布尼茨在前人的基础上提出了一个普遍方法。这个方法的核心是特征三角形（characteristic triangle）。对微分三角形的研究，使他意识到求切线和求积问题是一对互逆的问题。莱布尼茨通过研究特征三角形，越来越强烈地意识到，微分（主要是导数、求切线）与积分（求和）必定是相反的过程。在1675年10月29日的手稿中，他就提到面积被微分时必定给出长度，开始探讨“ \int ”的运算（积分）和“ d ”的运算（微分）之间的关系，认识到要从 y 回到 dy ，必须做出 y 的微差或者取 y 的微分。经过这种不充分的讨论，他断定一个事实：作为求和过程的积分是微分的逆。这样，莱布尼茨第一个表达出求和（积分）与微分之间的互逆关系。

莱布尼茨建立了由 dx 、 dy 和 PQ （弦）组成的特征三角形，如图2.5，其中 dx 、 dy 的意义是这样的：用 dx 表示相邻的序数之差， dy 表示两个相邻项值之差，然后在数列项的顺序中插入若干 dx 、 dy ，于是过渡到了任意函数的 dx 、 dy 。特征三角形的两条边就是任意函数的 dx 、 dy ；而 PQ 则是“ P 和 Q 之间的曲线，而且是 T 点的

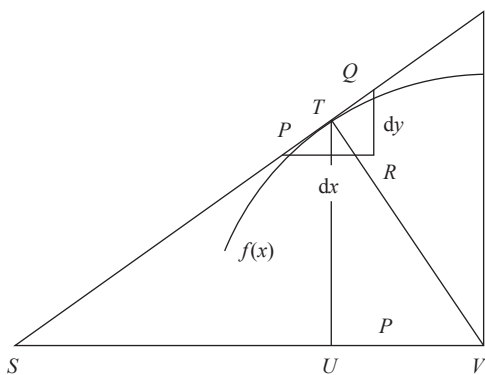


图2.5 特征三角形。通过考虑图中 $\triangle PQR$ 和 $\triangle STU$ ，发现 $\triangle PQR \sim \triangle STU$ ，从而有 $dy/dx = TU/SU$ 。也就是说，曲线 $f(x)$ 上过 T 点的切线的斜率是 dy/dx ，刚好是曲线函数本身。

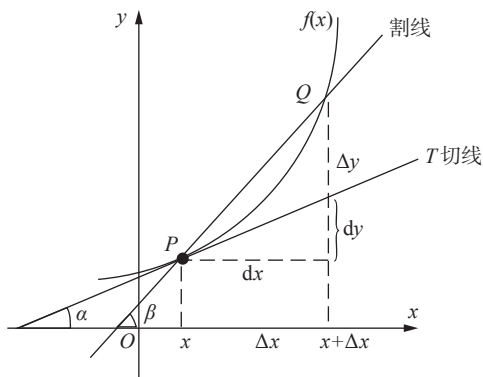


图2.6 从这张图得出导数的定义 $f'(x) = \frac{dy}{dx}$ ，而 dx 和 dy 被称为 x 和 y 的微分，都为无穷小量，所以导数也被莱布尼茨称为微商（微分之商）。

切线的一部分”， T 是曲线 $y=f(x)$ 上的一点， dx ， dy 分别是横坐标、纵坐标的差值。^[5]

利用这个特征三角形，他很快就意识到两个问题：求曲线的切线，依赖于纵坐标的差值 dy 与横坐标的差值 dx ，当这些差值变成无限小时之比；而求曲线下的面积，则依赖于无限小区间上的纵坐标之和（即宽度为无限小的矩形面积之和），并看到了这两类问题的互逆性。莱布尼茨在给洛必达的一封信中总结说：“求切线不过是求差，求积不过是求和。”

（1）曲线的切线依赖于纵坐标的差值与横坐标的差值（当这些差值变成无穷小时）之比。通过考虑图中 $\triangle PQR$ 和 $\triangle STU$ ，发现 $\triangle PQR \sim \triangle STU$ ，从而有 $dy/dx = TU/SU$ 。也就是说，曲线 $f(x)$ 上过 T 点的切线的斜率是 dy/dx ，刚好是曲线函数本身。莱布尼茨在论文中对微分下的定义是：“横坐标 x 的微分 dx 是一个任意量，而纵坐标 y 的微分 dy 则可以定义为它与 dx 之比等于纵

坐标与次切线之比的那个量。” y 与次切线之比就是切线的斜率，该定义与现代的导数定义一致。但是，莱布尼茨并没有解释特征三角形在 dx 趋于无限小时，“消失”到哪里去了，只是理所当然地让特征三角形“消失”。

（2）求积（面积）依赖于横坐标的无限小区间的纵坐标之和或无限窄矩形之和。他就计算矩形的和并说能忽略剩余的“三角形，因为它们同矩形相比是无穷小……因此在他的微积分中，用 $\int ydx$ 表示面积……”。

莱布尼茨深刻地认识到和与差的互逆关系，求切线不过是求差，求积不过是求和。他说：“作为求和过程的积分是微分的逆。”莱布尼茨于1675—1676年给出了微积分基本定理，后来又称为牛顿-莱布尼茨公式。积分和微分是互逆的，积分就是微分的逆运算。在牛顿和莱布尼茨之前的很多数学大家，他们多数是因为没有注意到微分和积分的互逆性质而和“发现微积分”无缘。

1684年，莱布尼茨首次发表了现在世界上认为是最早的微积分文献，这篇文章有一个很长的名字《一种求极大极小和切线的新方法，它也适用于分式和无理量，以及这种新方法的奇妙类型的计算》。这篇文献是他自1673年以来的微积分研究的概括与成果，就是这样一篇说理也颇含糊的文章，却有划时代的意义，因为它含有现代的微分符号和基本微分法则。其中定义了微分，广泛地采用了微分符号 dx ， dy ，还给出了和、差、积、商及乘幂的微分法则；同时包括了微分法在求切线、极大值、极小值及拐点方面的应用。但是，在这篇文章中， dx ， dy 的意义仍然是不清楚的。两年后，莱布尼茨又发表了一篇积分学论文《深奥的几何与不变量及其无限的分析》，其中首次使用积分符号“ \int ”，他所创设的微积分符号，远远优于牛顿的符号，这对微积分的发展有极大的影响。现在我们使用的微积分通用符号就是当时莱布尼茨精心选用的，他是历史上最伟大的符号学者之一。在这篇文章中，他初步论述了积分（或求积）问题与微分求切线问题的互逆问题，即今天大家熟知的牛顿-莱布尼茨公式：

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

莱布尼茨时代，正是中国的清朝时期，莱布尼茨曾经通过传教士，建议康熙皇帝在北京建立科学院，但他的建议没有被当时的清朝政府采纳。康乾盛世中，

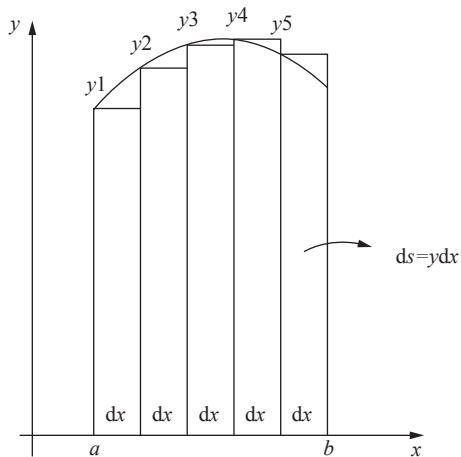


图2.7 Δx 变得比任何正实数都小，被称为无穷小量，记作 dx ，即 x 的微分。微小的面积 $ds = ydx$ ，使得 $y_1dx + y_2dx + y_3dx + \dots$ 就等于曲线下的面积，即 $S = \int ydx$ 。而面积的变化率刚好是函数本身。

中国的科学技术跟欧洲相比处于停滞状态，落后是全方位的。欧洲爆炸性发展之后必然向全世界扩张，因此鸦片战争也就不可避免。

牛顿-莱布尼茨公式：小心求证与大胆假设

从本质上看，牛顿与莱布尼茨的微积分并没有根本的区别。牛顿和莱布尼茨建立微积分的出发点是直观的无穷小量，因此这门学科早期也被称为无穷小分析，这正是现在数学中分析学这一大分支名称的来源。牛顿和莱布尼茨之前，微分和积分作为两种数学运算、两类数学问题，是分别被加以研究的。一些知名数学家得到了一系列求面积（积分）、求切线斜率（导数）的重要结果，但这些结果是孤立、不连贯的。虽然他们已开始考虑微分和积分之间的关系，但只有莱布尼茨和牛顿（各自独立地）将微分和积分真正沟通起来，明确地找到了两者内在的直接联系：微分和积分是互逆的两种运算。而这正是建立微积分学的关键所在。

在创立微积分方面，莱布尼茨与牛顿功绩相当。他们各自独立地发现了微积分基本定理，并建立起一套有效的微分和积分算法；他们都把微积分作为一种适用于一般函数的普遍方法；都把微积分从几何形式中解脱出来，采用了代数方法和记号，从而扩展了它的应用范围；都把面积、体积及以前作为和来处理的问题归结到积分（反微分）。这样，四个主要问题，即速度、切线、极值、求和，便全部归结为微分和积分。

牛顿研究微积分着重于从运动学来考虑，莱布尼茨却是侧重于几何学考虑的。牛顿是从 x 和 y 的无穷小增量之比出发作为求流数或导数的手段，他是从流的变化率来考虑的，这里实际要用到无穷小增量之比的极限。但是，牛顿并没有清晰地定义极限概念，所以产生了一系列问题。而莱布尼茨则直接用 x 和 y 的无穷小量（即现代的微分）求出它们的关系。这个差别反映了牛顿的物理方向。牛顿是从力学应用着手的，变化率源于速度、加速度等力学问题的要求。牛顿的微积分明显带着从力学脱胎而来的物理模型的痕迹，以机械运动的数学模型出现，其中的基本概念，如初生量、消失量、瞬、最初比和最后比等概念都来自机械运动，是机械运动瞬间状态的数学抽象。他建立微积分的目的是为了解决特殊问题，强调的是能推广的具体结果。莱布尼茨是一个哲学家，他的无穷小量（微分）的思

想与他的哲学单子（物质的最终的微粒）论观点是一脉相承的。关于积分的理解，他们两个人也各有侧重。牛顿把“流”定义为给定的流数所由生成的量，或者说是流数的逆，实际上是以导数为基础的，他以求导过程及其逆来解决各种问题。莱布尼茨则主要从求和出发，所以他的重点是定积分，而牛顿重点研究的是不定积分。莱布尼茨在符号的选择上花费了大量的时间，发明了一套富有提示性的符号系统。他把sum（和）的第一个字母S拉长表示积分，用 dx 表示 x 的微分，这套简明易懂又便于使用的符号一直沿用至今。

牛顿创立微积分要比莱布尼茨早10年左右，但是莱布尼茨却比牛顿早3年发表微积分著作，这导致两位伟大的科学家之间就微积分发明的优先权产生了激烈的争论。

牛顿是“小心求证”，莱布尼茨是“大胆假设”。牛顿是经验的、具体的和谨慎的；而莱布尼茨是敢想敢干、大胆张扬。牛顿认为微积分是纯几何的自然延伸，关心的是微积分在物理学中的应用。而莱布尼茨关心的是广泛意义下的微积分，力求创造建立微积分的完善体系。他富于想象，喜欢推广，大胆而且有思辨性，所以毫不犹豫地宣布了新学科的诞生。

微积分对人类认识自然做出了巨大的贡献，解决了很多实际问题，对科学、历史和人类发展也起了重大的推进作用。但是，我们不能就此认为微积分思想是永世不变的认识方法。

无论是经典的欧几里得几何，还是上古和中世纪的代数学，都是一种常量数学，微积分才是真正的变量数学，是数学中的大革命。微积分是高等数学的主要分支，不只是局限在解决力学中的变速问题，它驰骋在近代和现代科学技术园地里，建立了数不清的丰功伟绩。

微积分学的创立，极大地推动了数学的发展。微积分的方法在解决实际问题中非常有效，过去很多初等数学束手无策的问题，运用微积分，往往迎刃而解，显示出微积分学的非凡威力。微积分直接导致了物理定律伟大的现代解释，即用微分方程来描述物理定律。应该指出，和历史上任何一项重大理论的完成都要经历一段时间一样，牛顿和莱布尼茨的工作也都是很不完善的。他们在无穷和无穷小量这个问题上说法不一，十分含糊。牛顿的最初比和最后比的比值，有时候是零，有时候不是零而是有限的小量；莱布尼茨也不能对特征三角形如何变成无限

小自圆其说。这些基础方面的缺陷，最终导致了第二次数学危机的产生。

第二次数学危机：捕捉“无穷小的幽灵”

微积分诞生后，由于推敲微积分的理论基础问题，数学界出现混乱局面，即第二次数学危机。今天我们说，依定义，一个运动点在某个时刻的瞬时速度，就是其平均速度当此段时间无穷减少时的极限值。在牛顿时代，人们是没有“极限”这样的思想和概念的。牛顿虽然在计算上非常正确，但解释微积分的数学基础时含混不清。

牛顿在一些典型的推导过程中，第一步用了无穷小量做分母进行除法，当然无穷小量不能为零，第二步又把无穷小量看作零，去掉那些包含它的项，从而得到所要的公式。在力学和几何学的应用证明了这些公式是正确的，但它的数学推导过程却在逻辑上自相矛盾。牛顿在其名著《自然哲学之数学原理》中这样为无穷小概念辩护：“可能会有人反对，认为不存在将趋于零的量的最后比值，因为在量消失之前，比率总不是最后的，而在它们消失之时，比率也没有了。但根据同样的理由，我们也可以说物体达到某一处所并在那里停止，也没有最后速度，在它到达前，速度不是最后速度，而在它到达时，速度没有了。回答很简单，最后速度意味着物体以该速度运动着，既不是在它到达其最后处所并终止运动之前，也不是在其后，而是在它到达的一瞬间。”^[6]

这里问题的焦点是：无穷小量是零还是非零？如果是零，怎么能用它做除数？如果不是零，又怎么能把包含着无穷小量的那些项去掉呢？果然不出牛顿所料，因为这点，流率理论遭到各种反对，其中最有名的是英国著名的哲学家贝克莱大主教（Bishop Berkeley, 1685—1753）。

贝克莱大主教认为牛顿的绝对时空观排除了上帝存在的可能性，因而属于无神论。贝克莱仔细研究了牛顿的无穷小和极限概念，他对无限小学说加以深入的分析，揭露出许多不严格的推理、含糊的陈述和触目的矛盾，指出了它们在数学上没有足够的理论基础，甚至是荒谬的。贝克莱发表了论文《分析者：对不信教的数学家的谈话》，针对牛顿的流率说：“这些流率又是什么呢？是瞬息即逝的增量的速度，然而这些瞬息增量又是什么呢？既不是有限的量，又不是无限小的

量，也不是无，我们能不能把它们叫作消失数量的鬼魂呢？”

贝克莱的质疑可以表述为“无穷小量是否为零”的问题，即无穷小量对当时的实际应用而言，它必须既是零，又不是零。但是，从形式逻辑上来看，这无疑是一个矛盾，由此引发了当时数学界的混乱。贝克莱所攻击的不仅是语言上欠缺明晰性，而是芝诺早就指出的：新的方法不能满足我们那种不间断的、不可分的、无所谓各个部分的关于连续的直觉观念，因为任何想把这种连续分成各个部分的企图，其结果都将破坏所要分析的真正性质。

把瞬时速度说成是无穷小时间内所走的无穷小的距离与无穷小时间之比，即“时间微分”与“距离微分”之比，是牛顿的一个含糊不清的表达。其实，牛顿也曾在著作中明确指出过，所谓“最终的比”，不是“最终的量”比，而是比所趋近的极限。最终的比，牛顿又叫它流率，这个比即牛顿所谓的本初比。流率就是一个变量，如长度、面积、体积、压力等的变化率。但是，他既没有清除另一些模糊不清的陈述，也没有严格界定极限的含义。牛顿的理论一面论的是连续量，一面又假设了时间和空间的无限可分性。他说的是一种流，而论这个流时又把它当作一系列微小的跳跃。针对贝克莱的攻击，牛顿和莱布尼茨和其后100年间的数学家曾经试图完善自己的理论来解决，但都没有获得成功。这使他们陷入了异常尴尬的境地：一方面微积分在实际应用中大获全胜，一方面自己却存在着逻辑矛盾。这就是数学史上的第二次数学危机。

贝克莱主教引发的一种与芝诺悖论给古希腊数学所带来的同类型的危机，某种程度上是更严重的危机，极大地推动了数学家们寻找数学的逻辑严密基础。此后数十年间产生了巨大的变化，如本初比、最终比、新生状态、开始、流质、流率等字眼都舍弃不用了，不可分变成现在的无限小，而无限小只不过是一个趋于极限零的变量而已，整个问题都缓慢而稳步地为极限这个中心观念所主宰了。正是第二次数学危机的爆发，开启了解决两千年来芝诺悖论所带来的数学基础问题，而微积分迈出了坚实的一步。

消灭无穷小：极限理论

微积分的核心概念是导数，前文提到导数的本质即为瞬时变化率，而瞬时变

化率是增量的极限。尽管牛顿、莱布尼茨在微积分技术方面做出了具有伟大意义的开创性工作，但他们在为这门学科确定严格的基础方面却没有贡献，特别是对极限的严格定义方面模糊不清。极限理论是微积分的基础，是最重要的基础，然而也是最后才得到完善的。在数学史上，极限思想的根源起初是从寻找圆的面积当中获得启发的，极限概念从希腊的穷竭法开始逐渐发展。极限的概念在数学分析中大受欢迎的原因之一就是，它和古老的潜无穷思想符合得非常好。虽然极限概念的轮廓早在古代便已出现，但这个概念的严格阐述在19世纪之前还没有完成。

在数学史上，极限概念缺少精确的表达形式，因为它是建立在几何直觉基础之上的。微分和积分的思想在古代就已经产生了。公元前3世纪，古希腊的阿基米德在研究解决抛物弓形的面积、球和球冠面积、螺线下面积和旋转双曲体的体积的问题中，就隐含着近代积分学的思想。对作为微分学基础的极限理论来说，早在古代就有比较清楚的论述。比如，我国的庄周所著的《庄子》一书的“天下篇”中，记有“一尺之棰，日取其半，万世不竭”。三国时期的刘徽在他的割圆术中提到“割之弥细，所失弥小，割之又割，以至于不可割，则与圆周和体而无所失矣”。这些都是朴素的，也是很典型的极限概念。但是，希腊人从未试图把曲线定义为被内接或者外接图形不断趋近的终点或者极限，“极限”的概念需要运动的思维范式！

在18世纪时，数学家达朗贝尔曾批评牛顿用速度来解释导数，因为某一瞬时速度并没有清楚的概念，而且这里还引入了一个非数学的运动概念。达朗贝尔在为《百科全书》所撰写的条目“极限”中，明确认为：当一个量以小于任何给定的量逼近另一个量时，可以说后者是前者的极限，尽管前者绝不会超过后者……

直到19世纪初，法国伟大的数学家柯西（1789—1857）揭开了数学严格化运动的序幕，并产生了深远的影响。他成功地表达出了正确的极限概念，提出了一系列关于极限的定理来证明微积分的合理性。极限理论成为微分学真正形而上学的基础。柯西决定在数的基础上建立微积分逻辑，而不是在几何学的基础上。柯西明智地把微积分建立在极限的概念上。柯西在其《分析教程》中给出极限定义时，使这个概念脱离在所有与几何图形或者几何量相关之外。他说：“如果一个变量的连串值无限地趋向一个固定量，使之最后与后者之差可任意地小，那么最后这个固定值就被称为所有其他值的极限。”^[7]

极限成了清楚而确定的算术概念而非几何概念。他小心翼翼地定义和建立起微积分的基本概念：函数、极限、连续、导数和积分。柯西认为把无穷小量作为确定的量，即使是零，都说不过去，它会与极限的定义发生矛盾。在极限这个算术定义基础上，柯西接下来继续定义那个难以捉摸的术语——无穷小。无穷小量应该是要怎样小就怎样小的量，因此本质上它是变量，而且是以零为极限的量。柯西认为：“如果一个变化量的数值无限减少，以至于朝着极限零收敛，那么这个量就成为无穷小了。”^[8]至此，柯西澄清了前人的无穷小的概念。微积分的发展从此进入一个新的阶段。

极限概念揭示了变量与常量、无限与有限的对立统一关系。从极限的观点看来，无穷小量不过是极限为零的变量。这就是说，在变化的过程中，它的值可以是“非零”，但它变化的趋向是“零”，可以无限地接近于“零”。在早期的微积分中，对于无穷小量的认识，带有形象直观的局限性，没有极限的明确概念，因此不能认识它与有限的辩证关系，时而把它看作一个固定的有限的很小的量；时而把它看成孤立的似零非零的“无穷小”。总之，不能从变化趋向上说明它与“零”的内在联系，从而导致逻辑上的矛盾，所谓“无穷小的幽灵”即由此而来。确立了极限、无穷小和无穷大的概念之后，柯西就能够定义微积分的核心概念：导数。柯西使导数成为微分的核心概念，然后“微分”就可根据导数来定义。柯西给予了导数和微分概念一种形式上的精确性。就这样，柯西使微积分的基本概念得到了严密的阐述。由于这个原因，柯西通常被看作近代意义上的严格微积分的奠基者。通过极限概念精确的定义，他建立了连续性和无穷级数的理论以及导数、微分和积分的理论。

柯西的工作激励了他人，更多促使分析严密化的工作，主要的成就归功于另一位被誉为“现代分析之父”的德国数学大师魏尔斯特拉斯（1815—1897），他第一个给出了完全严格的在哲学上没有污点的极限理论。魏尔斯特拉斯非常清楚直觉是不可信的，所以他尝试着尽量以严密和精确的形式作为他的分析学基础。他希望把微积分只建立在数的观念上，由此将它完全与几何分开。魏尔斯特拉斯在数学分析领域中的最大贡献，是在柯西、阿贝尔等开创的数学分析严格化潮流中，以 ε - δ 语言，系统建立了数学分析的严谨基础。在魏尔斯特拉斯的分析体系中可以看出，无穷小不是一个确定的数，而是反映变元或函数的一种状态；无

穷小也不是零，但它的极限是零。魏尔斯特拉斯的工作基本上完成了分析的算术化，加上实数理论、集合论的建立，从而把无穷小量从形而上学的束缚中解放出来。这使数学走向了理性，微积分走向了理论，第二次数学危机基本解决。

德国数学家希尔伯特评论说：“魏尔斯特拉斯以其酷爱批判的精神和深邃的洞察力，为数学分析建立了坚实的基础，通过澄清极小、函数、导数等概念，他排除了微积分中仍在涌现的各种异议，扫清了关于无穷大和无穷小的各种混乱观念，决定性地克服了起源于无穷大和无穷小概念的困难。今天，分析达到这样和谐、可靠和完美的程度，本质上应归功于魏尔斯特拉斯的科学活动。”^[9]

极限理论成为微积分的坚固基础，才使微积分进一步发展。现在我们绝大多数人在学校都是以此为基础来学习微积分的。

对连续性、无穷小量和微积分来说，芝诺悖论中的“飞矢不动”与之密切相关。把瞬时速度定义为平均速度当时间趋于零时的极限，就在瞬时速度与平均速度之间建立了联系。从哲学上，这最终否定了芝诺“飞矢不动”的悖论。在这一瞬间，尽管物体占据了一个确定的位置，但不等于说静止了，因为我们能实实在在地求出它的瞬时速度来！具体速度都知道了，还能说飞的箭不动吗！

对于芝诺的飞矢不动悖论来说，经典微积分能够准确处理亚里士多德认为无法处理的东西。芝诺所谈论的这个瞬间，至少在数学上，不是某种长度为零的东西，而是一个无穷小量。

飞矢悖论实际上是一个形而上学的悖论，准确地说，是微积分所无法给出的对无穷小量的一个准确哲学解释。

近代数学分析对付芝诺悖论的方法是纯粹技术上的。现代数学课上，老师会说前提“在每一个瞬间，箭都是静止的”是错误的，因为箭在瞬间时刻的速度能够作为“收敛到零但又始终包含瞬间时刻的一系列嵌套时间段上的平均速度的极限”，这个解答是魏尔斯特拉斯式的，正是他提炼的极限概念使得微积分可以处理与无穷小量以及芝诺式的无穷分割相关的问题。魏尔斯特拉斯的分析能够真正解释二分悖论，是百分之百算术的，没有无穷小、类比或任何芝诺使之层出不穷的自然语言的模糊性。毫不夸张地说，在魏尔斯特拉斯之后，二分悖论只是一个文字游戏。他的努力终于使分析从人们久已质疑的完全依靠运动直觉理解和几何概念中解放出来。他把无穷小量这个数学幽灵从数学王国中赶了出去，使无穷小量

只是数学哲学史中一个曾激发无数灵感的一个概念。

微积分的精髓就是，增量无限趋近于零，割线无限趋近于切线，曲线无限趋近于直线，从而以直代曲，以线性化的方法解决非线性问题，这就是微积分的精髓所在。从牛顿、莱布尼茨开始创立的微积分开始，到与现代被认为是使人满意的微积分之间，是由数百名伟大的数学家和名不见经传的数学家们的工作逐渐补充完善的。经过了大约150年，才产生了逻辑上完备的微积分。

数学符号：宇宙的语言

$$\frac{\text{天}}{\text{地}} \perp \text{乙地}^{\text{卯}} = \text{甲天}^{\text{寅}}$$

图2.8 中文符号表示的是清朝数学家李善兰对微分方程 $dy/dx + by^n = ax^m$ 的演示，如果不做说明，就像天书一样，无法让人看懂，更无法快速传播。

上面的中文符号表示的是清朝数学家李善兰对微分方程 $dy/dx + by^n = ax^m$ 的演示，如果不做说明，就像天书一样，无法让人看懂，更无法快速传播。这体现了在清朝把微积分刚刚引入中国时，表达方式的笨拙。中国古代就一直用文字描述各种规律，比如“求邪至日者，以日下为勾，日高为股，勾股各自乘，并而开方除之，得邪至日”，再比如“圆周盈数三丈一尺四寸一分五厘九毫二秒七忽，朒数三丈一尺四寸一分五厘九毫二秒六忽，正数在盈朒二限之间”，用现代数学语言表达就是“ $x^2 + y^2 = z^2$ ”和“ $3.1415926 < \pi < 3.1415927$ ”，两种表达方式高低立判。中西数学符号差异，是由中西传统文化的差异造成的，需要从文化传统心理的深层次进行剖析。^[10] 李善兰是19世纪后半叶中国最重要的数学家、天文学家，牛顿力学就是1858年被李善兰引入中国的。

数学关系和证明不是归纳的而是演绎的，是形式的。换句话说，数学是一个形式系统。“形式的”意味着纯粹的形式，百分之百的抽象。正是古希腊人把数学变成一个抽象系统，一种特别的符号语言。这使人们不仅可以描述具体的现实世界，而且可以解释它最深层的模式和规律。数学符号简化的记法，常常是深奥的理论的源泉，没有数学符号就没有今日的数学。国际数学教育委员会前主席、数

学家H. 弗赖登塔尔（H. Freudenthal，1908—1990）有一句名言：“没有一种数学思想，以它被发现时的那个样子发表出来。一个问题被解决以后，相应地发展成一种形式化的技巧，结果使得火热的思考变成了冰冷的美丽。”凡是接触数学的人，都将看到简洁、端庄、和谐、奇异，兼具艺术美和科学美的符号。数学符号是数学科学专门使用的特殊符号，是一种含义高度概括、形体高度浓缩的抽象的科学语言。

第一个自觉运用数学符号的是希腊数学家丢番图（约246—330）。他创用的数学符号仅是文字的缩写，且比较随便，还算不上真正的数学符号体系。到了16世纪，科学的迅速发展，对数学尤其是代数学提出了新的要求，促使代数学变革，应运而生地出现了真正的代数符号。这项工作首推法国数学家韦达（1540—1603），他在前人基础上对代数符号体系的建立做出了重要贡献；后来的法国数学家笛卡尔等人加盟，才逐渐使数学符号体系基本形成。这一探索、演变过程，从古至今花了三千多年的时间。^[1]

微积分是发明还是发现？它在内容上是发现，形式上是发明。莱布尼茨在微积分方面的贡献突出地表现在他发明了一套非常完备的符号系统。在对微积分本身的纯数学的推导上，这套体系非常优越。1675年，他引入 dx 表示 x 的微分，“ \int ”表示积分。他比别人更早更明确地认识到，好的符号能大大节省思维劳动，运用符号的技巧是数学成功的关键之一。他自觉和格外慎重地引入每一个数学符号，常常对各种符号进行长期的比较研究，然后再选择他认为最好的、富有启示性的符号。在20世纪初的算子理论，像微分算子、积分算子等研究中，莱布尼茨的体系显得更加有效。

$$\int f(x)dx$$

图2.9 微积分是发明还是发现？它在内容上是发现，形式上是发明。

1859年，英国传教士伟列亚力与清代数学家李善兰共译《代数学》，此为西方符号代数第一次被系统地介绍到我国。李善兰译本书名取的是《代微积拾级》，“代”指的是解析几何（当时叫代数几何），“微”指“微分”，“积”指“积分”。李善兰与徐光启一样，具有聪明才智和出众的技巧，这本书的译文十分优美。

李善兰的功绩很大，但因受了中国古代传统数学影响，他在翻译西方算学符号方面，严守“祖宗家法”，更多地用汉字代替西方算学符号，甚至煞费苦心地沿用中算符号或硬造汉字符号，使用了一套光怪陆离的符号体系，使中算符号难写、难认，表意抽象，不易理解和推广，今人读之，宛若天书。如函数符号 $f(x)$ 他用“函天”表示，加减号 $(+,-)$ 改为 (\perp, \neg) （取上下两字之形）等，甚至坚持竖式排版。中国明代以后领先世界的数学渐衰，这与没有使用先进符号是有关系的。

李善兰等中外译者所译的符号系统与形式，为中国数学的进一步发展，为中国数学和世界的交流，设下了许多障碍。直到辛亥革命之后，他创造的那套笨重的数学符号才被弃用，而直接代之以国际通用的符号体系，至此，数学在中国终于实现符号化，并与世界接轨。

中国古代数学的不足之一，就是很少创用先进的数学符号，大都用文字叙述。我国不完善的符号体系对中国数学发展的重大影响：第一，不完善的符号体系影响了中国古代数学的逻辑推理和证明，使中国古代数学很难产生和形成公理化体系；第二，不完善的符号体系使中国传统数学很难产生符号代数、解析几何和微积分近代变量数学。^[12]

我国数学史家梁宗巨先生曾说：“一套合适的符号，能够精确、深刻地表达某种概念、方法和逻辑关系。”^[13] 数学家索绪尔说：“哲学家和逻辑学家所忘记的是，从一个符号系统独立于它所指代的物体开始，它自己就发生了逻辑学家所无法估量的飞跃。”数学符号就是数学的“文字”。伽利略曾说：“数学是上帝用来描绘宇宙的语言。”

参考文献

- [1] 波耶. 微积分概念发展史. 唐生译. 上海：复旦大学出版社，2007. 4
- [2] 波耶. 微积分概念发展史. 唐生译. 上海：复旦大学出版社，2007. 4
- [3] 克莱因. 古今数学思想（第二册）. 朱学贤，申又枨，叶其孝，等译. 上海：上海科学技术出版社，2002. 69
- [4] 牛顿. 自然哲学之数学原理. 王克迪译，袁江洋校. 北京：北京大学出版社，2006. 26
- [5] 克莱因. 古今数学思想（第二册）. 朱学贤，申又枨，叶其孝，等译. 上海：上海科学技术出版社，2002. 88

- [6] 牛顿. 自然哲学之数学原理. 王克迪译, 袁江洋校. 北京: 北京大学出版社, 2006. 26
- [7] 波耶. 微积分概念发展史. 唐生译. 上海: 复旦大学出版社, 2007. 265
- [8] 波耶. 微积分概念发展史. 唐生译. 上海: 复旦大学出版社, 2007. 266
- [9] 刘里鹏. 从割圆术走向无穷小: 揭秘微积分. 长沙: 湖南科学技术出版社, 2009. 141
- [10] 徐品方, 张红. 数学符号史. 北京: 科学出版社, 2006, 325
- [11] 徐品方, 张红. 数学符号史. 北京: 科学出版社, 2006, 351
- [12] 徐品方, 张红. 数学符号史. 北京: 科学出版社, 2006, 351
- [13] 梁宗巨. 世界数学史简编. 沈阳: 辽宁人民出版社, 1980



03

绝对时空： 朴素沉静的绝对时空

美国数学史家克莱因说：“当科学越来越依赖于数学来得到它的物理结论时，数学也开始越来越依赖于科学的成果来证明它自己方法的正确。”17世纪的科学成果使数学得到了一次辉煌的绽放。从17世纪开始，经历两千多年的数学时空观开始转向物理的时空观。希腊的宇宙哲学观认为，地球是一个静止不动的球体，悬浮在宇宙的中央，而其他的星星就如同宝石一样镶嵌苍穹之中，围绕地球做着完美的圆周运动。公元2世纪时出现的托勒密地心体系就是这些学说的代表。这个体系在欧洲天文学中统治了14个世纪之久，直到哥白尼的日心体系出现后，才把被纠正的太阳和地球的位置重新颠倒过来。



新范式的胜利：把圆压扁

哥白尼提出新假说，地球是绕轴自转，同时又绕太阳公转的一颗行星，而固定的恒星处于静止之中。哥白尼体系把星空纳入一个比较简单和谐的数学秩序之中。哥白尼发现了对天体运动更为简洁的数学描述，所有那些为假设地球静止所要求的本轮都被取消了。日心说带来的超常的数学简化为哥白尼带来无限的满足

感。不过，哥白尼也还未能摆脱圆周运动的旧观念。近代天文学告诉我们太阳不是宇宙的中心，在我们能观察到的范围内，银河系像一只巨大的漩涡状圆盘，其中有大约2000亿颗恒星。太阳系处在银河系一条主旋臂的一个小分叉上，一个无足轻重的位置上。地心说已被毫无质疑地接受了1500年，哥白尼的日心说是史无前例的创新。在16世纪的天文学家中，哥白尼是独一无二的巨人。

《天体运行论》中的插图：哥白尼的宇宙观，太阳在中心，从里向外水星、金星、地球和月球等各自在圆轨道上运行，地球以外太阳系内还有火



图3.1 地心说模型（朱海松摄于广东科学馆）



图3.2 地心说已被毫无质疑地接受了1500年，哥白尼的日心说是史无前例的创新。在16世纪的天文学家中，哥白尼是独一无二的巨人。（图为哥白尼像）

星、木星、土星，其他星星在最外面一层。

16世纪，当时欧洲最卓越的天文观察家第谷做了大量肉眼观察的天文数据实验，记录大量的行星运动轨道的数据，他测量了无数恒星的位置和行星的运动。实际上，第谷最大的天文学成就就是发现了开普勒。约翰·开普勒（1571—1630），德国近代著名的天文学家、数学家、物理学家和哲学家。他以数学的和谐性探索宇宙，在天文学方面做出了巨大的贡献。开普勒是继哥白尼之后第一个站出来捍卫太阳中心说，并在天文学方面有突破性成就的人物，被后世的科学史家称为“天上的立法者”。

早期的开普勒深受柏拉图和毕达哥拉斯神秘主义宇宙结构论的影响，以数学的和谐性去探索宇宙。开普勒在天文学研究方面的天赋，是被第谷独具慧眼地发现的。

第谷在临终前将自己多年积累的天文观测资料全部交给了开普勒，再三叮嘱开普勒要继续他的工作，但其基础要以第谷理论体系为准，而非将哥白尼理论体

系作为基础。开普勒接过了第谷尚未完成的研究工作。开普勒认为通过对第谷的记录做仔细的数学分析，可以确定哪个行星运动学说是正确的：哥白尼日心说、古老的托勒密地心说，还有第谷本人提出的第三种学说。但是，经过多年苦心的数学计算，开普勒发现在哥白尼日心说的思维范式框架下，可以解释第谷的观察。后来，开普勒在伽利略的影响下，通过对行星运动进行深入研究，抛弃了柏拉图和毕达哥拉斯的学说，选择了相信哥白尼日心说，逐步走上真理和科学的轨道。

有一个时期，描述行星运行轨道甚至用了八十多个圆。这样的一个圆套着一个圆，结果还是没有真正说明金星绕着太阳的轨道是什么样的。可是，开普勒根据老师第谷提供的观测数据仔细研究金星以后，他认为自古希腊以来的想法，认为行星轨道是完美的圆是不对的。他把这个圆适当地压缩一下，就变成了现在的椭圆。

1609年，开普勒出版了《新天文学》一书，提出了著名的开普勒第一和第二定律。而开普勒第三定律则是在1619年出版的《宇宙谐和论》中提出的。开普勒第一定律：所有行星绕太阳运转的轨道是椭圆的，其大小不一，太阳位于这些椭圆的一个焦点上。开普勒第二定律这样断定：向量半径（行星与太阳的连线）在相等的时间里扫过的面积相等。由此得出了以下的结论：行星绕太阳运动是不等速的，离太阳近时速度快，离太阳远时速度慢。这一定律进一步推翻了唯心主义的宇宙和谐理论，指出了自然界真正的客观属性。开普勒第三定律：行星公转周期的平方与行星和太阳的平均距离的立方成正比。这一定律将太阳系变成了一个统一的物理体系。

开普勒三大定律中的第一项就是说行星绕着太阳的轨道不是圆的，而是椭圆的。开普勒彻底抛弃了完美的圆，把圆压扁，成了椭圆，从此，椭圆成为行星运行的轨道。在当时的16世纪末17世纪初，这是一个非常了不起的发现。古希腊人相信自然法则服从于完美、和谐与对称。公元前4世纪，亚里士多德曾阐述过三个物理宇宙论原理：第一个是地球的中心静止性原理；第二个是宇宙的两界性原理，即地球与月球之间的区域与宇宙其他部分不同；第三个是天体运动的圆周性和均匀性原理。自那时起，希腊人就认为这个世界上唯一永恒的运动就是天上的圆周运动。他们不希望天体沿除圆形轨道之外的任何其他轨道运动：它必须是一



图3.3 开普勒三大定律中的第一项就是说行星绕着太阳的轨道不是圆的，而是椭圆的。

个圆，圆被认为是宇宙最美的曲线。圆周被赋予了巨大的形而上学和审美的价值。圆的思维范式根深蒂固。当开普勒宣布行星绕太阳运转的轨道是椭圆时，在当时学术界产生了巨大的反响。之后，牛顿把椭圆扩展为抛物线和双曲线。开普勒的三大定律实际上是一个实验定理，是一个长期观察数据积累的实验定理，就像著名科学家杨振宁教授所说的，叫唯象理论，没有经过证明。

哥白尼学说认为天体绕太阳运转的轨道是圆形的，且是匀速运动的。开普勒第一和第二定律恰好纠正了哥白尼上述观点的错误，对哥白尼的日心说做出了巨大的贡献，使日心说更接近真理，彻底否定了统治千百年的托勒密地心说。开普勒的行星运动定律是牛顿之前人类所取得的最高天文学成就。

1687年，开普勒的三条定律被牛顿简化为一条引力定律。牛顿通过将地月之间的开普勒引力推广到整个太阳系而得到万有引力定律，他从万有引力的平方反比定律出发，证明了行星的轨道是椭圆的。牛顿为行星运动现象做出动力学的解释。按照牛顿的理论，行星若只受太阳引力的作用，则它的运动就遵循开普勒定律，只是开普勒第三定律还应做微小的修正。实际上，行星不仅受到太阳引力的作用，而且还受到其他行星引力的影响，即所谓的三体问题（太阳、地球、月亮之间的相互引力），所以行星的运动情况相当复杂。直到今天，人们还不能得到行星运动方程的严格解释。

伽利略：过程比原因重要

在长达2000年的科学史上，一些伟大的科学家、哲学家都会思考像“苹果为什么往下掉”这样的问题。他们专注于“为什么”下落的问题。这种思考方法一直持续到17世纪，直到伽利略的出现。现代科学的惊人的实践和理论成果主要是通过量化的、描述的知识获得的，而不是通过对于现象的原因做形而上学的、神学的甚至机械的解释。

亚里士多德思考过物体运动的普遍原因。在他看来，运动分为“自然运动”和“人为运动”两类。天体运行是自然运动，圆周运动是完美的形式。地上物体运动是直线的，它们总是趋向于自己在宇宙中的自然位置。他也认为地球是宇宙的中心，那么重的物体的自然位置必然是趋向地球中心的，也就是下落。而气体和火焰这些轻的物体的自然位置是天空，所以它们向上飘。显然，重的物体下落得快，轻的物体下落得慢，这是亚里士多德的结论。这一理论看起来很美，重物下落是因为要趋向于自己在宇宙中的自然位置——地球中心。重的物体比轻的物体下落得快，也符合人们的直观常识。

直到伽利略（1564—1642）时代，当时，人们对人为运动和自然运动的区别开始有点不满了。一块石头用手投出去是人为运动，从高处落下来就是自然运动，两者难道完全不可比吗？伽利略用数学和逻辑来考虑重物下落问题，但他并没有考虑“为什么”下落，而是考虑“怎样”下落。他想到了一个科学史上著名的思想实验。

伽利略考察了亚里士多德的两个有关落体的基本论断：根据自然运动假设，越重的物体下落得越快；根据人为运动速度与阻力成反比的假设，当轻的物体（下落得慢）和重的物体（下落得快）在一起时，那么落得慢的将阻碍落得快的物体。伽利略设想，如果就石头而言，人为运动与自然运动本身问题上没有差别，那么可以想象，当把一个重的物体和轻的物体用绳子连在一起时，据第一个论断，它们的总重量增加了应该落得更快；据第二个论断，轻的阻碍重的下落，下落速度应在轻重两物单独落下之间。这是一个悖论！就这样，伽利略没有在亚里士多德理论中加任何新的条件，只把他的几个论断联系起来，赋予一种构造性来考察它们，就发现了亚里士多德理论的问题。

伽利略不满足于指出亚里士多德的破绽，他还用实验来考察，著名的比萨斜塔实验体现了伽利略的实验精神。第一个登上月球的美国宇航员阿姆斯特朗在没有空气的月球表面让一片羽毛和一个锤子同时坠落，从而在全世界面前证明了比萨斜塔实验的正确性。伽利略第一个把望远镜应用于科学研究，从而把哥白尼的革命置于坚固的实验观察基础之上。伽利略极大地突破了亚里士多德的体系，这是近代科学的开端。

伽利略既是一流的科学家，又是一位天文学巨匠。伽利略认识到，穷究事物的目的并不能使人类控制自然现象。他不问石头为什么下落，而寻求它怎样下落的精确描述。他把注意力集中于几个关键的量：时间、距离、速度、加速度、动量、质量、惯性。在一个注重性质和实质的时代，他的选择表明了对本质的深刻理解。

图3.4 伽利略不满足于指出亚里士多德的破绽，他还用实验来考察，著名的比萨斜塔实验体现了伽利略的实验精神。



伽利略对“怎样”运动的数学研究把时间和空间的概念推到一个显著地位，并且称之为“力学定律”。亚里士多德和经院哲学家们分析地面上的运动即“局部”运动的方式。他们的分析旨在回答“为什么”运动而不是“怎样”运动的问题。就运动本身而论，亚里士多德们几乎不置一词，至多只是在自然运动和猛烈运动，在直线运动和圆周运动等之间做出一些简单的区分。“为什么”运动的问题是研究的对象，这种研究是按照定性的和实体的术语来进行的。可是，对伽利略来说，“怎样”运动才是分析的目标，这种分析是用严格的数学方法来进行的。在伽利略的形而上学中，空间（或距离）和时间成为根本范畴。真实世界是处于可以在数学上化简的运动之中的物体的世界，这意味着真实世界是在空间和时间中运动的物体的世界。这样一来，自然界存在的严格的必然性来自于它那根本的数学特征——自然是数学的领域。

伽利略最广为人知的力学定律之一是提出了自由落体定律。这个定律说的是：如果不考虑空气阻力的话，那么任何物体的下落速度都是一样的，并且都有一个固定的加速度，即 $g = 9.8 \text{米/秒}^2$ 。

伽利略认为，亚里士多德的方法本质上是经验的。伽利略推翻了亚里士多德把运动当作过程的经院概念，而主张运动的守恒，也就是说只要不遇到外界的阻力，那么一个物体一旦运动起来，就将永远运动下去，速度也不会减慢或者变为静止。伽利略称之为“惯性定律”。这个思想深刻地启发了牛顿。伽利略强调静止和匀速直线运动这两个词的物理意义是相同的，并用“惯性系”来描述静止或匀速直线运动的状态。随后，伽利略提出了著名的相对性原理：在任何惯性中，力学规律保持不变。进一步，伽利略用他自己发明的变换式，用数学的方法证明了伽利略相对性原理。爱因斯坦后来就是在伽利略相对性原理的基础上，在狭义相对论中把力学规律扩展到所有物理规律都在惯性系中平等，提出了狭义相对论的相对性原理，之后又在广义相对论中，干脆把惯性系给抛弃了，开创了全新的时空革命。

对于中世纪的主流思想来说，与物理世界相比，人在宇宙中占据着一个更重要和更确定的地位。可是，对于近代主流思想来说，自然却比人拥有一个更独立、更确定、更持久的地位。对于中世纪来说，人在任何意义上都是宇宙的中心。整个自然世界被认为在目的论上服从于人及其永恒的命运。这个信念已经不

可抗拒地导致了在中世纪的综合中统一起来的两个伟大运动：古希腊哲学和犹太（基督教）神学。那个时期盛行的世界观打下了这一深刻而持久的信念的烙印：人，由于具有希望和理想，是宇宙中至关重要的乃至起支配作用的事实。

中世纪著名的但丁《神曲》以庄严雄伟的形式呈现了这个流行的信念：宇宙本质上是富有人性的。

哥白尼的日心说引起了宗教人士的反感。贬低人类在宇宙中的重要性的日心说遭到了严厉的谴责。首先跳出来的是16世纪欧洲宗教改革倡导者，基督教新教路德宗创始人马丁·路德。他听到哥白尼的理论后，称哥白尼为“自命不凡的星相家”，“想颠覆整个天文科学的白痴”。“圣书上不是说过约书亚命令太阳而不是命令地球静止不动吗？”马丁·路德发表这个评论时，《天体运行论》还没有发表。基督教新教的重要派别加尔文教派创始人约翰·加尔文咆哮：“谁敢将哥白尼的权威置于圣灵的权威之上？”宗教裁判所将新理论谴责为“完全违背圣书的虚假的毕达哥拉斯教义”；天主教会在一个官方声明中，称哥白尼学说为异端邪说。哥白尼反驳，圣经可以教导我们如何走向天国，而不能教我们天空如何运动。

17世纪初，两件事把“日心说”推到风口浪尖上，第一件是1608年望远镜的发明，第二件是伽利略利用一台望远镜发现了围绕木星旋转的4颗小卫星。这一人人都可通过望远镜看到的现象说明，在宇宙中存在着不围绕地球旋转的天体的直接证据。伽利略的发现不仅敲响了“地心说”的丧钟，更坚定了他对日心说的信念。伽利略作为坚定的日心说捍卫者，对世界上的两种东西进行了明确的区分：一种东西是绝对的、客观的、不变的和数学的，是第一性质；另一种东西是相对的、主观的、起伏不定和感觉得到的，是第二性质。前者是神和人的知识的王国；后者是意见和假象的王国。第一性质，如数、图形、量、位置和运动等能够在数学上得到完全的表示，宇宙的实在性是几何的；自然的唯一根本性是使某一数学知识成为可能的特征。第二性质是主观的，是第一性质次要的、附属的结果。第二性质被认为是在自然中本身就真实存在的第一性质在感观这里引起的效应。^[1]

第一性、第二性说使人处于次要的地位。直到伽利略时代为止，人们还总是理所当然地认为，人和自然是一个更大的整体的不可分离的部分，在这个更大的整体中，人的地位更为根本。人被看作根本上是与绝对的、基本的东西联系在一

起的，这在柏拉图和亚里士多德的哲学中尤其明显。伽利略的第一性质和第二性质学说，把人从伟大的自然界中流放出来，并把人处理为自然演化的产物，这是一个根本的进步；它在现代思想中的影响具有无法估量的重要性。

伽利略相信，上帝首先是通过自然，然后才是通过启示。上帝在他的创世工作中是一位几何学家，因为他用数学体制创造了世界。上帝的知识是完备的，而人类的知识是部分的；上帝的知识是直接的，而人类的知识是推论的。上帝知道无限多的命题，人类只知道少量的命题，但人类能如此透彻地理解，也就是在纯数学的证明中，人类的知性在客观上等同于神性。

伽利略代表了科学革命之初科学家的自觉。作为科学家，研究自然也是一种研究上帝的方式，是独立于《圣经》的，更加直接的方式。伽利略在给朋友的一封信中宣称，上帝写了两本书，一本是《圣经》，一本是自然之书。这封信是自然哲学向神学宣告平等的宣言书。教庭终于在1616年正式介入，要求修改天体运行论。伽利略表现平静，没有辩解，一直到他的朋友巴巴瑞尼当上了教皇。伽利略写了《关于托勒密和哥白尼两大世界宇宙体系的对话》和《关于两种科学的对



图3.5 《伽利略受宗教审判》(罗伯特·弗勒绘)

话》，他想证明哥白尼学说是正确的。他在书中批评的最多的是亚里士多德。他的著作为他带来了大麻烦。他被宗教法庭判为异端，被强迫放弃他的观点，写下了“悔过书”。

1992年10月31日，梵蒂冈教皇在伽利略蒙冤360年后终于为其平反。已故前教皇约翰·保尔二世就1633年梵蒂冈教廷对伽利略的审判发表道歉声明，为伽利略因支持哥白尼“日心说”而遭到罗马教廷的长期迫害而进行道歉。伽利略是现代科学的开端，他为不断发展的思想潮流中的另外两个伟大思想家笛卡尔和牛顿开辟了道路。

笛卡尔：天花板上的苍蝇

1619年11月10日深夜，法国著名哲学家、数学家、物理学家笛卡尔躺在床上，眼睛盯着天花板，看见一只苍蝇爬来爬去。他突然灵机一动，产生了一个伟大的灵感。这个场景如此生动，以至于在晚年，笛卡尔还把这个精确的日期称为他一生转折点的伟大瞬间。

笛卡尔通过那个伟大的灵感，发明了一种最富有成效的数学工具，即解析几何。从技术的观点来看，解析几何彻底改变了数学研究方法。他被公认为解析几何之父。这项伟大的发明把算术和代数与几何学紧密地联系起来，它们之间产生了精确的一一对应。就这样，笛卡尔改变了自古希腊以来代数和几何分离的现状，提出了坐标系和曲线方程的思想，把“数”与“形”统一了起来，使几何曲线与代数方程相结合，把古典几何纳入代数学支配之下。笛卡尔认为，任何问题都可以转化为数学问题，进而转化为代数问题，最终转化为方程求解的问题。

笛卡尔对现代数学的发展做出了重要的贡献。笛卡尔认为，人类应该可以使用数学的方法——也就是理性——来进行哲学思考。笛卡尔断言：“坦率地说，我坚信数学是迄今为止人类智慧赋予我们的最有力的认识工具，它是万物之源。”这后来成了机械论中一个最为重要的公理。笛卡尔成功地把自然界全部转化成了运动中的简单描述。他把质量完全变成了数量。在笛卡尔的世界里，万物各得其所，相互关系十分和谐，世间一切都精确无误，不存在任何混乱。笛卡尔坚持认为物质最基本最可靠的性质就是形状、空间中的广延和在时空中的运动，而所有

这些都是可用数学描述的。客观世界就是一个静止不动的空间，它具体体现在几何学中，因而其性质可从几何的基本原理中得出。笛卡尔宣称：“如果给我广延和运动，我就能构造宇宙。”

伽利略当时已经抓住了一个深刻的远见，那就是在一个物体的运动中，绝对没有什么东西不能以数学来表示；而且他还发现，只有把超出几何特性之外的某些基本特性也赋予物体，才能对运动给出一个完整的数学处理。笛卡尔也充分认识到了构成这个必然性基础的事实：一切自然现象都可以按照数学原理和给予它们的可靠论证来说明。

恩格斯指出：“数学中的转折点是笛卡尔的变数。有了变数，运动进入了数学；有了变数，辩证法进入了数学；有了变数，微分和积分就立刻成为必要的了。”

在物理学上，笛卡尔认为宇宙空间中充满某种特殊的物质，称为“以太”。太阳的转动在以太中形成宇宙涡旋，涡旋运动带动各个行星运动，从而有我们见到的天象奇观。这一解释从哲学上来说，其成功是前所未有的，它首次提出了一个不诉诸神力的宇宙动力学模型，是当时欧洲大陆各大学标准的宇宙学说。“以太”是一种想象中的物质存在，一种纯思辨的产物，它排除了神灵在物质运动中的作用，但也为探究自然规律设置了新的障碍。^[2]

在笛卡尔看来，物体之间的所有作用力都必须通过某种中间媒介物质来传递，不存在任何超距作用。因此，空间不可能是空无所有的，它被以太这种媒介物质所充满。以太虽然不能为人的感官所感觉，但却能传递力的作用，如磁力和月球对潮汐的作用力。笛卡尔提出的“以太”概念为后来爱因斯坦颠覆牛顿的经典时空观埋下了伏笔。

笛卡尔建立了系统的、清晰的和有说服力的新科学哲学。这贯穿在他的基本著作《方法论》中。他的哲学极为重要，因为它主宰了17世纪人们的思想，甚至影响到牛顿和莱布尼茨这样的巨人。笛卡尔的“我思故我在”（I think, therefore I am）是这位西方现代哲学思想的奠基人最著名的思想，出自他的著作《方法论》。笛卡尔的著名的二元论：一方面是由一部在空间中延展的巨大的数学机器构成的世界，这是具有第一性质的物质实体；另一方面是由没有广延的思想灵魂构成的世界，这是具有第二性质的精神实体。如果这两个实体中的每一个都绝对独立于另一个而存在，那么具有广延的事物的运动是如何产生没有广延的感觉得

呢？笛卡尔回答：“我思故我在。”每个现象必有一个原因；结果不能大于原因；完美、空间、时间和运动的观念是头脑中固有的。笛卡尔也就是从他的“我思故我在”来证明“上帝的存在”。因为“我”这个思想的主体不能被“怀疑”，那么就有一个使“我”存在的更高“存在体”。换句话说，因为我存在，所以必须有一个使我存在的“存在者”，而那个使我存在的“存在者”，也必定是使万物存在的“存在者”。因此，能够使万物存在的“存在者”，就必然只有上帝才有可能了。

伽利略的《关于两种科学的对话》、笛卡尔的《方法论》和培根的《新工

具》的出现，使17世纪开始真正爆发自古希腊以来数学哲学上的第一次革命，开始摆脱亚里士多德几千年的思想束缚。这场疾风暴雨式的革命异常迅速，从哥白尼1543年出版的《天体运行论》，到笛卡尔1644年出版的《哲学原理》还不足一百年；从笛卡尔的《哲学原理》到牛顿的《自然哲学之数学原理》还不足四十年。17世纪，人类的心灵经历了一场深刻的革命，这场革命改变了我们思维的框架和模式；现代科学和现代哲学则是它的根源和成果。在此期间，数学和科学之间的结合完美到了极点，科学革命引发了数学大爆发，也是数学大爆发的结果，加速了被亚里士多德束缚在一起的物质和物体以及潜在的和实在的之间的分离。其中，力、运动、质量和作为公式的定律组成了理解现实世界如何运转的新范式。

笛卡尔是17世纪及其后的欧洲哲学界和科学界最有影响的巨匠之一，被誉为“近代科学的始祖”。如果说笛卡尔给了人类一个“信念”，即人类能够揭示世界的奥秘，成为世界的主人，那么牛顿则使物理学完全走上独立发展的道路。他在力学、数学和光学中进行了伟大的创造。



图3.6 笛卡尔是17世纪及其后的欧洲哲学界和科学界最有影响的巨匠之一，被誉为“近代科学的始祖”。（图为笛卡尔像）

牛顿：定义质量

牛顿是在伽利略去世那年出生的，牛顿说自己的成就是站在巨人的肩膀上获得的，这话不假。他所指的巨人主要是指开普勒、伽利略以及笛卡尔。像伽利略和笛卡尔一样，对于牛顿来说，物质世界是一个根本上具有数学特征的世界。他相信万物在量度、数学和重量上井然有序。牛顿的《自然哲学之数学原理》是想证明，一切自然现象都可以按照数学的力学来说明。他发明的微积分提供了一个其操作不可能完全在几何上加以表达的工具。牛顿所创立的引力理论，认为有质量的物体之间所作用的万有引力是行星绕着太阳转和卫星绕着行星转的推动力的理论，是现代精确科学的源头。

如果说伽利略抽象出了“质量”的概念，那么牛顿则把“质量”的概念进一步从数学定义的角度量化了。牛顿洞察到，任何运动的变化都是力的作用的结果，而且物体对力的反应与物体自身的一种性质有关，这种性质被他称作“质量”。同时，任何物体拥有两种明显区别的性質：质量和重量。质量是物体对其速度或运动方向之改变的抵抗，是改变物体运动状态的难易程度。而重量是地球吸引一个物体的力。在牛顿理论中，物体的质量是常量，而重量取决于物体离地球中心的距离。在地心，物体质量不变而重量为零。牛顿在他的《自然哲学之数学原理》一书中，开篇第一页的第一个定义的概念就是质量：物质的量是物质的度量，可由其密度和体积共同求出。^[3]

牛顿是按照密度和体积来定义质量的。在与地心有不同距离的地方，同样的质量有不同的重量，这个发现加上对开普勒运动定律的数学解释，逐渐导致了牛顿对万有引力定律的宏伟表述。万有引力定律把天文学和力学统一在一门关于运动物质的数学科学中。

有了质量的定义，牛顿详细研究物体在受到同样的力的作用下（第二、第三定律），不同的物体便不同地偏离静止状态或匀速运动状态。也就是说，它们被不同地加速了。那些差别是而且只能是加速度的差别，就此而言，可以用数学术语对它们进行精确比较。我们可以认为一切物体都具有惯性，而惯性可以用一个给定外力对物体施加的加速度来测量，在这个意义上，它是一个严格的数学特征。由此可见，力和质量是完全的关联项，但一旦发现了质量，按照质量来定义力而

不是反其道而行就变得很容易了。因为力是不可见的，而一个标准质量是可以感觉和使用的物理对象。^[4]

牛顿成功地把运动通过质量进行了数学还原。这样，通过使用这些定义和概念，主要的物理现象就逐渐服从于数学处理了。他不仅发现了力、质量、惯性这样的概念的精确的数学用法，而且还赋予时间、空间和运动这样的老词项以新的意义。那些词在牛顿之前毫无价值，现在正成为人们思维的基本范式。

在牛顿的世界体系中，每个物体都趋向于每个别的物体，这种趋向与两物体质量之积成正比，与它们中心的距离的平方成反比。实际上，通过牛顿流传下来的质量、力、加速度的概念，尤其是通过使用他发明的微积分作为有效而迅速的处理运动问题的工具，很难设想有什么运动变化是不能用他的术语在数学上加以简化的。他对力学的一切基本单位都可以用质量、空间和时间的单位来定义。他按照质量把物质的运动还原到严格的数学公式中。

毕达哥拉斯曾思考物体为什么运动，他认为有速度的物体就有力。经过伽利略在比萨斜塔的实验和牛顿的总结，力的产生主要是加速度，是速度的变化，而不是力和速度直接挂钩。牛顿在17世纪构建了当今经典物理学的基础，解释了物质间的相互影响如何改变了它们的运动状态。他的运动定律乍一看非常“明显”简单。第一条：物质在没有外力作用下会保持静止或者匀速直线运动。这也被称为牛顿惯性定律或牛顿第一定律。牛顿赋予物质以某种固有之力，它是某反抗的力量，每个物体都通过它自身的这种力量尽可能地去保持当下的状态，不论它是静止还是沿着一条直线匀速运动。牛顿称这种力为惯性力。物质是“懒惰”的，不喜欢改变运动状态。要改变它的速度，需要加载一些外部因素促进，即一个力。外力越大，加速度越大。

牛顿第二定律是指物体的力和加速度有关系： $F = ma$ ，其中 a 为加速度，加速度是速度的变化率，加速度的本质是单位时间内速度的极限。牛顿发明微积分就是在第二定律中计算瞬时速度。前文讨论过导数的概念是：某段无穷小时间内的速度。速度是距离对时间的导数，加速度就是速度对时间的导数。牛顿利用这些结论可以进行轨道研究。 m 是什么呢？ m 是物质的一种属性。它可以通过测量物体对力的反应来得到。施加相同的力， m 越大，物体的反应就越小。这种性质通常称为惯性。 m 的全称叫作“惯性质量”。 F 代表力。力是改变物体运动状态的原因。

在所有情况下，物体的运动轨迹都是由运动开始时的速度和方向决定的，这就是初始条件。这里的“初始条件”具有深刻的哲学含义。对特定的物体给以确定的初始条件，并且知道了作用在物体上的力，那么物体的运动就是可以预测的。牛顿的世界观就是可预测而且确定的！牛顿的科学是决定论的科学。牛顿对哲学和宗教的影响丝毫不亚于他对物理学的贡献，这一切都来自他这个关键的公式： $F = ma$ 。“牛顿第二运动定律”是其第一个惯性定律的延伸。实际上，第一定律只是第二定律的一个特殊情况：如果力消失了，那么加速度也会消失，物体就会保持之前的运动状态。

牛顿发现物体相互之间存在着相等的引力，这就是第三条基本的运动定律或公理，即作用力与反作用力相等的一种情形。第三定律在《自然哲学之数学原理》中表述如下：对于每一个作用，总是存在一个相等相反的反作用；两个物体之间的相互作用总是相等的，而且指向各自的对方。

如果一个物体撞击另一物体，它的作用力改变另一物体的运动，这个物体本身（由于相等压力）的运动也会发生相等于沿相反方向的变化。由这些作用产生的变化是相等的，这不是指速度，而是指物体的运动。这就是说，如果这些物体没有受到别的障碍的话，上述相等关系才成立。由于运动的改变是相等的，所以指向对方所产生的速度变化与物体的质量成反比。这一定律在吸引力时也成立。

牛顿的宇宙代表着一种统一，并且使支配宇宙的定律得到了惊人的简化。牛顿被认为是“全能”的。他发明的微积分，使得天上地下的引力能够被证明是一致的，并且把无限宇宙中最小与最大的物体——星体与原子——联系起来。牛顿创立的“世界体系”把自然数学化，因而也几乎等同于把科学数学化。牛顿的世界由三种成分构成：（1）物质，即无限多彼此分离的、坚硬的、不变的——但互不相同——微粒；（2）运动，这是一种奇特的悖论式的关系状态，它并不影响微粒的本质，而仅把它们在无限的同质的虚空中到处传递；（3）空间，即那种无限的同质的虚空，微粒在其中运动而不对其产生任何影响。^[5]

一位神父曾向牛顿请教，如果物质最初是被均匀散布在空间中的，那么这个世界体系能否纯粹由于自然原因的作用而产生，以及行星一旦被上帝创造，是否单凭万有引力的作用就可以产生目前的运动。牛顿这样回答：我的回答是，行星现有的运动不能单单出于某个自然原因，而是由于一个全智的作用者的推动。牛

顿有着深深的宗教情怀，在牛顿的信仰里面，相信有一个“第一推动”的力量存在。这个第一推动的力量就是上帝。

绝对时空：分割的时间与空间

牛顿在40多岁时就总结出了《自然哲学之数学原理》。牛顿在开普勒三大定律的基础上，对空间和时间有进一步的认识。他把哥白尼、开普勒的天文革命时空观念和伽利略、笛卡尔的运动理论综合在一起思考，认为空间是立体的，而且把空间作为绝对空间，与物质运动无关。把空间和时间分割开，对时间没有明确定义，而是一个自然流动的非负均匀变化轴，相对于当时社会科技水平，他想到的这一步是一个伟大的进步。同时，他认为运动是物质存在的方式，这是一个重要的思想。

最早把时间作为一个可计量的参量用于研究有规律的运动的人是伽利略。当年伽利略在教堂祈祷时，根据自己的脉搏来测量钟的摆动，最终发现了钟摆运动的基本规律：它的摆动周期与其摆幅无关。真正确定时间观的科学地位的是牛顿。牛顿所做的贡献在于，为时间做了希腊几何学没为空间做的事：把时间理想化为能精确测量的维。

自牛顿开始，绝对时间就一直是物理学的一个支柱，它意味着时间“实际”存在着，不依赖于对它的任何观察而自行流逝。牛顿继承和发展了伽利略的时空观，时间和空间彼此独立，互不相关，且不受物质和运动的影响。时间没有起点和终点，是有方向的，时间是永远存在的“河流”，没有涨落也没有波涛。如果物质消失了，时间和空间仍然存在。牛顿抽象出了绝对空间，空间坐标独立于一切，与时间割裂开来。牛顿在《自然哲学之数学原理》中说：“绝对的、真实的和数学的时间，由其特性决定，自身均匀地流逝，与一切外在事物无关。”^[6]也就是说，时间有其自身的本性，它不依赖于任何“外在的”东西，它与世界的存在与否没有关系。伴随着绝对时间永不止息的流逝，一切都从永恒而来，又向永恒而去，从无限的过去来，又向无限的未来而去。

在物理学中，时间的均匀流逝使物理学定律看起来非常简单，所以在牛顿的定律中没有时间因素。比如，牛顿第二定律就没有明显含有时间。第二定律说，

一个物体的加速度与这个物体所受到的力成正比，正比系数反比于物体的质量。如果时间不是均匀流逝的，那么，牛顿第二定律也许还成立，但质量可能与时间有关，一个昨天还很重的物体，今天就变轻了。

物理学定律与时间无关非常重要，因为这样一来，世界看上去就比较简单，更容易被理解。然而，即使是牛顿，似乎也对无法直接观察这些概念感到不满。牛顿承认：“绝对时间并非知觉的对象。”他依靠神的在场来帮助他走出这个困境。“神的延续从永恒达于永恒，神的在场从无限达于无限，他构成了延续和空间。”

牛顿的绝对时间是日常经验的时间，时间就像我们的岁月一样无情地流逝，我们依靠高质量的钟表，或者根据地球的转动和行星的运行来测量时间。全人类，太阳，所有行星和恒星，都共同经历着时间的流逝。依照牛顿的观点，不论如何运动，关于某个行星轨道的周期，或者某个政治家说的时间，我们会得到一致的结果，只要我们都用足够精确的钟来测量。

关于绝对空间，牛顿在《自然哲学之数学原理》的第一章中写下了这段名言：“绝对空间，其自身特性与一切外在事物无关，处处均匀，永不移动。相对空间是一些可以在绝对空间中运动的结构，或者是对绝对空间的量度；我们通过它与物体的相对位置而感知它；它一般被当作不可移动空间，如地表以下、大气中或天空中的空间，都是以其与地球的相互关系确定的。绝对空间与相对空间在形状与大上相同，但在数值上并不总是相同。例如，地球在运动，大气的空间相对于地球总是不变，但在一个时刻大气通过绝对空间的一部分，而在另一时刻又通过绝对空间的另一部分，因此，在绝对的意义上，它是连续变化的。”^[7]

牛顿的绝对空间是日常经验的空间，它有三维：东西，南北，上下。日常经验告诉我们，只有这么一个空间。它是全人类、所有行星和恒星共同拥有的空间。我们都在这个空间里以自己的方式和速度运动，不论如何运动，我们感受空间的方式是一样的。这个空间让我们感觉到长、宽、高，而依照牛顿的观点，不论如何运动，只要测量足够精确，我们对同一物体会得到相同的长、宽、高。

空间就像时间，它并不直接，或在本质上与世界和物质相联系。这个世界当然不仅处于时间之中，而且也处于空间之中；但即使没有世界，也仍然会有空间。牛顿直截了当地说出了它到底是什么：它是上帝的空间。

为了证明绝对空间的存在，牛顿做了一个有名的水桶实验，但这个实验论证了存在绝对空间，没有证明绝对时间的存在。这个实验是这样的，一个装了水的水桶，可以存在四种状态。

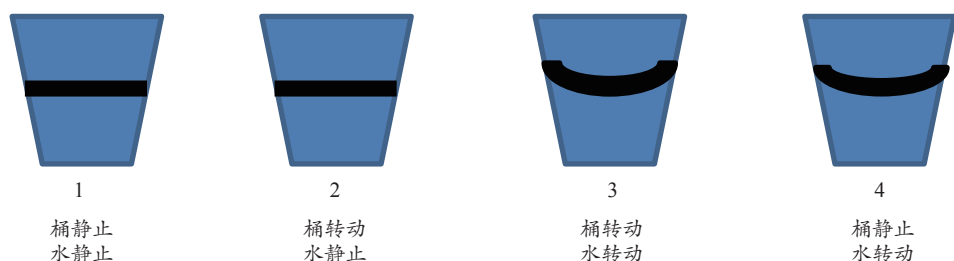


图3.7 著名的水桶实验

牛顿说：第一种情况和第三种情况，水相对于桶都是静止的，但一个水面是平的，一个水面是凹的；第二种和第四种情况，水相对于桶都在转动，但一个水面是平的，一个水面是凹的。这说明水是否受到惯性离心力，跟水相对于桶的转动无关。这表明存在一个绝对的空间，正是水的绝对运动，而不是相对于器壁或者周围物体的相对运动造成了这个结果，所以只有相对于绝对空间的转动者是真转动。这个实验证明了绝对空间的存在。

物理学家马赫毫不留情地批评牛顿的绝对空间概念是一个“无用的形而上学概念”，“无法在经验中产生”。他说转动也是相对的！这个观点对爱因斯坦影响极大。爱因斯坦在他的《狭义和广义相对论浅说》中写道：“牛顿物理学的特点是承认空间和时间乃是和物质一样地有其独立而实际的存在，这是因为在牛顿的运动定律中出现了加速度的观念。但是，按照这一理论，加速度只可能指‘相对于空间的加速度’。因此，为了使牛顿运动定律中出现的加速度能够被看作一个具有意义的量，就必须把牛顿的空间看作‘静止’的，或者最少是‘非加速’的。对于时间而言，情况完全相同，时间当然也同样与加速度的概念有关。牛顿本人以及与他同时代的有识之士都感到，把空间本身和空间的运动状态同样说成具有物理实在性是不很妥当的；但是，为了使力学具有明确的意义，当时没有别的办法。”^[8]

绝对时间和绝对空间是牛顿力学的基本框架和标志性概念，由此引出后来的宇宙在时间和空间上的无限概念。按照牛顿力学，如果时间不是绝对的，则必然

要顾虑到时间起点和终点问题，而要使得这一体系永远维持稳定，空间又必须是真正的空，而且在尺度上也必须足够大，它必须没有边缘，否则牛顿必须回答自己无法解答的空间的起点问题。牛顿本人心里很清楚，他没能彻底解释时间和空间的真实本性，最终把一切绝对的、无限的性质归结于上帝。

牛顿有着深深的宗教情结。牛顿相信，上帝最初创造了质量，并使之运动；通过上帝的出现和连续的存在，他构成了质量运动的时间和空间。

万有引力：神秘的超距作用

牛顿第二定律中的 F 只代表力，任何力都行。当你要选定一个力代入方程时，首先必须定义这个力，并将它量化，然后才能使用方程。这样，当作用力是重力时，牛顿发现了万有引力。它表示所有物体相互之间都存在引力作用。这些力取决于物体间隔的距离以及每个物体的质量。牛顿认为这种引力作用在物体的所有原子上，而不仅仅局限于表面原子。例如地球对苹果的引力，地球的每一个原子都对苹果的每一个原子施加了引力。我们必须补充的是，苹果也对地球有引力。这是一个可怕的对称，因为地球也要向着下落的苹果移动一个非常微小的距离。该定律“万有”的性质表明这种力是无处不在的。传说牛顿看到了下落的苹果，意识到物体之间普遍存在一种力，称之为“引力”，并且将其数学化，这就是我们熟知的万有引力。

牛顿的万有引力定律适用于任何地方的各种物体之间。万有引力定律的发现，是17世纪自然科学最伟大的成果之一。它把地面上物体运动的规律和天体运动的规律统一了起来，对以后物理学和天文学的发展具有深远的影响。它第一次解释了引力（自然界中四种相互作用之一），一种基本相互作用的规律，在人类认识自然的历史上树立了一座里程碑。

牛顿定律本身就合乎理性，并且具有数学上的简洁，但其中仍然存在着某些困扰人的问题。物体相互吸引，相互作用，但虚空把它们如此彻底分离和孤立起来，它们到底是怎样克服其阻隔而进行作用的呢？牛顿的万有引力概念，这是他最伟大的胜利，时常被理解或误解为一种超距作用，正是这一点成了接受牛顿主义的最大障碍。

虽然牛顿的理论标志着把自然现象因果地联系起来所取得的最大的进步，但牛顿的万有引力却在同时代人那里引起了强烈的质疑。牛顿万有引力定律假定引力瞬时作用在距离上，没有任何中间媒介。牛顿的平方反比定律（两个物体之间的引力随着两者之间距离的平方衰减），我们不需要考虑引力如何从太阳传到地球上，就可以得到星球的运行路径。如果数学上不需要考虑引力在空间的移动就可以有效计算，那么引力是否真的有超距作用呢？

尽管大部分牛顿的信徒都是如此认为的，但他本人并不这样认为，超距作用让牛顿大为头疼。牛顿从来不认为仅仅因为这个概念在数学上意味着超距作用，它就是真实的。在17世纪早期，许多学者就放弃了牛顿的整个理论，因为他们没法想象引力如何瞬间穿过虚无空旷的巨大空间而不需要任何中间媒介。但牛顿定律却非常有效，除了描述星体运动外，还能准确预测诸如哈雷彗星的返回日期和海王星的存在（根据天王星轨道的偏离来推测的）等现象。因此，超距作用就被认为是不证自明的了。

牛顿本人从未承认过引力是一种“物理的”力。他曾强调这只是一种“数学的”力，超距作用，即不通过中介——不仅对于物质，也对于上帝——就能直接作用于物体，是绝对不可能的。他清楚知道万有引力定律是描述性，而非解释性的。引力是一种需要被物理解释的属性，牛顿无法做到这一点。牛顿不想在缺少合适理论的时候就贸然给出一个假想的解释，他宁愿对此不做解释，他有一句著名的话：“我不构造任何假说。”直到二百多年后爱因斯坦的广义相对论出现，引力才得到了科学的解释。

虽然牛顿反对任何超距作用，他还是把他的世界建立在了力的相互作用的基础之上，它们所遵从的数学定律必须由自然哲学来确立，但确立的方法是归纳，而不是纯粹的臆想。尽管事实上如牛顿所强调指出的那样，引力和以太概念是假设，而假设的东西根本不能理解为是实在的，但对于19世纪的科学家们来说，牛顿原来的引力和以太假设，已经成了毋庸置疑的事实。对牛顿物理学的反对开始在是深刻而强烈的，渐渐地销声匿迹了。这个体系的成功证明了自身的价值，引力也逐渐不再是那样不可思议。物理学家马赫评论：“非同寻常的不可理解性变成了一种寻常的不可理解性。”

不管怎样，牛顿的万有引力定律简单优美，与牛顿的运动定律结合在一起可

以解释浩瀚的天文现象，勾画出一幅雄伟的世界体系。18世纪的法国大科学家拉普拉斯说，牛顿的《自然哲学之数学原理》提出了宇宙的最伟大定律，它将永远成为深邃智慧的纪念碑。

经典的因果论和决定论范式

法国大科学家拉普拉斯曾评论说，牛顿不仅是现存的最伟大的天才，而且也是最幸运的天才；只有一个宇宙，就此而论，在世界历史中也碰巧只有一个人成为其规律的解释者。爱因斯坦曾感叹说，幸运啊牛顿，幸福啊科学的童年！英国诗人蒲柏写了一首著名的诗赞美牛顿：

Nature and nature's laws, hidden in the dark.

God said, let Newton go !

So, all becomes bright.

自然和自然律隐藏在黑暗中，

上帝说，让牛顿去吧！

于是，一切变得光明。

在我们的思维当中，有一个根深蒂固的思想，即任何事件的发生，都有其原因和结果。因与果是牢固地嵌入时间概念中的概念。通常公认，原因在时间上总是先于结果，结果从不能发生在原因之前。原因和结果的时间次序是一种大自然的事实，而不是逻辑的必需。这种思维的强化，与牛顿的万有引力定律也有密切的关系。由于物体的引力在日常生活中随处可见，但表面上看，它同任何时间上或空间上可以变化的原因好像没有任何关联，所以人们想不到引力的结果到底是什么原因造成的。直到牛顿万有引力定律的提出，一种神秘的超距作用，被认为是所有引力结果的原因。牛顿的万有引力把因果论大大地强化了，直到成为我们根深蒂固的意识。

牛顿以万有引力作为所有自然运动现象的动力学原因，可以说是有史以来人类所能对宇宙做出的最大的立法，把根本实在和因果力赋予了数学解释。牛顿的



图3.8 自然和自然律隐藏在黑暗中，上帝说，让牛顿去吧！于是，一切变得光明。——英国诗人蒲柏

宇宙，结构简单明快，不留丝毫的神秘和含糊，这种结构的运行机制是如此简单，如此强有力，如此稳定，如此井井有条，实在是令人叹服。^[9]

牛顿的思想含有比数学和物理多得多的东西：一种对自然做纯机械解释的深刻直觉。

爱因斯坦说：“理论物理学的目的，是要以数量上尽可能少的、逻辑上互不相关的假说为基础，来建立起概念体系，如果有了这种概念体系，就有可能确立整个物理过程总体的因果关系。”“牛顿的理论标志着把自然现象因果地联系起来而进行的努力中所取得的最大的进步。”^[10]

牛顿的理论强化了人们对因果性的认识，使人们建立了在可观察的世界后面隐藏着一个受因果性支配的实在世界这样的观念，因果性的认识也强化了世界是决定论范式的这样一种信念。

以牛顿为顶峰的科学思想革命，导致把宇宙视为某种巨大的机械装置。通过对牛顿时代提示出的数学规律进行不断深入的讨论，18世纪的思想家们建立了近代最为全面、最有影响的哲学体系。这种哲学范式是决定论的。这种哲学体系设

计了一个有序的世界，并使其按照人们的设计而运行，像准确运行的机械钟表一样。决定论认为，自然界现在的状态，决定了其不可改变的未来。即使在今天，决定论哲学仍然统治着我们的思想，支配着我们的信仰，并指导我们的行动。到了18世纪末，法国伟大的数学家、天文学家拉格朗日（1736—1813）《分析力学》与拉普拉斯（1749—1827）《天体力学》的出版，牛顿科学可以说达到了最终的绝对完美。它是如此完美，以至于拉普拉斯自豪地宣称，他的宇宙体系论没有留下任何悬而未决的天文学问题。他的自信甚至把当时欧洲普遍信仰的上帝也排除在外。当法国皇帝拿破仑看到拉普拉斯所著的《天体力学》时，问他为何在书中一句也不提上帝。拉普拉斯明确地回答：“陛下，我不需要那个假设。”

科学定律以数学方式表达为关于时间的微分方程形式不是一种意外的事件：它们构成了这样一种观念，一个普遍的理论，是根据此前或此后发生的事，对现在发生的事进行解释的。按照因果的时间次序，我们通常在初始情况的基础上解这种方程，从而把定律转换为假定的，从过去到未来流动的历史描述。拉普拉斯在他的《概率的哲学导论》一书中，以毋庸置疑的口吻写道：“假使有一位智者在一给定时刻都洞见所有支配自然界的力和组成自然界的存在物的相互位置，假使这一位智者的智慧巨大到足以使自然界的数据得到分析，他就能将宇宙最大的天体和最小的原子的运动系统纳入单一的公式之中。对这样的智者来说，没有什么是不能确定的，未来同过去一样都历历在目。”这可以说是经典决定论的一个宣言。因果性在决定性范式的形成中起了根本性的作用，用数学的语言就是说，状态量在某一世界点处的时间导数，等于这些状态量本身及其空间导数在此点之值的数学函数。因此，世界在某一时刻的状态会通过微分的法则决定其在紧接时刻的状态。于是，只有世界在某个时刻的状态才是“任意的”或“偶然的”，而由它可以通过积分“拉普拉斯世界公式”计算出世界的全部过去和未来。^[1]

牛顿定律以大自然的终极描述的姿态占据崇高的统治地位长达两个世纪之久，至今仍是有效描述我们日常生活空间的物体运动规律。只是在过去一百多年间，在量子的微观领域和宇宙超大尺度的宏观领域，牛顿力学已被量子力学和相对论所取代。

爱因斯坦说：“在牛顿以前，还没有什么实际的结果来支持那种认为物理因果关系有完整链条的信念。开普勒的三大定律是经验性的，是唯象定律。这些定

律对行星如何绕太阳运动的问题做了完满的回答：轨道的椭圆形，半径在相等时间内扫过相等的面积，长轴同公转周期之间的关系。但是，这些定律并不满足因果性解释的要求。它们是三条逻辑上独立的规则，并没有提示内在的相互关系。”“但是，最重要的一点是，这些定律涉及的是整个运动，而不是体系的运动状态怎样规定那个在时间上紧跟在它后面的运动状态；按我们现在的说法，它们是积分定律而不是微分定律。”“只有微分定律能完全满足近代物理学家对因果性的要求。微分定律明晰概念是牛顿最伟大的理智成就之一。”^[12]

爱因斯坦评论牛顿：“你所发现的道路，在你那个时代，是一位具有最高思维能力和创造力的人所能发现的唯一的道路。你所创造的概念，甚至今天仍然指导着我们的物理学思想。”

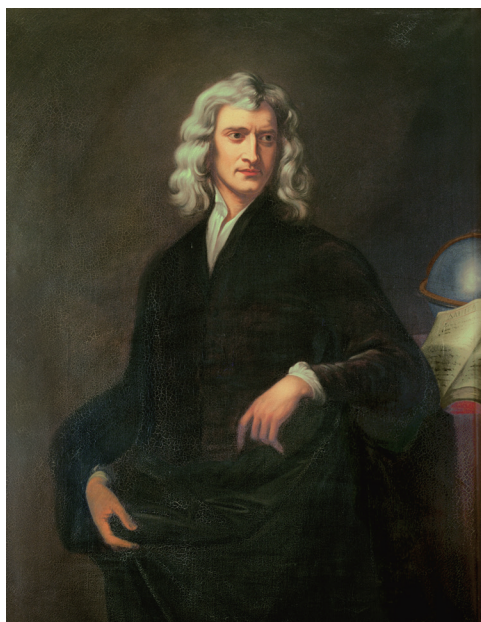


图3.9 牛顿定律以大自然的终极描述的姿态占据崇高的统治地位长达两个世纪之久，至今仍有效描述我们日常生活空间的物体运动规律。（图为牛顿像）

数学与物理的伟大融合

自人类诞生以来，人们就知道太阳从东边升起，从西边落下，但不知道简单的现象背后却有着惊人的数学结构。直到牛顿出现，用简洁的方式精准地预言人类所见的行星运动，使人们对自然的敬畏之情油然而生。牛顿不仅是伟大的物理学家，也是伟大的数学家。牛顿也是世界科学史中把数学与物理完美融合的最高典范。牛顿在数学上有一系列一流的发明，数学成为他解释物理的有力工具。微积分不是牛顿唯一的数学发明，牛顿在《自然哲学之数学原理》一书中，第一章就引入极限概念、求极限的方法，引入无穷概念和求曲线包围的面积以及求曲线

的切线的方法。这一章中的11条引理是牛顿最重要的数学手段之一，几乎全是他自己的发明。美国数学史家克莱因评论：“数学和科学中的巨大进展，几乎总是建立在几百年中做出一点一滴贡献的许多人的工作之上的。需要有一个人来走那最高和最后的一步，这个人要能够敏锐地从纷乱的猜测和说明中清理出前人的有价值的说法，有足够的想象力把这些碎片重新组织起来，并且足够大胆地制订一个宏伟的计划。在微积分中，这个人就是牛顿。”^[13]

这里要强调的是，数学真正成为系统化的科学开始于欧几里得的《几何原本》，这是一部伟大的著作。牛顿在写他的《自然哲学之数学原理》的时候，就是用欧氏几何的方法来写的。数学与物理有着奇妙的联系，几何学关注空间，概率论教会我们关于随机过程的知识；群论说明了对称性；逻辑描述理性推理。

物理世界的运行对于预先存在的数学秩序真的存在一种深刻而又精确的基本依赖关系。这种数学秩序非常优美和复杂，它们就在那里等待被发现。这表明，自然世界在其最基本层次（这里是指空间和时间的结构）上的运行机制与复杂的数学理论之间有着非凡的一致性。物理学家早已深刻地认识到自然界所隐含的物

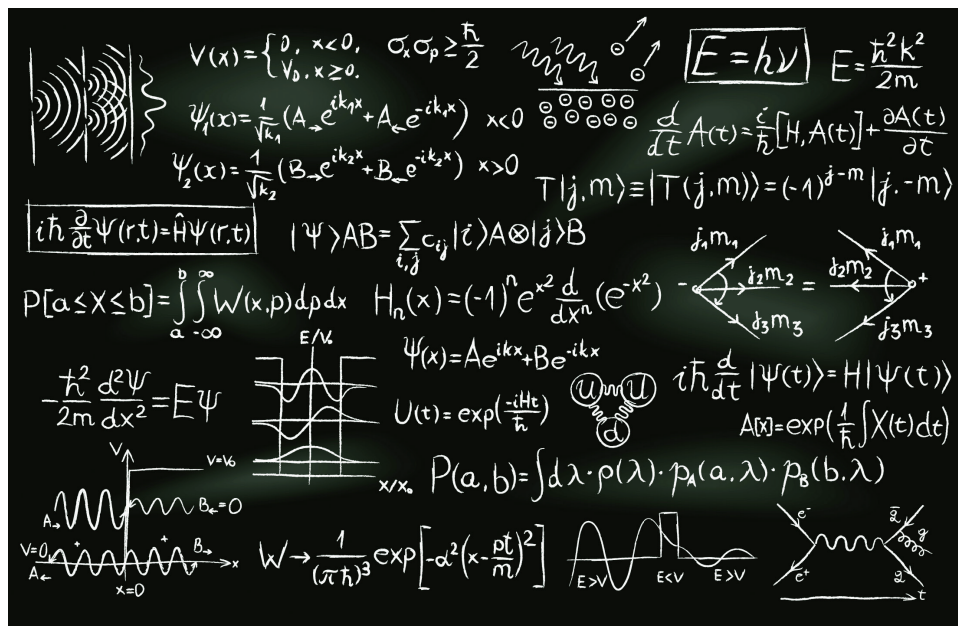


图3.10 伽利略曾说：“宇宙这部鸿篇巨制，是用数学的语言写成的。”

理定律的简单数学表述方式，他们领悟到其中数学推理的优雅和完美，以及物理结论的复杂和深远。

美国数学史家克莱因强调：“重大物理现象根本就不是通过感官知觉到的。感官没有向我们显示地球绕其轴旋转并绕太阳公转，也没显示维持行星绕太阳公转的力之本性。电磁波能使我们收到几百甚至几千英里外发射的广播和电视节目，而感官对于电磁波本身一无所知。我们自己创造的一种极有力的武器——数学——给予了我们关于物理世界巨大领域的知识并使我们掌握了控制权。”“数学不只是一系列技巧。数学向我们揭露关于某些我们还未知的，甚至从未臆度过的重要现象，在某些情况下甚至揭露与知觉矛盾的道理。它是我们关于物理世界的知识之精华。它不但超出了知觉之域，而且大大优于知觉。”^[14]

数学家有一种离奇的能力，会提出一些在科学中找不到任何应用的结构、概念、领域。在整个历史上，以下场景反复出现：数学家研究一种结构，不管出于什么原因，他们出于自己内在的目的（比如，通过考虑无穷维的情形）将其推广到另一结构上；而后一种新定义的结构在科学的某些地方找到了应用。物理学家发现数学家在他或她之前已经在那里了。自然与复杂而优美的数学之间的这种一致性一直就在“那儿”，时间上远远早于人类出现。物理学家尤金·维格纳说：“数学在自然科学中有不合常理的威力。”这就好像物理学家历尽艰辛爬到山顶时，发现一位数学家正在那里淡定地等待着他。

诺贝尔文学奖获得者、法国文学家梭罗说：“有关真理最明晰，最美丽的陈述，最终必以数学形式展现。”数学上熟悉的对象的公理化往往最初是作为定理出现的。爱因斯坦强调：“数学既然是一种同经验无关的人类思维的产物，它怎么能够这样美妙地适合实在的客体呢？那么，是不是不要经验而只靠思维，人类的理性就能够推测到实在事物的性质呢？照我的见解，这问题的答案扼要来说是：只要数学的命题是涉及实在的，它们就不是可靠的；只要它们是可靠的，它们就不涉及实在。”^[15]

法国伟大的科学家庞加莱认为，数学有三个目的，第一个是数学提供了研究自然的工具，第二是数学具有哲学目的，第三是数学具有美学目的。物理学家不能够没有数学的一个理由，是因为数学提供了能够表述自然的独一无二的语言。被誉为数学界的亚历山大的德国数学家希尔伯特曾坚定地说：“凡服从于科学思维

的一切知识，只要准备发展成一门理论，就必然要受公理方法的支配，受数学的支配。”“数学是一切关于自然现象的严格知识之基础。”他认为爱因斯坦场方程的优美之处在于他那伟大的几何抽象。

物理学家杨振宁教授曾谈到，一般来说，物理可以分成实验物理、唯象理论和理论架构三部分。平常所谓的实验物理其实是实验物理跟唯象理论加起来，统称实验物理。这个理论架构最后是跟数学有很密切的关系。这些关系都是相互的。实验可以引导出唯象理论来，唯象理论反过来也可以引导出实验。理论架构主要是指数学的运用。

唯象理论是直接借助于现象。开普勒三大定律就是唯象理论。后来牛顿用理论架构，用微分方程的方法和万有引力的物理概念，准确地解释了开普勒三大定律。牛顿的理论结构后来支配了物理学两百多年。这个是从实验到唯象理论，再到理论构架，再到微分方程的一个物理和数学融合的精彩过程。

普朗克公式也是一个唯象的理论，经过海森堡、狄拉克、玻尔等人的工作发展出来的量子力学，成为了理论架构，这个理论架构所建筑的基础是一些数学观念，叫希尔伯特空间。这是数学的基础。物理学发展的历史上很多时候就是从实验到唯象理论，再到理论构架，再到微分方程的过程。

理论架构是通过一些方程式，比如牛顿的运动方程、麦克斯韦方程、爱因斯坦的狭义与广义相对论方程、狄拉克方程、海森堡方程，另外还有其他的一些方程。许多方程合在一起就是整个物理学的理论架构，这个可以说是真正的包罗万象。这些方程式是造物者的诗篇。因为他们用了非常浓缩的语言，把宇宙之间包罗万象的物理现象都给大家准确地描述了。

物理学家理查德·费曼说：“我们所有的物理定律，每一条都由深奥数学中的纯数学来叙述。为什么？我一点概念也没有。”

1832年，20岁的法国数学家伽罗瓦死于决斗。决斗的前一晚，伽罗瓦预感到会死去，便匆忙写下了他在代数方程可解性上的研究成果，这些结果后来被称为群论。一个多世纪之后，基本粒子的发现，使群论成为在最基本的层次上认识大自然的一种重要手段。当今，寻找一种把基本粒子的量子场论与引力统一起来的自洽的理论，是当前数学与物理学面临的最大挑战，为满足这种需要，新的数学概念不断地被提出来。比如弦论的提出，导致深刻的新的数学的发展。

数学与物理虽然各成一统，但在科学发展史中，数学与物理总是在重要的历史节点相会，碰撞出炫目的智慧之光。自伽利略以来，物理学理论一直是用数学语言来表述的。数学从语言与内容两方面同时不断给我们对于自然界结构的观念以强有力的影响；许多重要的数学思想皆发端于物理学的需要，这就是从17世纪到19世纪的大多数大数学家也是物理学家的缘故。从伽利略开始，数学就与物理开始进行紧密的结合。伽利略发现了惯性原理，他用数学关系精确表达了运动物体的距离与时间的关系。如果说伽利略用物理的思维方式探寻事物的根本规律，牛顿则把伽利略的物理直觉用数学完整地表达出来，并且定量地应用了它们。

在法拉第和麦克斯韦之间的传承中，法拉第的物理直觉抓住了电与磁的内在本质，麦克斯韦则用优美的数学公式定量地进行表达。法拉第这位一辈子都用语言描述实验现象的物理大师在看到年轻的麦克斯韦给他展示的简洁优美的数学公式时惊讶不已。1822年，法国数学家傅立叶的《热的解析理论》以其对热传导问题的精湛处理，突破了牛顿《自然哲学之数学原理》所规定的理论力学范围，开创了数学、物理学的崭新领域。傅立叶在推导其著名的热传导方程时发现，解函数可以由三角函数构成的级数形式表示，从而提出任一函数都可以展成三角函数的无穷级数，这成为分析学在物理中应用的量早例证之一，对19世纪数学和理论物理的发展产生了深远影响。三角级数从此就直接叫傅立叶级数。

德国物理学家普朗克是从一个数学公式开始洞察到量子物理的核心思想的。爱因斯坦的狭义相对论通过闵可夫斯基的时空数学表达得到了完美的阐释，而爱因斯坦的广义相对论与黎曼几何相遇，得出了优美的广义相对论方程。现代宇宙中的弦论借助六维的“卡拉比-丘空间”（Calabi-Yau spaces）来展示全新的时空维度。

物理学在不同的发展阶段都会与大量不同的数学研究领域有着奇特的关联。它们相互渗透，对彼此都产生了深远的影响。物理学家时常吃惊地发现，数学原来早就为他们准备好了工具。反过来，数学家们不断地意识到，是物理学上的问题和定理带来了最有趣、最深刻的数学发展。19世纪发展而来的元素周期表，在量子力学发展以后，科学家才了解到周期表中的原子数，事实上可以直接从库仑力的旋转对称中得到。同样，反物质（反粒子）的存在，也是根据洛伦兹变换的对称性而在理论上预测到的。

学科越是抽象，越是充满数学。数学是对关系的描述及其逻辑发展的最合适的工具。物理学家不用数学描述实验事实，而是用来处理这些事实之间的关系，即理论。数学的威力在于它在处理庞大的事物，概念与思想之间联系的多功能。伽利略曾说过：“宇宙这部鸿篇巨制，是用数学的语言写成的。”

1928年，英国杰出的物理学家狄拉克写出了狄拉克方程式。这个方程式奠定了今天原子、分子结构的基础。他定性解释了电子为什么像一个陀螺有自旋；他定量解释了电子为什么有自律，而这对于后来的原子、分子物理学和化学都有极为重要的影响；他定量推演出复杂的电子轨道跟磁距之间的相互作用。1931年，狄拉克又推出一个理论，叫反粒子理论，就是说宇宙里任何一个质点或一个电子，都有个反粒子。这个想法不为当时的大物理学家所接受，包括玻尔、海森堡、泡利等。一年以后，在1932年的秋天，美国人安德逊发现了正电子，反粒子理论才被大家接受。这是世界上第一次，一位理论物理学家通过纯数学的手段成功预言了过去未知的粒子的存在。狄拉克的发现全然改变了游戏规则：理论家们不必再等实验结果了。狄拉克具有高度的物理学审美观，他曾多次说物理公式必须是美的。杨振宁先生用“性灵出万象，风骨超常伦”这两句诗形容狄拉克方程的数学美和物理内涵。

爱因斯坦曾说过，在物理学中，通向更深入的基本知识的道路是同最精密的数学方法联系着的。“为什么数学比其他一切科学受到特殊的尊重，一个理由是它的命题是绝对可靠和无可争辩的，而其他一切科学的命题在某种程度上都是可争辩的，并且经常处于会被新发现的事实推翻的危险之中。但是，数学之所以有高声誉，还有另一个理由，那就是数学给予精密自然科学以某种程度的可靠性。没有数学，这些科学是达不到这种可靠性的。”^[16]

许多物理学家深为大自然所具有的数学质朴性和大自然规律的优美所感动，以至认为这种质朴性和优美所显示的正是存在的基本特点。在物理学家看来，美这一概念的关键是和谐、质朴、对称，而数学则把美给形式化。爱因斯坦说：“世界富于简洁与和谐，我们只能以谦卑的方式不完全地把握其逻辑的质朴性的美。”“物理定律的美，就是它们所具有的那种难以置信的质朴性。这一切背后的最终数学机制是什么？它肯定是美的。”人们早就知道，麦克斯韦优美的电磁理论之所以有力量、之所以优美，在很大程度上要归功于该理论的数学描述中所显

示出来的平衡和对称。在统一基本力的理论中又出现平衡，这一平衡被称作规范对称。

爱因斯坦曾反思：“在我学习的年代，高等数学并未引起我很大的兴趣。我错误地认为这是一个有那么多分支的领域，一个人在它的任何一个部分中都很容易消耗掉他的一生。而且，由于无知，我还以为对于一个物理学家来说，只要明晰地掌握了数学基本概念以备应用，就足够了；而其余的东西，对于物理学家来说，不过是不会有什么结果的细枝末节问题。这是一个我后来才很难过地发现到的错误。”^[17]

1954年，杨振宁由数学入手提出了一个规范性的理论架构。后来二十年间，这个理论架构逐渐发展成为量子物理近半个世纪以来最重要的一个理论规范架构，也使杨振宁成为替当代物理科学奠基的一代大师级人物。杨振宁曾做过一次讲座，其中主要探讨的是数学与物理之间的融合关系，他特别提到“杨-米尔斯规范场论”在几何上对应于数学微分几何的纤维丛理论。杨振宁提到他在推广规范场的概念过程中，了解到了规范场公式和黎曼几何的公式是类似的。也就是说，从数学的观点看来，规范场在根本意义上是一种几何概念。规范场具有全局性的几何内涵，这种内涵可以用纤维丛的概念表示出来。

杨振宁曾问他的老师，纤维丛概念的首创者、著名数学家陈省身教授，为什么微分几何如此之美妙，是否人为的创造。陈省身回答，微分几何就是自然本身，是客观存在的。微分几何是黎曼几何的延展，纤维丛包含了有关空间的大量未知信息。如果说爱因斯坦和狄拉克们已经证明，在研究物理时不能没有几何学，那么陈省身则通过纤维丛理论反过来证明，在研究几何学时无法不考虑物理学。为了使物理学家与数学家进一步相互了解和渗透，1975年，杨振宁和吴大峻编写了一个“词典”，把物理学中规范场论的基本概念准确地“翻译”成数学中纤维丛理论的基本概念。这个词典引起数学界的广泛关注，这个词典后来引导出数学家对规范场的数学结构的研究，在数学的拓扑学中有了深远的影响，大大促进了数学与物理学以后几十年的成功合作。杨振宁由推广“杨-米尔斯规范场论”经验中领悟到的完美数学结构和物理自然现象中的一种相关性，对于科学界产生了重大的影响。杨振宁对于解释客观宇宙现象的物理理论，居然会和数学中的纯粹逻辑概念相互吻合，感到印象深刻。他觉得目前物理学者对于基本粒子有

一些不能了解的地方，恐怕就是因为还有一些很美的很重要的数学观念没有被引进来的缘故。^[18]

20世纪物理界有两个重要的发现：相对论和量子力学。它们对数学有无比的冲击。广义相对论使微分几何学家知道，我们讲的理论是很正确的一个事情，是与时间和空间有关的。黎曼几何本来是一个抽象的研究，现在我们知道这不是纸上谈兵。黎曼几何比爱因斯坦发现广义相对论早了50年，数学家发展了很多方面的理论，而只是到广义相对论产生，才得到辉煌的成就。量子场论一开始，对数学家来讲就是充满迷惑的。可是，它引出来的工具对数学家来讲，是一个魔术般的工具。尤其是狄拉克方程，它在几何方面的应用使人难以捉摸，而又强有力地影响着几何的发展。超弦理论将数学很多不同的分支融合在一起，数学里面的代数几何、代数数论、群表式理论，因超弦理论得到大融合。

美国数学史家克莱因说：“一切精彩巧妙的证明，精神上近乎一首诗。”美国物理学家费曼说：“一个人如果不懂数学，那就很难体会到大自然最深层次的美。”许多物理学家相信上帝是个数学家，而数学是诗体的逻辑。物理学家杨振宁说：“我欣赏数学家的价值观，我赞美数学的优美和力量：它有战术上的机巧与灵活，又有战略上的雄才远虑。而且，堪称奇迹中的奇迹的是，它的一些美妙的概念竟是支配物理世界的基本结构。”然而，虽然探索物理学理论所能精确预言的结论，需要借助数学，但数学不足以呈现出物理无尽的内涵。因为物理最吸引人的一点不是数学，而是它的概念。在物理中，关键不是公式计算，而是理解。所以，杨振宁强调：“物理学不是数学，这一点是清楚的。但是，数学在基础物理中起着非常重要的作用，这一点也很清楚。”

在牛顿给出他的万有引力理论近一个世纪后，1785年，法国物理学家库仑证明了两个带电粒子之间的静电力遵守和引力一样的平方反比律，这使超距作用的观点更被强化了。19世纪电磁学的发现使整个图像变得更加复杂。大多数物理学家都是牛顿信徒，认为超距作用仍然适用。但是，引力真的有超距作用吗？

距牛顿二百多年后，爱因斯坦回答说：不是！

参考文献

- [1] 伯特. 近代物理科学的形而上学基础. 徐向东译. 北京: 北京大学出版社, 2003. 63
- [2] 牛顿. 自然哲学之数学原理. 王克迪译, 袁江洋校. 北京: 北京大学出版社, 2006. 4
- [3] 牛顿. 自然哲学之数学原理. 王克迪译, 袁江洋校. 北京: 北京大学出版社, 2006. 1
- [4] 伯特. 近代物理科学的形而上学基础. 徐向东译. 北京: 北京大学出版社, 2003. 203
- [5] 柯瓦雷. 牛顿研究. 张卜天译. 北京: 北京大学出版社, 2003. 8
- [6] 牛顿. 自然哲学之数学原理. 王克迪译, 袁江洋校. 北京: 北京大学出版社, 2006. 4
- [7] 牛顿. 自然哲学之数学原理. 王克迪译, 袁江洋校. 北京: 北京大学出版社, 2006. 4
- [8] 爱因斯坦. 狭义与广义相对论浅说. 杨润殷译, 胡刚复校. 北京: 北京大学出版社, 2006. 107
- [9] 牛顿. 自然哲学之数学原理. 王克迪译, 袁江洋校. 北京: 北京大学出版社, 2006. 11
- [10] 爱因斯坦. 爱因斯坦文集(第一卷). 许良英, 李宝恒, 赵中立, 范岱年编译. 北京: 商务印书馆, 2016. 199
- [11] 外尔. 数学与自然科学之哲学. 齐民友译. 上海: 上海科技教育出版社, 2007. 237
- [12] 爱因斯坦. 爱因斯坦文集(第一卷). 许良英, 李宝恒, 赵中立, 范岱年编译. 北京: 商务印书馆, 2016. 332
- [13] 克莱因. 古今数学思想(第二册). 朱学贤, 申又枨, 叶其孝, 等译. 上海: 上海科学技术出版社, 2002. 66
- [14] 克莱因. 数学与知识的探求. 刘志勇译. 上海: 复旦大学出版社, 2005
- [15] 爱因斯坦. 爱因斯坦文集(第一卷). 许良英, 李宝恒, 赵中立, 范岱年编译. 北京: 商务印书馆, 2016. 218
- [16] 爱因斯坦. 爱因斯坦文集(第一卷). 许良英, 李宝恒, 赵中立, 范岱年编译. 北京: 商务印书馆, 2016. 217
- [17] 爱因斯坦. 狭义与广义相对论浅说. 杨润殷译, 胡刚复校. 北京: 北京大学出版社, 2006. 164
- [18] 江才雄. 规范与对称之美: 杨振宁传. 广州: 广东经济出版社, 2011. 174



相对的时空： 时空一体，同时相对

牛顿在人类科学史上是不朽的，是空前的，但不是绝后的。牛顿提出的绝对时间和绝对空间的观念，我们把它叫作经典的时空观。19世纪后期，宇宙间的多数现象都可以通过牛顿的物理学定律得到简单完美的解释。运用牛顿定律的数学原理，19世纪的物理学家可以解释行星绕太阳轨道、海洋的潮汐等自然现象，人们甚至知道怎样计算太阳和地球的质量。天地间的万物似乎都遵守牛顿的定律，并引导人类去征服环境、地球、天体及周围的一切，甚至宇宙。所有这些观念都是牢固地树立在牛顿的定律上。几百年过去了，牛顿的思想仍然统治着宇宙的运行。他的定律没有丝毫破裂的痕迹。但是，当牛顿的绝对空间和绝对时间的观念遇到爱因斯坦的相对论时，这些常识性的观念崩溃了！牛顿物理学定律的整个大厦在爱因斯坦的相对论面前倾倒。爱因斯坦的时空推翻了牛顿的时空。当时没有多少人懂，后人续写了英国诗人蒲柏的诗：

但，上帝说完不久，
魔鬼说：让爱因斯坦去吧，
于是，一切又回到黑暗中。



麦克斯韦方程与牛顿力学的冲突

在19世纪早期，科学家们意识到电与磁之间必然存在某种关联。19世纪中叶，实验物理学家法拉第找到了这二者间存在联系的确切证据，电流能产生磁场，移动的磁体也会产生电流。1865年，苏格兰物理学家麦克斯韦发表了一组数学方程来描述所有的电磁现象，方程组也被命名为麦克斯韦方程。麦克斯韦的电磁理论像万有引力定律一样，在理论和实践上都给整个人类文明带来了意义深远的影响。麦克斯韦为现代数学物理定好了基调。这一理论既深奥，又包罗万象，超出了人的想象力。它揭示了一种自然界的优美秩序。麦克斯韦方程被誉为影响世界十大方程之一。它不仅为今天电气化生活奠定理论基础，而且是理论物理学界至关重要的规范理论概念的起源。1931年，爱因斯坦描述麦克斯韦之后物理实在概念的改变：“这是自牛顿以来物理学所经历的最深刻、最有成果的发现。”

2014年，92岁高龄的物理学家、诺贝尔物理学奖得主杨振宁先生在《今日物理》发表文章，以清晰的思维讲述麦克斯韦的重要研究：“人们通常认为库仑、高斯、安培和法拉第分别发现了电学和磁学中最基础的力学规律，而麦克斯韦做的只是将这些规律的数学表达最终总结成一套具有高度统一性和对称性的方程——麦克斯韦方程。可是，我觉得麦克斯韦的贡献远远不限于将已有的电磁学规律加以总结。麦克斯韦在方程中对几何和对称性的微妙物理直觉不仅推翻了19世纪‘场是超距作用’的错误认识，更在20世纪直接推动产生了具有高度统一性的粒子物理标准化模型。”^[1]

法拉第对电和磁现象的研究得到了重要的数据，将其代入麦克斯韦方程组后，可以计算出电磁波的速度，其速度为每秒30万千米，且速度与振动频率无关。这个速度刚好与光速相同，麦克斯韦由此大胆预言：光是一种电磁波！他在宣告这一结果的论文中写道：“我们将几乎肯定地认为，光是由引起电现象与磁现象的同一种介质的横波波纹组成的。”

自从光的波动论建立以来，理论光学的最大进展就是麦克斯韦的把光理解为一种电磁过程的天才发现，从而把光学问题

归结为电磁学问题。但是，电磁波到底是否存在呢？如果存在的话，它是以光速运动的吗？麦克斯韦没能活到他的预见被实验证实的那一天。他在世的时候，麦克斯韦方程默默无闻。麦克斯韦于1879年11月去世，年仅48岁，这一年爱因斯坦出生。

与麦克斯韦同时代的人完全不知道麦克斯韦方程有什么重大用途，一些当时的科学权威也表达了疑惑。1884年，热力学的奠基者之一、英国物理学家开尔文（1824—1907）说：“我无法理解任何我无法全程做出力学模型的东西，这就是我无法理解电磁理论的原因。”1887年，麦克斯韦去世后8年，德国物理学家赫兹（1857—1894）在实验室成功造出了电磁波。电磁波的出现引发了新的工业革命。20世纪初，意大利无线电工程师马可尼第一次成功让无线电波穿越大西洋，彻底变革了人类沟通的方式，电信时代从此开始。我们现在一直受益于电磁波主导的工业方面有无线电话、广播和电，以及网络、GPS等。而所有这些都可以追根溯源至麦克斯韦方程组。麦克斯韦做出了物理学上的一个伟大的统一，电磁学和光

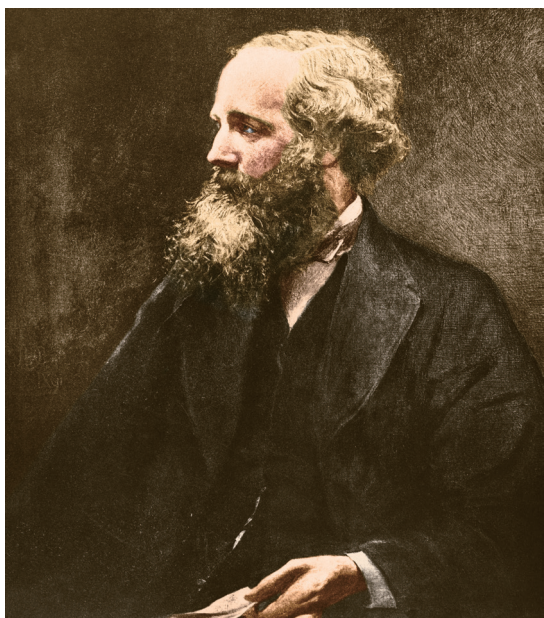


图4.1 麦克斯韦的电磁理论像万有引力定律一样，在理论和实践上都给人类文明带来了意义深远的影响。（图为麦克斯韦像）

学的统一，这是19世纪物理学的巅峰成就。

麦克斯韦是通过一系列电磁定律推导出他的方程的。奇怪的是，他的方程与牛顿力学有冲突，麦克斯韦方程似乎只在一个惯性系中成立，这是因为，它预言电磁波的速度是每秒约30万千米。这个速度让人觉得宇宙中似乎存在一个特殊的惯性参照系，每秒约30万千米就是电磁波相对于这个惯性系的速度。在别的惯性系中，电磁波的速度会一样吗？人们发现，在绝对空间中，即在以太的参照系中静止时，麦克斯韦的定律简单而优美，如磁力线没有端点，而在运动参照系中，它们变得复杂而丑陋，磁力线有时有端点。不过，当参照系以远小于光速的速度在绝对空间中运动时，这种复杂对实验结果的影响是可以忽略的，也就是说，几乎所有的力线都没有端点。只有在速度接近光速时，丑陋的复杂性才会带来容易测量的大影响，会出现许多端点。为什么在其他参照系中会复杂和丑陋呢？那肯定是在什么地方出现了问题。

爱因斯坦在他的论文《论动体的电动力学》中做过一个思想实验：当一个导体和磁铁相对运动时，在导体中产生的电流并不取决于两者哪一个在运动。可是，根据麦克斯韦理论，磁铁运动产生电场，而导体运动却不产生电场。爱因斯坦把这种不对称与企图证实地球相对于以太运动实验的失败联系起来，单刀直入地猜想：“相对静止这个概念，不仅在力学中，而且在电动力学中也是不符合现象的特性。倒是应当认为，凡是对力学方程适用的一切坐标系，对于上述电动力学和光学的定律也一样适用。”

在爱因斯坦看来，这些定理在一个参照系中，简单而优美，而在其他参照系中却复杂而丑陋，这是不能接受的。麦克斯韦的电磁理论必须在所有的参照系中具有相同的性质。这就是著名的“相对性原理”。紧接着，爱因斯坦超前的意识使他直接假设光速在不同的惯性系中是一样的，这样就引发了麦克斯韦理论和牛顿理论的冲突。解决这个冲突的唯一出路是，必须在麦克斯韦理论和牛顿理论之间做一个选择。结果，爱因斯坦凭借过人的胆识，大胆宣告牛顿的绝对时空观是错误的！也就是说，牛顿物理学的有效范围是速度远小于光速，而牛顿定律可能会在速度接近光速时崩溃。

虽然麦克斯韦把光、磁、电的所有性质统一在麦克斯韦微分方程里，但我们认为还是应把麦克斯韦纳入牛顿体系里。虽然麦克斯韦方程属于极少数没有被爱

因斯坦直接创立的相对论和间接发动的量子革命所改变的理论物理学要素，他的总的思想还是属于牛顿的思想体系。

迈克尔逊-莫雷实验：“以太”存在吗？不存在！

19世纪后半叶，由于法拉第和麦克斯韦的研究，用场来描述电磁过程，比根据力学的质点概念来处理的优势越来越明显。由于在电动力学里引进场的概念，麦克斯韦成功地预言了电磁波的存在；而电磁波和光波本质上的同一性，已由它们的传播速度相等而无可置疑了。其结果是，光学在原则上被电动力学并吞了。这个巨大成就的一个心理后果是，场概念对于古典物理学的机械论的框架逐渐赢得了较大的独立性。^[2]

在古典物理学的框架里，场概念是在物质被当作连续区来处理的情况下，作为一个辅助概念而出现的。场是这样一个量，它表现为坐标和时间的一种函数。根据场概念的历史发展，凡是不存在物质的地方，场也就不存在。但是，在19世纪开头的四分之一世纪中，人们证明了，只要把光看作一种波场，把它完全同弹性固体里的机械振动场类比，就能够异常精确地解释光的干涉和衍射现象。因此，人们觉得有必要引进一种在不存在有重物质的“空虚空间”里也能够存在的场。

这件事产生了一种自相矛盾的局面，因为根据它的来源，场概念似乎只限于描述有重物体内部的状态。由于人们坚持相信每一种场都要看作一种能作为力学解释的状态，而这又要以物质的存在为前提，那么情况显得更一定是如此。这样，甚至在一向被看作空虚的空间里，人们也不得不认为必须假定到处存在着一种物质形式，它叫作“以太”。以太是古希腊哲学家所设想的一种介质，17世纪的法国哲学家笛卡尔最先将以太引入宇宙科学，并赋予它某种力学性质。正如声波在空气中传播一样，光波也应该通过以太传播，所以光速应该是相对于以太而言的。以太是光波的传播介质，假设认为，以太以静止态遍布宇宙。牛顿继承了笛卡尔的思想，认同有以太存在的假设，由它定义出牛顿力学中的绝对静止状态。牛顿最终描绘出来的以太，是一种本质上与空气一样的媒介，只不过比空气更加稀薄罢了。

于是，以太的存在成了一种根深蒂固的思维范式。在这种思维下，相对于以

太运动的不同观察者，应看到光以不同的速度冲他们而来。

1881年，美国物理学家迈克尔逊（1852—1931）开始测量光的传播速度。按照牛顿的观点，以太在绝对空间中是静止的，任何静止的人在所有方向上将得到相同的光速，而运动者会测得不同的光速。迈克尔逊在1881年初通过实验证明光在任何方向的速度都是一致的，但结果模糊，他自己也不完全相信。

1887年，迈克尔逊用他自己设计的灵巧实验技术，我们现在叫“迈克尔逊干涉度量法”，和美国化学教授爱德华·莫雷进行了更高精度的非常仔细的迈克尔逊-莫雷实验。他们将在地球运动方向以及垂直于此方向的光速进行比较。由于围着自转轴转动和绕太阳公转，根据推理，地球应穿行在以太中，因此上述成直角的两束光应该因地球的运动而测量到不同的速度。使他们大为惊奇的是，无论昼夜或冬夏都未引起两束光线光速的不同。迈克尔逊和莫雷历时11年，在不同的季节、不同的纬度做实验，不断改进实验，结果还是光速不变。这意味着什么呢？这意味着以太可能是根本不存在的！他们发现了革命性的真理，但迈克尔逊却对这个结果感到无比失望。因为在当时科学家的观念里，以太代表了一个绝对静止的参照系，以太这个概念作为绝对运动的代表，是经典物理学和牛顿经典时空观的基础。实验结果同当时的科学家根深蒂固的信仰矛盾，而当时许多正统的物理学家顽固地认为牛顿的基础是不会出问题的。迈克尔逊曾前后从事光速的测量工作近五十年，当今引力波的发现测量也是在他开创的测量方法基础上实现的。1907年，迈克尔逊获得了诺贝尔物理学奖，他也是第一位获得诺贝尔奖的美国人。

在20世纪的开端，相当多的物理学家都意识到了迈克尔逊-莫雷实验给物理学带来的危机。为了解释迈克尔逊-莫雷实验，荷兰物理学家洛伦兹（1853—1928）提出了“收缩假设”。1904年，洛伦兹首先提出时间和长度都随参照系速度的变化而变化的洛伦兹变换，两个做相对匀速运动的惯性参照系之间的坐标变换。洛伦兹提出的洛伦兹变换仍是基于以太存在的前提和绝对时空范式。相对论的名字就是洛伦兹起的，他是近代卓越的理论物理学家、数学家，经典电子论的创立者。爱因斯坦非常敬重他。

1905年，庞加莱在他的论文《论电子的动力学》中引入了一个数学公式，后来由闵可夫斯基于1908年发展完善，其中把时间作为第四个维度。新的相对论的确已呼之欲出了。庞加莱的论文发表后一个月，爱因斯坦的《论运动物体的电动

力学》在德国的《物理学》杂志上发表了。当时在伯尔尼专利局供职的爱因斯坦并不知道他的前辈们的工作。

真正能解决这个问题的是爱因斯坦。爱因斯坦逐步在前人的基础上，猜想在沿着地球运动的方向上，光速应该是增加的，但实际没有变化。所以，沿着地球运动的方向，长度发生了微小的收缩，时间发生了膨胀，这就可以解释迈克尔逊-莫雷实验的光速不变的结果。狭义相对论之终于诞生，是因为爱因斯坦并不满足于只推导公式，他构造出一个由光编织组成的新时空。

光速是绝对的：空间的运动影响时间的流逝

迈克尔逊-莫雷实验已经证明，地球的运动不影响相对于地球的光速。由于科学不能与实验事实相悖，所以爱因斯坦接受了这样的基本假设：光速对于所有宇宙中的观察者都是相同的，而不论他们是如何相对运动的。同时，他接受了另一个受实验启发而得到的公理：任何物体的速度都不能超过光速。光速绝对性原理：不论空间和本性的如何，它们的构成必定使光速在所有方向上都绝对相同，而且绝对与测量者的运动无关。

爱因斯坦在16岁时就进行过一个思想实验，他想知道如果他能以光的速度旅行会发生什么样的现象。首先，你在镜子中看不见自己。这是因为从你自己发出的光和你以相同的速度飞向镜子，而光无法在你之前到达镜子，更别说反射回来。这是很怪异的。真正的物理矛盾出现在引入麦克斯韦理论之后。如果你继续向前，终于赶上这个电磁场的振荡波，接着在波的旁边以光速运动，你会发现旁边的电磁场在空间的两侧会振荡，但没有前进，处于静止状态。在麦克斯韦方程组中，并不存在这种事情：振荡的电磁波始终以光速运动。我们现在已知的各种情况都支持麦克斯韦的电磁理论，它应该是正确的。而如果它正确，爱因斯坦想象中以光速运动的情形就不可能发生。这就是说，我们永远达不到光速！

对于“光速是绝对的”这一结论，爱因斯坦给出了石破天惊、超脱凡俗的解释，他认为空间的运动影响时间的流逝，导致这个结果的原因是时间变慢了！也就是说，我们移动得越快，我们的时钟就走得越慢，我们的量尺也越短，所以，我们测量的光速是不变的。

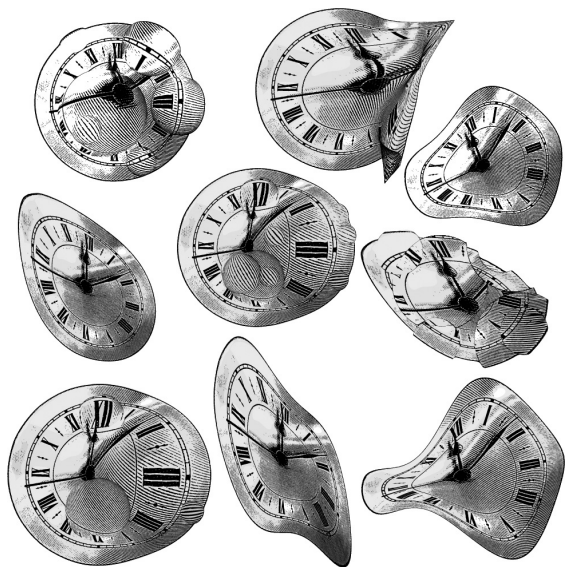


图4.2 空间的运动影响时间的流逝。对于“光速是绝对的”这一结论，爱因斯坦给出了石破天惊、超脱凡俗的解释，他认为空间的运动影响时间的流逝，导致这个结果的原因是时间变慢了。

对于接受绝对时空观的人们来说，物体具有一个“真实”的长度，当它在绝对空间运动或通过以太时要收缩，而对爱因斯坦来说，这一效应是在两个参照系测得的长度和时间经过相对论变换律的简单结果。如果你相对于我在运动，我看见你的表比我的走得慢、你的尺子比我的短，而你看见我的表走得慢、我的尺子短，这是完全对称的。就是说，每个人的测量都是“真实的”。

爱因斯坦假设光速不变后彻底改变了我们对时间的认识，颠覆了我们对时间的直觉，时间不可能是绝对的！如果光速不变，那么光就可以用来做计时的“绝对”标准。光速不变是一个巨大的发现，它动摇了牛顿的绝对空间和绝对时间，也就动摇了绝对的长度、绝对的高度、绝对的时间等问题。相对论其实是“绝对论”，即光速是绝对不变的！

因果性概念的重要性也体现在相对论中。如果超光速信号是可能的，则因果关系的时间次序将依赖于观察者的参照系。如果我们把原因永远先于其结果作为一种普遍的经验定律，这就意味着，对一个观察者来说表现为原因的事情对另一个观察者将成为结果，反之亦然，与在我们控制之下的原因的定义相矛盾。因

此，爱因斯坦断言超光速信号在物理学上是不可能的。换句话说，根据狭义相对论，以及我们所接受的因果性概念，他能够推断一种十分普遍的对自然的约束：不可能有任何种类比光速运动更快的信号，即没有能量传播，没有信息传递，没有任何传播能够比光速还快。作为这一“禁令”的一个结果，在相对论性物理学中“因果性”一词有准确的含义：不仅结果跟随其原因，而且发生在不同地点的两个有因果关联的事件，它们之间必然有一个足够长的时滞，以使光信号从一地到达另一地。

1905年6月，26岁的爱因斯坦向德国《物理学纪事》杂志投去一篇论文，题目是《论运动物体的电动力学》。爱因斯坦用光速不变推导出全新的时空观，他宣布没有绝对空间，也没有绝对时间，牛顿的物理学基础完全崩溃了。至于以太，是根本不存在的。杂志的编辑普朗克在翻过爱因斯坦的最后一页手稿后，意识到大家接受的科学秩序荡然无存了。这位来自瑞士伯尔尼专利局的二级专利员，已经神不知鬼不觉地把传统的绝对空间和绝对时间概念彻底推翻了，取而代之的是一个性质与我们在寻常经验中熟悉的任何事物都截然不同的新时空。这就是狭义相对论。

狭义相对论：同时相对，众生平等

爱因斯坦致力于消除经典力学和电磁理论之间明显的不一致。狭义相对论的某种特定形式是产生于电磁理论。狭义相对论认为，两个相对运动的观察者必定不赞成两个事件的同时性。如果两个观察者关于两个事件的同时性意见不一致，那么他们对距离的测量意见也会不一致，而且对时间间隔的测量也是如此。就这样，不同观察者所看到的不同现象有着微妙而深刻的意义。它令人惊奇地指出，相对运动的观察者将感觉不同的距离和时间。狭义相对论以准确的方式解决了我们关于运动和光的性质的矛盾，但也付出了代价：相对运动的观察者不会再看到相同的空间和时间。

爱因斯坦意识到光速是恒定的，与接受者和传递者的运动状态无关，但神奇的是，其与时间概念有着某种关系，两个相对运动的人定义的时间是不同的！爱因斯坦强调“同时性”是相对的：在你看来发生的事情（在你所在惯性参照系

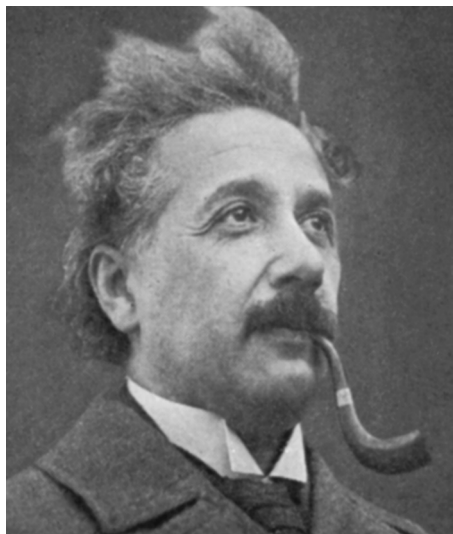


图4.3 爱因斯坦判定光速是绝对的，由此必然得到的结论是，空间和时间是相对的，依赖于事物的运动状态。在光速下，没有时间流逝。（图为中年爱因斯坦）

中），与我所在惯性参照系中，却不是同时发生的。换句话说，爱因斯坦的光速绝对性原理迫使空间和时间相混合：在你看来（即在你的时空里）同时发生的事件，在我看来（即在我的时空里），却并不是同时发生的。

牛顿物理学假定空间和时间是绝对的，由此必然得到的结论是，光速是相对的，它依赖于事物的运动状态。牛顿的经典理论中，时间是独立的，在一个参照系中，同时发生的两件事，在另外一个参照系中一定也是同时发生的。相对论却对此做了否定。爱因斯坦判定光速是绝对的，由此必然得到的结论是，空间和时间是相对的，依赖于事物的运

动状态。在光速下，没有时间流逝。

在得到空间和时间是相对的结论之后，对简单和优美的追求又将爱因斯坦引向相对性原理。伽利略相对性原理是说“在任何惯性系中，力学定律保持不变”。爱因斯坦思考：为什么只是“力学定律”呢？电磁定律、热力学定律难道不行吗？爱因斯坦一个口头禅就是：上帝喜欢简单。爱因斯坦的想法是，没有哪个运动状态会比其他状态更优越，在物理学定律看来，一切运动都应是平等的，即宇宙中所有各处的物理规律都是相同的，不论观察者的运动速度如何。通过在一个惯性参照系里进行的测量来建立的任何物理定理，当在其他惯性参照系统中来重现的时候，它们必须具有原来参照系中完全相同的数学形式和逻辑形式。

爱因斯坦说：“在物理学中，那种为事件在空间上所参照的物体就叫作坐标系。比如，伽利略和牛顿的力学定律，只有借助于坐标系才能用公式列出来。但是，如果要使力学定律有效，坐标系的运动状态就不可任意选取（它必须没有转动和加速度）。力学中容许的坐标系叫‘惯性系’。按照力学，惯性系的运动状态不是由自然界唯一确定的，相反，下面的定义是成立的：一个对惯性系做匀速直

线运动的坐标系，也同样是一个惯性系。所谓‘狭义相对性原理’就意味着这个定义的推广。”^[3]

爱因斯坦得出结论：“在任何惯性系中，所有物理规律保持不变。”实际上，相对性原理是一个形而上原理。爱因斯坦断言，所有的物理学定理都必须遵从相对性原理，不论它是什么样的定理，也不论它是关于电的或磁的，或原子的，或分子的。这个形而上原理的力量是惊人的，每个新提出的定理都要经过它的检验。如果新定理通过了它的检验，即在每个惯性系是一样的，那它就有希望成为真正宇宙的定理。如果检验失败了，爱因斯坦就断言它的基础动摇了，它就没有希望了，它就应该被抛弃。自1905年以来，近百年的所有经验都是对的，所有成功描述宇宙的定理，都已经证明要服从爱因斯坦的相对性原理。这个形而上原理，不是形而上学，已经成为物理学定理，已经成为物理学中定理的定理。

狭义相对论建立的基础有两个：一个是光速不变原理，爱因斯坦宣布，宇宙间的一切事物总是以一个固定的速度——光速，在时空里运动。相对论禁止超光速，即光速在任何一个惯性系中都是一个常数 C 。另一个是相对性原理，就是物理规律在所有的惯性系中都一样。在这两条原理的基础上，建立了狭义相对论的框架。爱因斯坦说：“上述两条原理都为经验强有力地支持着，但它们在逻辑上却好像是互相矛盾的。狭义相对论终于成功地把它们在逻辑上调和了起来，这是由于它修改了运动学，即从物理学的观点论述空间和时间的规律的学说。这样就清楚了，说两个事件是同时，除非指明这是对某一坐标系说的，否则就毫无意义。量度工具的形状和时钟运行的快慢，都同它们对于坐标系的运动状态有关。”^[4]

相对性原理与光速不变性两条原理发现牛顿经典时空观下所提出的牛顿运动三大定律与万有引力定律存在缺陷，这些定律都是一个绝对时间和绝对空间为度规结构下的结论，即牛顿在不考虑光速不变与引力影响条件下的结论。爱因斯坦抛弃了绝对空间，“在绝对空间中静止”的说法绝对没有意义。他声称，没有办法测量地球在绝对空间的运动，这就是为什么迈克尔逊-莫雷实验会出现那样的结果。运动纯粹是“相对的”。

时空一体：时间膨胀，空间收缩

在狭义相对论的框架下可以得到几个结论。“同时”是相对的，运动的时钟变

慢，也叫时间膨胀，说明时间是相对的；运动的物体收缩，即空间收缩，说明空间是相对的。无论时间膨胀，还是空间收缩，都刚好抵消光速的变化，从而满足光速的恒定性。

光速永恒不变现象有一个“天然”的解释，即如果光速是无限的，就存在超距作用，信号就可以瞬间传播，那我们就不必要讨论如何定义、测量和比较时间间隔了。光速恒定，就排除了超距作用。在日常生活中，光速几乎是无限大的，而时间的细微差别常常被忽略。爱因斯坦认为，光速的有限和恒定表明我们必须重新审视之前认为的理所当然和显而易见的事情，即改变我们的时空观。

光速不变和光速极限使我们考查运动除了空间的三维之外，还必须加上时间维。我们现在讲的光速是指在四维，即三维空间和一维时间里的组合速度。光速可以在不同的维度里分解。前文提到，空间的运动影响时间的流逝，假如物体在空间运动，那么刚才讲的在时间维的运动一定会转移一部分到空间维来。物体运动的转移意味着它在时间里的运动比静止时慢。就是说，当物体在空间运动时，它的钟会变慢。现在我们看到，相对我们运动的物体时间变慢的原因是它在时间里的部分运动转移为空间运动了。这样，物体在空间的运动只不过反映了有多少时间里的运动发生了转移。假如物体在时间里的运动完全转移到空间来了，物体在空间的运动就达到那个最大速度。也就是说，以光速在时间里运动的物体，现在以光速在空间运动。因为所有在时间里的运动都被占有了，因此这是任何物体所能达到的最大速度。当然，以光速在空间运动的事物，同样也没有留一点儿时间里的运动。因此，光不会变老。从宇宙大爆炸出来的光子在今天仍然是过去的样子。

爱因斯坦上大学时的老师、俄国数学家闵可夫斯基对爱因斯坦的工作大为惊叹。闵可夫斯基给狭义相对论赋予了一种形式化的数学结构。闵可夫斯基把所有事件都变成了四维的数学坐标，其中第四维便是时间。闵可夫斯基认为，当我们观察自然界的事件时，我们同时经历着时间和空间。时间本身总是通过空间的意义测量的，例如，通过时钟的指针所运动的距离。我们测量空间的方法必定与时间相关。即使是在最简单的测量距离的过程中，都要经历逝去的时间。没有任何测量是瞬时完成的。因此，从本质上来看，事件应该用时空的组合来描述。的确，不同的观察者在测量组成两个事件之间的时-空间隔时，会得到不同的空间和



图4.4 闵可夫斯基认为，当我们观察自然界的事件时，我们同时经历着时间和空间。时间本身总是通过空间的意义测量的，例如，通过时钟的指针所运动的距离。我们测量空间的方法必定与时间相关。

时间。但是，这是人为进行的区分，自然界显示出来的是时空紧密相连的情形。

1908年，闵可夫斯基在一次讲演中宣布了这一新的数学方法。宇宙并不只有空间，要把时间当作第四维。他说：“这种时空观是根本性的。从此以后，空间本身和时间本身都注定要蜕变为纯粹的幻影，只有对两者的某种联合才能保持独立的实在性。”时空是一体的！在新的时空理论中，时间和空间会互相转变，时间和空间必须结合成一个新的概念——时空。满足相对论的时空几何理论，即在科学史上所称的闵可夫斯基时空，开始出现在物理学的核心。

爱因斯坦当时还没认识到数学的重要性，他曾经用“花拳绣腿”来形容闵可夫斯基的数学工作，并且调侃说：“自从数学家涉足相对论之后，我就再也不能理解它了。”随着时间的推移，他才意识到闵可夫斯基创立的统一四维时空理论对狭

义相对论的发展是至关重要的。这让爱因斯坦对数学产生无比的敬畏之心。爱因斯坦知“耻”而后勇，后来，在广义相对论中，就利用动态的四维模型来描述引力。爱因斯坦对闵可夫斯基的功绩给予高度评价：在相对论中引入了四维张量理论，没有它，广义相对论的数学表述就不可能实现。爱因斯坦曾给一位朋友写信说：“对于数学，我产生了极大的敬意。在此之前，我一直愚蠢地认为数学中更为奥妙的部分纯粹是一种奢侈！”

$E = MC^2$ ，质量可以转换为能量

在牛顿力学中，所有定律都隐含着这样一个基本前提，即物体的质量是不变的。而根据狭义相对论，物体的质量不是恒定不变的，质量也是相对的。物体的运动速度越快，质量就越大。当物体的速度趋近光速时，它的质量变成无限大。这样，就需要一个无限大的力把它加速到光速。这样一来，我们就可以明白，为什么不可能使一个有质量的物体达到光速，要它超过光速自然就更不用谈了。只有静止质量为零的粒子，才能以光速运动：光子就是一例——量子理论中的光子是与电磁场联系在一起的。光子只能以光速运动，并且没有质量。

到目前为止，光速为什么是绝对的仍然不清楚。光的本质背后隐藏着整个宇宙的奥秘，爱因斯坦以时间的相对性换取光速的绝对性。爱因斯坦用光速的绝对性统一了时间和空间。爱因斯坦进一步思考，几乎所有的物体都必须使用时钟与量尺来测量，既然时钟和量尺都是变化的，所以我们必须校正所有的物理量。于是，他导出了两个重大的结论：第一，质量可以转换为能量。质量是从能量来的。第二，每个物体的惯性在物体接近光速时，必然会快速增大，以至于不论我们怎样推动它，都不会超过光速，没有什么比光还跑得更快的。如果一个物体运动得越快，它变得越重，这意味着运动的能量转换成了物质。反过来也是对的，物质也可以转换成能量。这个结论，又一举颠覆了19世纪的两大物理发现：质量守恒和能量守恒。自此以后，质量与能量被视为单一单位：质-能（matter-energy）。26岁的爱因斯坦同时给出了质能变动的方程式，那就是著名的 $E = MC^2$ 。这里 C 代表光速，大约每秒30万千米。 E 是静止物体所含的能量； M 是它的质量。属于质量 M 的能量等于这质量乘以光的巨大速率的平方。那就是说，对于每一单

位质量都有一个巨大数量的能量。

$E = MC^2$ 告诉我们，很小的质量里也蕴含着极大的能量，这是因为一定质量所能转化的能量包含一个光速的平方作为系数。粒子被加速的同时，也会变得更重，它的能量也增加，因此质量也会增大。越接近光速，物体会变得越重，也就更难加速。 $E = MC^2$ 的发现标志着物理学家们在对能量的认识上所发生的改变，由此知道了质量本身也蕴含着巨大的能量，而且大到超越任何人的想象。它让我们明白了质量不仅仅是表面上用来衡量一个事物所含物质的多少，还有衡量事物所含潜能的作用。如果能够将质量中的能量释放出来，便会提供一个前所未有的超级能量源。

爱因斯坦后来在其《相对论的含义》一书中解释：“质量和能量从本质上说是一样的；它们只是对同一个东西的不同表达。物体的质量不是恒定的，它随能量的改变而改变。”理解质能等价的一个关键是考虑质量是如何表现自己的。质量的一种基本性质是惯性，即对速度改变的抵抗。为增加速度，必须施加能量；速度越高，改变速度所需能量就越多。通过增加速度，物体获得了更多的惯性或质量。爱因斯坦证明，当质量处于静止时，其能量在数量上等于 MC^2 。能量可被认为是一种衡量运动的东西，快速运动的物体比慢速运动的物体拥有更多的能量。

这是一个极其辉煌的思想。在1905年，还猜不出狭义相对论有什么实际应用，但它在哲学上的冲击却立即显示出来了。维持了数千年的信念被证明并不适合于真实世界。一些哲学家拒绝改变自己对世界的观念，而把爱因斯坦理论看作一种纯粹抽象的东西，对狭义相对论可靠性的怀疑要以广岛被原子弹毁灭为代价来消除，这是一种可怕的证明。

由于光速出现在 $E = MC^2$ 中，它通常被看作对宇宙的构造具有重大的意义。光看上去非常特别，这是由于长久以来人们认为时间和空间是分开独立存在而造成的。从时空一体的角度来看，时空中的万物都是以光的速度 C 运动着，这当中包括你、我、地球、太阳，以及远方的星系。光线只不过是将它时空中能获得的速度全部用于在空间里穿梭上，这样它就能以宇宙速度的极限值前进。从更广泛的意义上说，方程中出现的一方面可以是真实存在的物质；另一方面还可以是较为抽象的东西，也就是在时空中应该有一种量是大家都能够认同的，比如质量、能量，还有时空中的距离。

历史上，法拉第及麦克斯韦通过实验和理论发现电磁波这样一个以宇宙速度极限运行的事物。而这一事实对于爱因斯坦的思考起到了关键作用。 $E = MC^2$ 中的 C 和光速联系在一起是由于实验中发现组成光的粒子们是没有质量的。所以， $E = MC^2$ 中的 C 应该正确地被认为是没有质量的粒子的运行速度，它们被强制性地以这个速度在宇宙中不停飞驰。从时空的角度来看，引入 C 的目的是为了定义如何计算时间方向上的距离。也正是通过这种方式，它渗透到时空中的方方面面。由这一理论可知，质量不是一个不变的量，而是依赖于（实际上是相当于）所含的能量。它也表明，牛顿的运动定律只能认为是对低速才有效的极限定律；它建立了一条新的运动定律来代替牛顿定律，在这条新定律里，真空中的光速是极限速度。光速对于日常生活中的我们是很难感受到的，因为日常生活中绝大部分事物

都是以远远小于宇宙速度极限的速度在运动。我们处于相对低能量环境中的存在从根本来说和自然界当中的力，特别是相对较弱的电磁力和万有引力有着很大的关系。

在爱因斯坦之前，质量和能量看上去是毫无关联的两个独立存在的个体。而爱因斯坦之后，每个人都不得不接受质量和能量只是同一个事物的两种不同表现形式而已。在这一公式中，我们发现能量、质量和动量都必须融合在一起变成一个单一的时空中的概念。

假设你问，如果每一点物质都含有这样巨大的能量，为什么它会那么长期没有引人注意呢？爱因斯坦的答案很简单：只要没有能量向外面放出，就不能观察到它！



图4.5 人类是通过原子弹的爆炸才真正直观地感受到了 $E = MC^2$ 的威力。

信仰与范式

美国科学哲学家库恩提出的范式概念，一个范式就是科学家群体在研究某个问题和与别人交流研究结果时所秉持的基本信念。本书中把范式定义在对于时间和空间的基本信念和根本看法。在广义相对论上，弯曲时空观是一个范式，绝对时空观是另一个范式。物理学定律的历史重复着范式革命过程：当引力变得重要时，狭义相对论将失败，取而代之的是一组叫广义相对论的新定律；在黑洞内部奇点的邻近，广义相对论将失败，取而代之的是一组叫量子引力的新定律。

在19世纪末20世纪初，物理学有两大支柱——牛顿力学与万有引力理论，以及麦克斯韦的光的理论，万物都依赖于这两个支柱。在19世纪60年代，物理学家麦克斯韦证明光是由彼此不断改变的振动的电场和磁场构成的。使爱因斯坦震惊的是，他发现这两个支柱是互相矛盾的，二者之间必须否定一个。爱因斯坦否定了牛顿！

如果牛顿定理是正确的，运动就不能使时间发生任何膨胀，运动就不能使任何长度收缩。不幸的是，当时的钟远没有揭示出这些客观现象，面对牛顿的伟大胜利，加固了绝对时间和绝对空间的基础，没有人愿意相信时间真会膨胀。在那个时代，即受牛顿思想束缚的时代，牛顿的理论是不能争议的，时间和空间是相互完全独立的，空间有三个维数。空间是由欧几里得几何来量度的。时间是绝对的，长度也是绝对的。时间总是朴素地无情地“单向”地在流逝着，从“过去”流向“未来”。从观察和情理上都可确认，一个事件的原因总在其结果之前，这种不可逆转的次序称为因果律。

当时还有一些数学家，像洛伦兹、庞加莱等，他们都已走到了一个可能发现相对论的边缘。甚至可以说，庞加莱和洛伦兹早在爱因斯坦之前，便已经走到了狭义相对论的大门口。然而，走到了大门口，与等不了多久就可以走进大门之间，并不是必然要画上等号。庞加莱对爱因斯坦的理论一直很冷淡，甚至有时还表示了怀疑、厌恶的态度。1911年，爱因斯坦曾表示，在第一次索尔维（Solvay）会议期间，庞加莱对相对论采取完全否定的态度。正如爱因斯坦的传记作者佩斯（A. Pais）所言，这不是单独哪个人的悲哀，而是一个时代的悲哀。他们毕竟是老一辈的物理学家，不易走出传统时空观的阴影。

当时，年仅26岁的爱因斯坦大胆摒弃了经典权威的观念。他从相对性原理和光速不变原理出发，对洛伦兹变换方程进行了修正。爱因斯坦同时指出，无法探测相对于以太的运动，因此，以太的概念是多余的。这就对人们以往奉为金科玉律的“同时性”概念提出了挑战。在爱因斯坦看来，如果两个人是相对静止的，那么，他们的时间就是一致的。如果存在相互的运动，他们观测到的时间就是不同的。

爱因斯坦的时空观一问世，就被视为科学异端，因为它要求物理学家改变最基本的思维范式，这在物理学界引起了许多争论。在人们掀起了一阵阵对狭义相对论反对意见的时候，爱因斯坦却表示：上帝难以捉摸，但他并不邪恶。在爱因斯坦看来，大自然是微妙也是高傲的，它不让世人轻易去揭示它的奥秘。

爱因斯坦和当时的科学领袖洛伦兹和庞加莱有本质区别，后两者还是偏重于数学的研究。虽然洛伦兹和庞加莱找到了洛伦兹变换，把伽利略变换转换到洛伦兹变换，已经走到了狭义相对论的边缘，可是就差一步没有达到，为什么呢？因为在洛伦兹心目中，变换所引入的量仅仅被看作数学上的辅助手段，并不具有物理本质。可见，在他们的思维范式中根深蒂固地相信牛顿的绝对时空和以太的存在。牛顿的绝对时空观和以太可以说是他们终身信奉的科学信仰。迈克尔逊直到去世前，都坚信以太存在，至死都不相信相对论的正确性。而爱因斯坦则毫不犹豫地抛弃了以太存在的思维，不仅揭示了牛顿绝对空间的问题，还揭示了只有在光速不变的情况下，才能发现绝对空间和绝对时间产生众多的缺陷，他完全是在物理意义和物理现象上来研究这个问题的。

爱因斯坦做出了人类思想史上关于空间和时间观念的革命性突破，突破了牛顿的绝对时间和绝对空间的观念。爱因斯坦发现牛顿的时空观有局限性，牛顿绝对时间的观念通常是宇宙中任何事件都发生在空间的某一点和时间的某一时刻，而那一刻到处是一样的。爱因斯坦认为这不对。爱因斯坦认为存在是四维的，是在合并三维空间和一维时间的混合的四维时空中的存在，而不是一个三维存在再加上它在时间上的演化。

自爱因斯坦向世界宣传空间收缩与时间膨胀这一惊人的发现以来，近百年过去了，我们今天大多数人还在把空间和时间当成绝对的东西。狭义相对论没有深入人心，我们感觉不到它。它的意义在我们的直觉以外。原因很简单：狭义相对

论效应依赖于我们的运动速度，而汽车、飞机甚至宇宙飞船的速度，与光速相比其效应是微不足道的。然而，假如有人能以光的速度旅行，相对论效应将变得十分明显。

爱因斯坦的狭义相对论，统一了时间和空间，也统一了质量和能量。统一了“时-空”以及“质-能”之后的爱因斯坦，进一步思考“时空”与“质能”之间的关系，也就是狭义相对论所忽略的加速度，还有引力。他的动机是要结合物理学上两个重要但互不相容的理论：其一是行之已久的牛顿引力论，其二是刚发展出来的狭义相对论。这导致了他的下一个巨大成就——广义相对论。

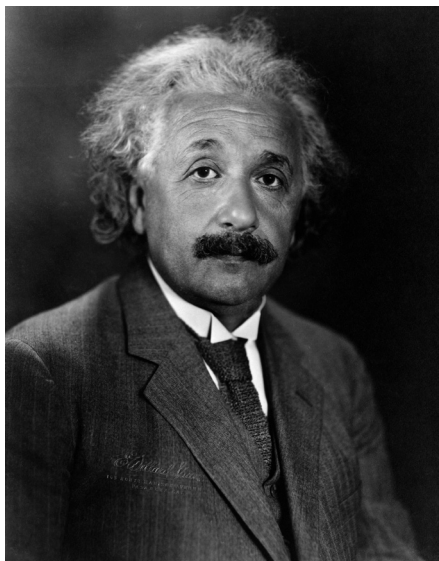


图4.6 爱因斯坦做出了人类思想史上关于空间和时间观念的革命性突破，突破了牛顿的绝对时间和绝对空间的观念。（图为老年爱因斯坦）

参考文献

[1]【特别推荐】杨振宁先生最新佳作

http://www.360doc.com/content/16/0126/04/30303431_530586028.shtml

[2] 爱因斯坦. 爱因斯坦文集（第一卷）. 许良英，李宝恒，赵中立，范岱年编译. 北京：商务印书馆，2016. 740

[3] 爱因斯坦. 爱因斯坦文集（第一卷）. 许良英，李宝恒，赵中立，范岱年编译. 北京：商务印书馆，2016. 186

[4] 爱因斯坦. 爱因斯坦文集（第一卷）. 许良英，李宝恒，赵中立，范岱年编译. 北京：商务印书馆，2016. 185



▼
05

弯曲的时空： 引力即几何

如果狭义相对论发现物质和能量是等价的，那么广义相对论宣告运动中的物质决定了时空的形状，引力的真面目是时空弯曲的效应。如果说牛顿的理论是“质量告诉引力场如何形成，引力场告诉质量如何运动”，那么广义相对论则是“物质告诉时空如何弯曲，时空告诉物质如何运动”。爱因斯坦之所以伟大，就在于他两次改变了人类对时间和空间的思维范式。第一次他告诉我们时空一体，同时相对，第二次则告诉我们时空是弯曲的！爱因斯坦的广义相对论被认为是人类历史上最伟大的成就之一。



发现引力波

2017年10月16日，全球多国科学家同步举行新闻发布会，宣布人类第一次直接探测到来自两颗距离地球约1.3亿光年的中子星并合产生的引力波，并同时“看到”这一壮观宇宙事件发出的电磁信号。在这次国际重大科学发现中，全世界仅有4台X射线和伽马射线望远镜成功监测到了引力波源所在的天区，我国的第一颗

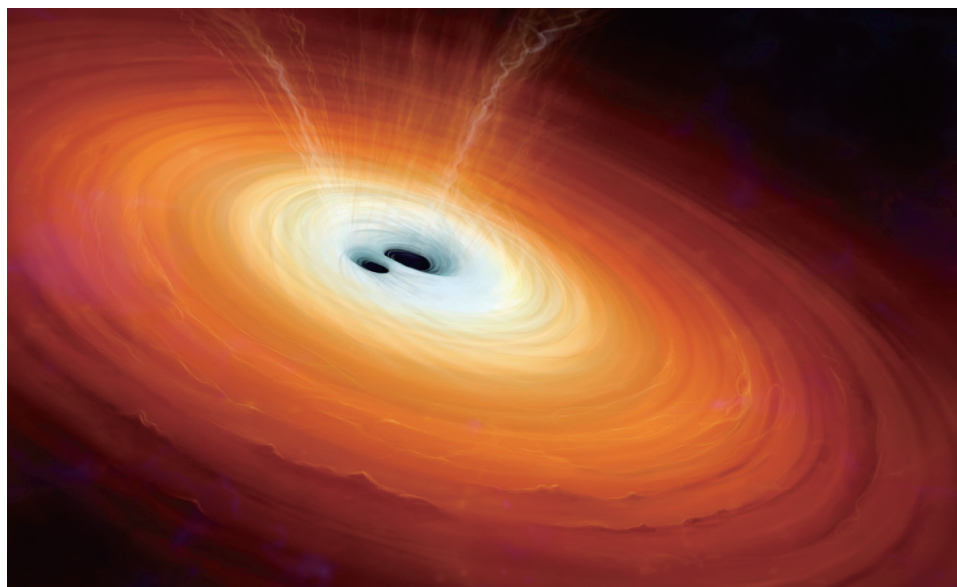


图5.1 中国的“慧眼”望远镜卫星，在2017年人类首次直接探测到两颗距离地球约1.3亿光年的中子星并合产生的引力波事件中，成功监测到了引力波源所在的天区，为全面理解该引力波事件和电磁对应体的物理机制做出了重要贡献。（图为黑洞合并产生引力波事件艺术图）

空间X射线天文卫星——“慧眼”望远镜是其中之一。“慧眼”望远镜在这次引力波事件发生时成功监测了引力波源所在的天区，为全面理解该引力波事件和电磁对应体的物理机制做出了重要贡献。

2016年，美国《科学》杂志在其评选的十大科学突破中，将有“时空涟漪”之称的引力波被发现评选为“本年度头号突破”。2016年2月11日，美国加州理工学院、麻省理工学院以及“激光干涉引力波天文台”（LIGO）的研究人员当天在华盛顿举行记者会，宣告他们探测到引力波的存在。

1916年，爱因斯坦的广义相对论预言了引力波的存在，根据广义相对论，引力或者引力场的本质就是质量引起的时空的扭曲，简单说就是引力是空间的弯曲效应。爱因斯坦预言引力的作用以波动的形式传播。

引力波极其微弱，很难探测到，只有大质量天体的激烈活动才会产生很强的引力波。宇宙中主要存在三种类型的引力波辐射：一种是在超新星爆发、高密度天体的引力坍缩、两个黑洞高速相撞等突发事件发生时发出的脉冲式、强度大、时间短的引力波。一种是双星系统、中子星和白矮星及其他旋转天体发出的频率稳定的引力波。还有一种是随机无规则的引力波背景辐射，如宇宙极早期物理过程中发射的原初引力波等。^[1]

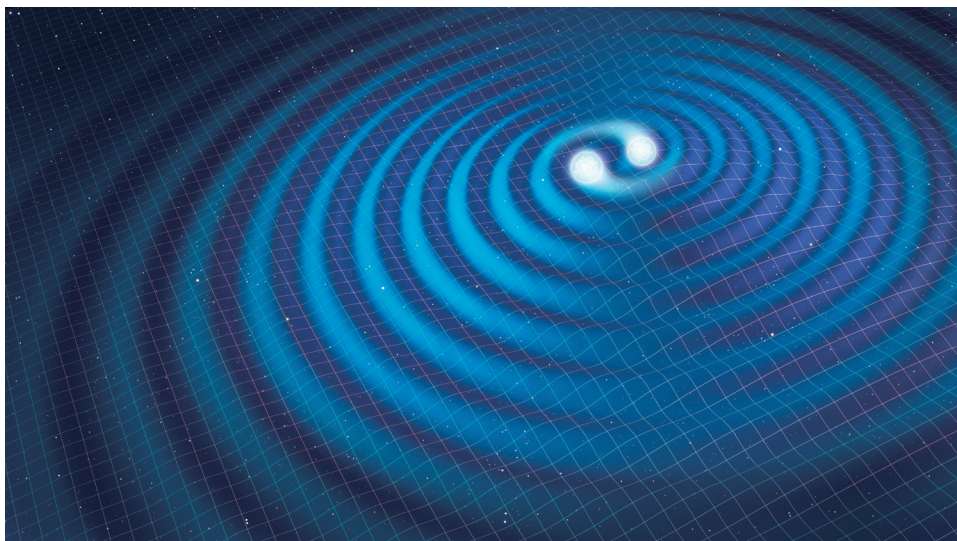


图5.2 在广义相对论中，引力波是物质和能量产生的时空扰动向远处传播形成的时空“涟漪”。

2016年2月公布探测到的引力波是由13亿光年之外的两个黑洞在合并的最后阶段产生的。当两个黑洞相互绕转做轨道运动时，黑洞周围的时空扭曲加剧。由于黑洞运动的信息不能以超光速传播，因此时空形态无法即时适应这种变化，而是逐渐做出变化、调整。这些变化会以逐渐增强的波的形式，借助剧烈天体运动所产生的能量，以光速向外传播。但是，等到引力波在13亿年后抵达地球时，它们已经变得非常微弱，就像一块石头丢进池塘里，引起的涟漪会随着扩散距离越来越大而逐渐变得微弱一样，引力波被视为宇宙中的“时空涟漪”。

爱因斯坦曾经断言，虽然引力波存在，但人类不可能测得到。这是因为在人类发现的自然界四种基本相互作用中，引力是最弱的一种，只有弱作用力的亿亿亿分之一。广义相对论的其他预言如光线的弯曲、水星近日点进动以及引力红移效应都已获证实，唯有引力波一直徘徊在科学家的“视线”之外，直到2016年



图5.3 2016年公布发现的引力波是由13亿光年之外的两个黑洞在合并的最后阶段产生的。引力波是一种看待世界的方式。引力波发现将改变科学的景观。

被探测到。科学界普遍认为，引力波是爱因斯坦广义相对论实验验证中最后一块缺失的“拼图”，它的发现是物理学界里程碑式的重大成果。2017年的诺贝尔物理学奖颁给了雷纳·韦斯、巴里·巴瑞斯和吉普·索恩三位物理科学家。这三位科学家的获奖理由是，他们对LIGO探测器和观测引力波的决定性贡献。

在美国电影《星际穿越》的结尾部分，男主人公库珀身处一个五维时空的超立方体中，为了将从黑洞中心所提取出来的信息传递给身处四维时空的女儿墨菲，人为地制造引力波效应，成功将信息传递，从而人类得以解救。引力波从目前物理学家的认识来看，是唯一可以在不同维度传播的波。

引力存在于宇宙所有物质和能量之间，是人类最早认识的一种基本作用力。引力作用支配着宇宙的形成和演化。在牛顿的经典力学中，万有引力被认为是一种超距作用，是瞬时传播的，速度远远大于光速。爱因斯坦发表狭义相对论以后，多位科学家以引力传播速度大于光速为由，对狭义相对论提出质疑。爱因斯

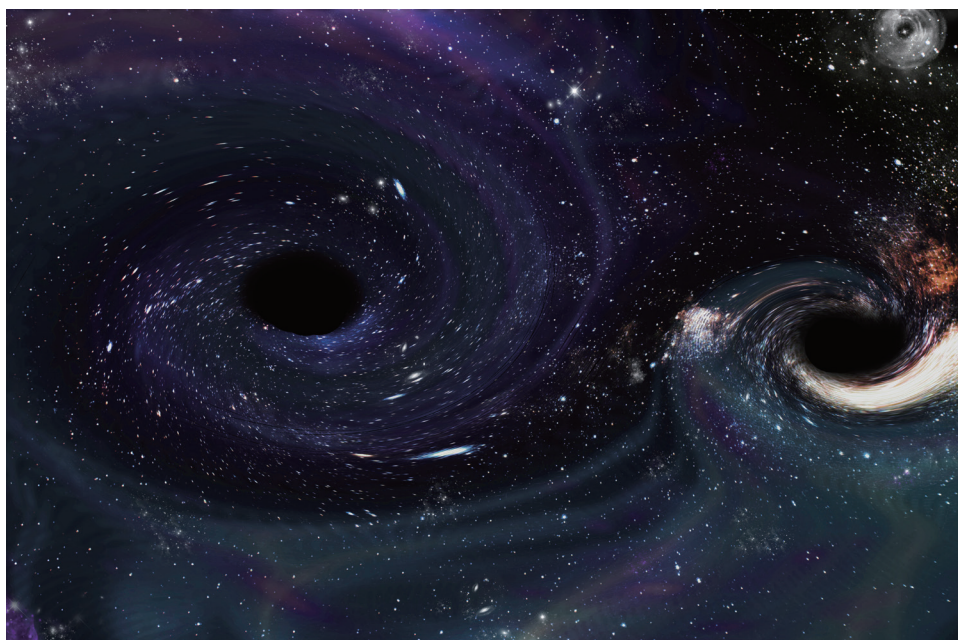


图5.4 引力是空间“弯曲”的程度，数学定义叫曲率，而弯曲的程度受物质质量的影响，两个超大质量的黑洞物体互相旋转，周围被弯曲的空间就会发生激烈的持续拉伸和收缩振荡。而时空振荡，就是引力波，也被称为曲率波。

坦很清楚，如果引力的速度是超光速的，那么狭义相对论的基础就不会存在。爱因斯坦在发表广义相对论的引力场方程后，立即进行了对引力波的研究。1916年，他在研究引力场方程的近似积分时，推断一个力学体系变化时必然向外发出以光速传播的引力波。广义相对论是基于“场”的观点，将引力解释为引力场和物质场之间的相互作用，场的传播需要时间，传播速度有限，也是一种“波”，即爱因斯坦预言的引力波。爱因斯坦告诉我们，加速运动的物体会产生引力波。

如果说牛顿的理论是“质量告诉引力场如何形成，引力场告诉质量如何运动”，那么广义相对论则是“物质告诉时空如何弯曲，时空告诉物质如何运动”。牛顿万有引力认识的精髓是物体质量的存在导致了引力，万有引力是和质量有关的，质量越大引力越大，物质的密度大了一些，引力就会大。这在牛顿之后的两百多年里被认为是宇宙间的绝对真理。1915年，广义相对论发表，革新了牛顿的经典引力观。爱因斯坦提出了一种完全不同的对于引力的看法，引力是因为质量对时空造成变形所导致，而非质量之间的吸引。广义相对论的核心思想就是，引

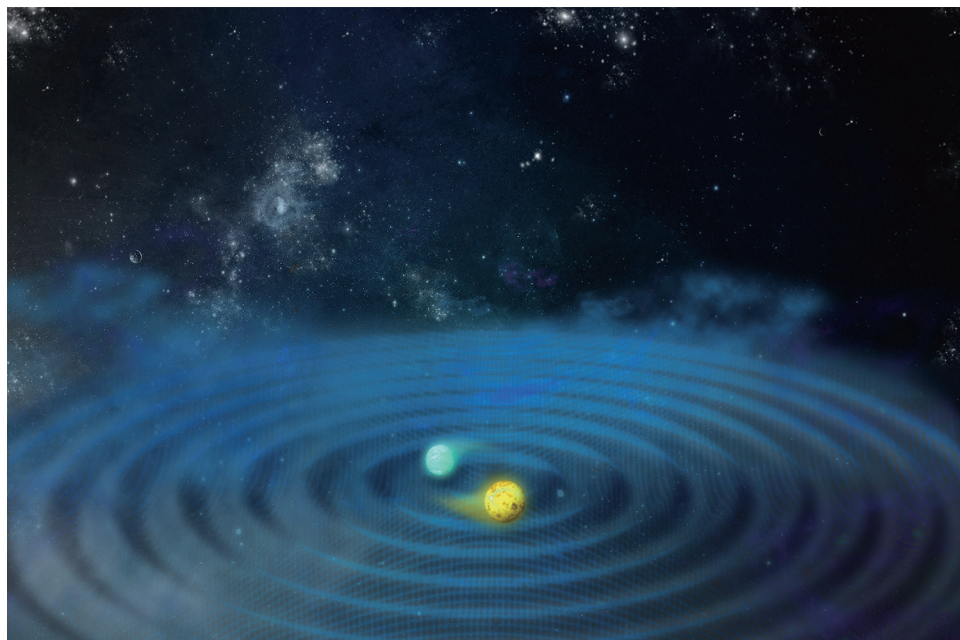


图5.5 宇宙是一个大尺度的宏观世界，这个世界中的所有物质都有引力场，引力波可以让我们把宇宙看得更远、更清晰。

力源于时空弯曲，引力就是几何！引力的本质是“时空的弯曲”，这就意味着，我们的时空可被当作一种可以变形的介质来认识。用一句话解释，引力是空间“弯曲”的程度，数学定义叫曲率，而弯曲的程度受物质质量的影响，两个超大质量的黑洞物体互相旋转，周围被弯曲的空间就会发生激烈的持续拉伸和收缩振荡。而时空振荡，就是引力波，也被称为曲率波。在物理学上，引力波就是一种以光速传播的时空自身的波动。引力波是一种看待世界的方式。引力波的发现将改变科学的景观。宇宙是一个大尺度的宏观世界，这个世界中的所有物质都有引力场，引力波可以让我们把宇宙看得更远、更清晰。中国的引力波探测工程“天琴计划”已经启动，开启了中国人探索深邃宇宙的天眼。

从平直空间到弯曲空间：非欧几何

在广义相对论中，引力波是物质和能量产生的时空扰动向远处传播形成的时空“涟漪”。从概念上讲，引力波类似于“声波”或者“电磁波”，只不过“声波”或“电磁波”都需要在空间中传播，而引力波则是空间本身的传播，是弯曲的空间的运动。引力波实际上可称为“时空波”。但是，“时空弯曲”这个说法是违背人类直觉的，普通人是无法感受到弯曲的时空的。时空如何能弯曲呢？这里的“弯曲”到底是什么意思呢？要想理解爱因斯坦的时空弯曲，就得向前追溯人类对于空间的认知。先不说时间，人类对空间的认知，经历了从古希腊欧几里得时代的几何平直空间，到二百多年前的几何弯曲空间，从而为爱因斯坦的广义相对论的论证打下了坚实的数学基础。这是一个漫长的过程，涉及几何、物理和哲学。广义相对论的建立又一次生动地展示了数学与物理之间精妙的融合。

18世纪德国哲学家康德试图创造一种知识的理论，其中包括一种数学哲学。康德数学哲学最迷人，也最难捉摸的特征是他的如下论调：几何、算术和代数真理是基于“直观”的“先天综合”。按照康德的说法，经验的形式是被一种先验的空间直觉与一种先验的时间直觉所赋予的。他认为，没有经验的概念是空洞的，没有经验的概念不能构成知识。康德的数学哲学认为，思维决定了我们的时空概念，我们在自然中所看到的东西无非是我们的思维事先确定好的东西。即使大多数数学命题是综合的，它们却是先天知识——独立于感觉经验的，所以几何、算

术和代数真理是基于“直观”的“先天综合”。因此，关键的思想是先天知识，分析综合之分，以及直观的功能。康德对几何的著名断言：“两点之间的线段是两点间的最短距离，这是一个综合命题。”换言之，我们认为的任意两点间的最短距离是一条连接这两点间的线段，这样的知识是建立在一种空间的先天直觉之上的，以这种方式，我们被赋予对空间的理解。这一陈述有相当特殊的数学结果，两点之间的最短距离是连接它们的线段中的空间。在某种意义上来说，这种空间是“平直的”，没有任何弯曲。这就是众所周知的欧几里得空间。这也是我们通常的视觉经验中的几何学。因此，康德看来断言一种先天的空间直觉迫使我们认识到空间就是欧几里得式的！他想试图说明欧氏几何是人类唯一能够理解的几何。康德认为平行公设是一个先天必然真理，它不可能是假的，因为欧氏几何是物理空间的几何，是关于空间的真理。这一观念在人们心中根深蒂固，以至于在许多年中，与之相悖的任何思想都会受到排斥。

由于康德的影响，物理学家不自觉地坚持的这种观点，符合这样两条原则：欧几里得几何的概念和基本原理都是自明的。现在我们知道，康德在坚持欧几里得几何的问题上是不正确的。康德这种看似当然的欧几里得式的空间直觉在19世纪受到了挑战。

数学经典著作欧几里得的《几何原本》里有很多公设，其实公设就是公理，从这些公理可以推导出所有的定理和推论。欧几里得的《几何原本》在构建经典时空时有五个依靠直觉的公设：

第一公设 由任意一点到任意一点可作直线。

第二公设 一条有限直线可以继续延长。

第三公设 以任意点为心及任意的距离可以画圆。

第四公设 凡直角都相等。

第五公设 同一平面内一条直线和另外两条直线相交，若在某一侧的两个内角的和小于两角，则这两直线经无限延长后在这一侧相交。（平行线公设）

其中第五条定义平行线的公设有些复杂。人们发现第五公设在逻辑上是独立于其他公设的，它不能够从其他公设中推出来。很多人想用前四条更基本的直觉观念去证明第五条，在《几何原本》问世后的两千多年间，很多非常聪明的人耗费了毕生精力也没能证明。结果，直到19世纪的数学家罗巴切夫斯基和高斯先后

独立发现，前人的证明多是错误的循环论证，平行线公设无法由前四条推理证明。他们开创了一个不同于欧几里得几何的“非欧几何”。

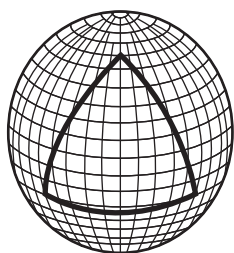
第一个对“非欧几何”做出贡献的是19世纪匈牙利的青年数学家鲍耶，他当时在数学系学习，父亲是大数学家高斯的同学。鲍耶在证明“第五公设”的时候用的是反证法，假如过直线外的一点，可以引两条以上的直线跟它平行，会怎么样。他期待推导出错误结论，结果推导不出来错误！这时，他灵机一动，思想上产生了一个飞跃：是否可以建立另外一个不同于经典欧几里得的几何？过直线外的一点，可以引两条以上的平行线，这样就能建立一套完备的几何。当他把这个想法告诉父亲时，他的父亲非常难过。他告诉鲍耶自己一辈子都在研究这个问题，最后一事无成。虽然如此，他还是把儿子的研究成果写信告诉了他的同学大数学家高斯，高斯看了以后，意识到这种研究的意义。在一封1832年给鲍耶父亲的信中，高斯写道：“人们完全不可能确定欧氏几何与小鲍耶的非欧几何之间的这种先验性，这样我们就清楚地证明了康德声称空间只是我们的一种直觉形式的错误。”因此可以看出，高斯明确批评了康德的几何哲学，意味着欧氏几何不是唯一的。后来，鲍耶的成果附在他父亲出版的数学教科书里，他的贡献这才为世人所知。

19世纪20年代，俄国喀山大学教授罗巴切夫斯基在证明第五公设的过程中，走了另一条路子。他提出了一个和欧氏平行公理相矛盾的命题，用它来代替第五公设，然后与欧氏几何的前四个公设结合成一个公理系统，展开一系列的推理。但是，在他极为细致深入的推理过程中，得出了一个又一个在直觉上匪夷所思，但在逻辑上毫无矛盾的命题。最后，罗巴切夫斯基得出两个重要的结论：

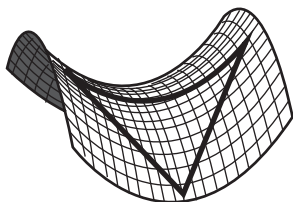
第一，第五公设不能被证明。

第二，在新的公理体系中展开的一连串推理，得到了一系列在逻辑上无矛盾的新的定理，并形成了新的理论。这个理论像欧氏几何一样是完备、严密的几何学。

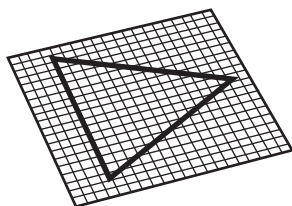
这种几何学被称为罗巴切夫斯基几何，简称罗氏几何。这是第一个被正式提出的非欧几何学。当时罗巴切夫斯基把论文寄给俄罗斯的科学院。科学院主要的科学家一看，过直线外一点可以引两条平行线，认为是离经叛道的歪理邪说。这几个数学家决定，以后不再审议罗巴切夫斯基有关这方面的论文了。



球面：曲率是正的



双曲面：曲率是负的



平面：曲率等于0

图5.6 “曲率”是对几何体不平坦程度的一种衡量，通俗说是弯曲的程度。球表面的曲率是正的，其上面的三角形内角和大于180度；双曲面（马鞍形）的曲率是负的，其上面的三角形内角和小于180度；平面上的曲率是0，平面上的三角形内角和等于180度。罗巴切夫斯基就是通过研究双曲几何发现，其上面的三角形内角和严格小于180度，并且过直线之外的一点可以至少有两条直线和已知直线平行！而经典的欧几里得几何只是曲率等于0时的特例。这种非欧几里得式的几何后来经过黎曼的进一步发展，形成完备的非欧几何，后来成为广义相对论的重要数学基础。

后来，罗巴切夫斯基到欧洲旅行，所到之处没有一位数学家支持他。他到德国发表演讲，当时高斯已经很老了。高斯听了他的演讲，没有马上表态，但建



图5.7 德国数学家高斯明确批评了康德的几何哲学，意味着欧氏几何不是唯一的。（图为高斯像）

议德国科学院授予他通信院士的称号。高斯去世后，人们在他的日记里和他写给朋友的信里，才看到对罗巴切夫斯基在德国演讲的评论。高斯说他相信当时只有他一个人知道罗巴切夫斯基在说什么。但是，高斯不敢表态，为什么呢？因为欧几里得几何是得到教会支持的。哥白尼、布鲁诺、伽利略的前车之鉴，使高斯没有公开表态。

罗巴切夫斯基因为德国人承认他的工作，当了喀山大学的校长，继续研究这个课题，但俄罗斯国内还是没有人承认他。他晚年双目失明，最后靠口述，由他的学生记载，把研究成果公开发表出来，人称罗氏几何。

罗巴切夫斯基和鲍耶的著作发表后三年左右的时间，除了少数几个数学家外，几乎所有数学家都对其置之不理，它们被视为异端邪说。几乎当时所有的数学家都坚持相信物理空间的几何必须是欧氏几何。数学家康托尔曾这样评述这种无知的保守：“一旦错误的结论被广泛接受，那么它将不会轻易被放弃，而且对它懂得越少，它的地位越牢固。”直到高斯的一位伟大的学生黎曼出现，才使数学家们相信，非欧几何也可以是物理空间的几何。

大约在1860年前后，高斯的学生、德国数学家黎曼（1826—1866）敏锐地发现存在以下三种几何情况：在椭球面上的三角形的三内角之和大于两直角，而双曲面上的三角形内角和小于两直角，只有在平面上欧氏几何有关三角形的“三内角之和等于两直角”的定理才能成立。于是，黎曼陷入了对曲面几何学的“痴迷”状态，彻底抛弃了欧几里得。黎曼几何中的每条定理，通过把定理中的直线想象为球面上的大圆，那么仅仅在球面上就能得到解释。因此，对黎曼几何而言，我们能给出几何上和直觉上都令人满意的解释和意义。

黎曼统一了黎氏几何、罗氏几何、欧氏几何，并且预见，物质的存在可能导致空间的弯曲，为爱因斯坦的广义相对论准备了数学基础。黎曼处理空间结构的方法极富普遍性，他区别了空间的无界和无限，比如球的表现是无界但不是无限的，而是有限无界的。这一区别后来变得更为重要。他指出无界比无限具有更大的经验可信度。黎曼关于空间可以是无界的而不是无限的这一观点启发了爱因斯坦对宇宙是有限无界的可能性判断。在非欧几何中，空间是弯曲的，我们需要有某种更一般的东西才能在数学上包含更多的成分，这就是所谓的张量。黎曼为提出这种度规张量概念做出了贡献。他用坐标来测量长度、面积和曲率等几何量。他希望这些值与坐标的选取无关，这叫作等效原理，是爱因斯坦后来用作推导他的场方程的一个基本假设。人们最终发现，欧式几何、罗氏几何、黎曼几何这三种几何学，

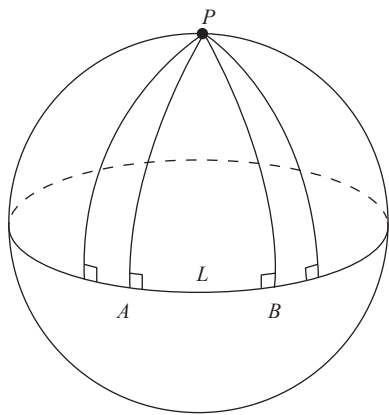


图5.8 黎曼几何中的每条定理，通过把定理中的直线想象为球面上的大圆，那么仅仅在球面上就能得到直观解释。图为球面上的一个大圆的所有垂线都相交于一点。

都是常曲率空间中的几何学。黎氏几何就是球面几何，正曲率的；罗氏几何是马鞍面几何，负曲率的；欧氏几何是平面几何，曲率是零。这三种不同曲率的空间都是正确的。欧氏空间可看作黎曼空间的特例。

黎曼找到了确定空间中两点之间距离的数学方法。无论它如何弯曲或扭曲。在人们更深入地理解了黎曼几何之后，人们开始自问：线的长短是一个几何问题吗？以洛伦兹变换和狭义相对论来看，线的长短是相对的，和速度有关，不是单纯的几何问题。线的弯直是一个几何问题吗？按照人类经验，光线走两点之间最短路线，两点之间最短路线是直线，所以光线就是直线。但是，实验证明，光线在引力场会弯曲。所以，直线的概念并不纯粹是几何问题，还和物质的性质有关。这些理解与我们日常的直觉是完全不符合的。我们的直觉欺骗了我们！

黎曼一生短暂，40岁就英年早逝。他的学术生涯虽然只有短短16年，但他发表的每一篇文章都开创了整个几何和数学不同方面的领域，尤其是现代几何。1854年，黎曼在《论关于作为几何学基础的假设》的讲师资格论文中开启了现代几何学的概念。黎曼几何这一漂亮的理论变革了人们对古希腊几何学家所引入的空间的认识。

广义相对论受到黎曼几何发展的深刻影响。非欧几何的数学空间范式革命成为广义相对论的数学基础。当爱因斯坦攻坚广义相对论时，求助于他的同学、数学家格罗斯曼，格罗斯曼的博士论文是专攻非欧几何的。格罗斯曼建议爱因斯坦研究黎曼提出的非欧几何，最终使爱因斯坦在探索广义相对论上获得了巨大成功。从那以后，爱因斯坦一直强调数学形式主义的优点，无论在科学还是在哲学上。^[2]

著名数学家邱成桐评论：“如果没有黎曼几何的发展，爱因斯坦将会需要更多的时间来创立伟大的广义相对论。值得一提的是，黎曼的博士论文全部是通过他自己想象写出来的。除了高斯的一些工作以及赫尔巴特的哲学作品，黎曼可以借鉴的文献很少。现代几何学的发展推动我们对于空间的认识。黎曼和他的老师高斯毫无疑问是现代几何学的两位奠基人。高斯是现代几何学的先父，而真正的创始人可能是黎曼。”

人类从牛顿到爱因斯坦花了将近250年才弄清空间本身不像平面三角几何学告诉我们的那样是平坦的，三维空间是可以弯曲的。爱因斯坦指出空间是弯曲的，意思是说，事实上只存在曲线而没有直线。如果空间是弯曲的，在最大尺度上想

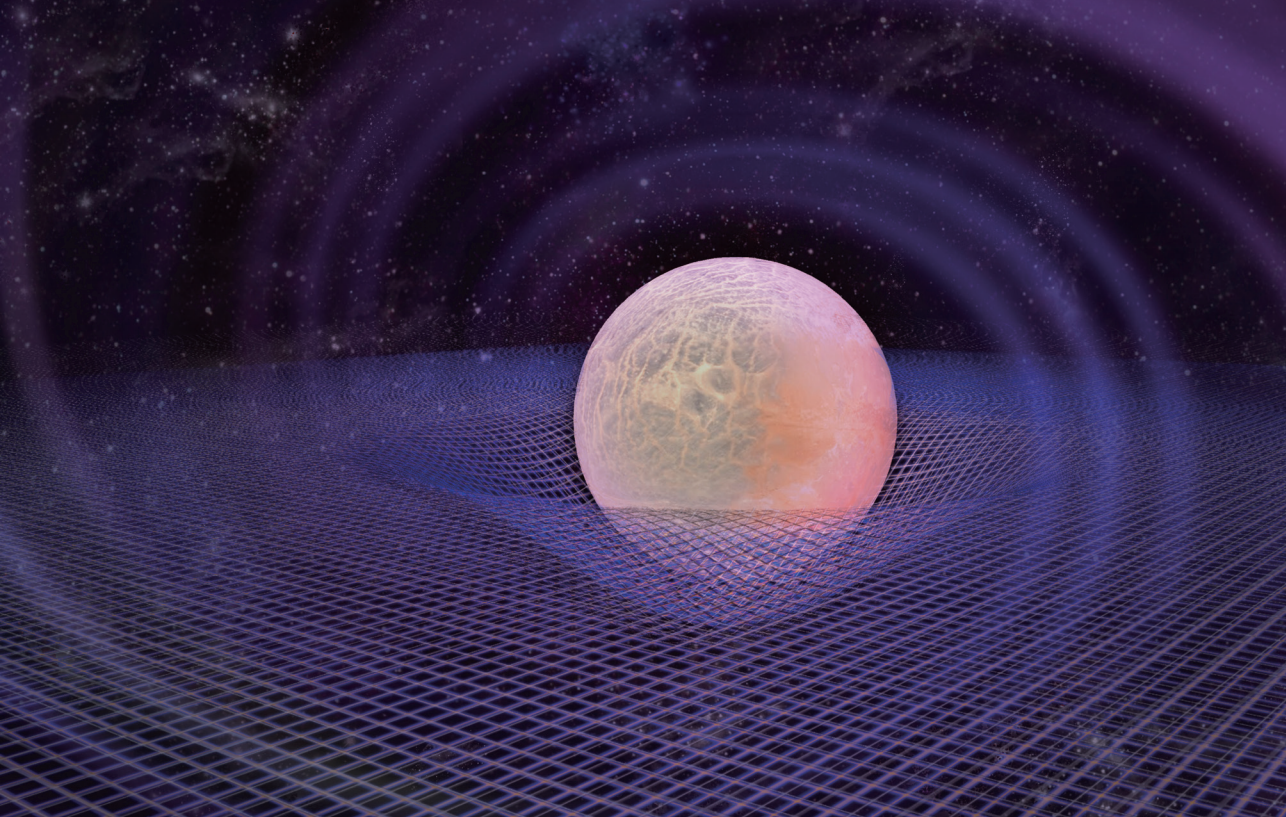


图5.9 人类从牛顿到爱因斯坦花了将近250年才弄清空间本身不像平面三角几何学告诉我们的那样是平坦的，三维空间是可以弯曲的。爱因斯坦指出空间是弯曲的，意思是说，事实上只存在曲线而没有直线。

象，宇宙可能是闭合的，人们必须在足够长的距离中去观察它，才会发现这一事实。这样说来，一道横穿整个宇宙的光线，应该是画了一个完整的圆之后，又返回到它的出发点。用这个例子，爱因斯坦开过一个很有名的玩笑。他说，如果谁有非常好的视力，当他向天空凝望足够长的时间的话，他将可以看到自己的后脑勺。不过，前提条件是，他必须有永恒的耐力，直到他的“后脑勺影像”完成其宇宙旅行。

狭义相对论的困惑：惯性系为什么如此特殊

狭义相对论规定任何物理相互作用的传播速度都不能超过光速，这与牛顿的引力理论相冲突。按照牛顿力学，物体在恒力的作用下，具有固定的加速度，其速度会直线增加，如果力的作用时间足够长，物体的运动速度可以达到任意值，也就是说速度可以超过光速。狭义相对论要求所有物体的运动速度不能超过光速。可是，牛顿的万有引力要求超距作用，超距作用的速度远远超过光速，瞬时

到地球，速度是无穷大！这就是说，牛顿的万有引力定律不能被狭义相对论的理论框架所容纳。当时，这两个理论是不兼容的。

爱因斯坦狭义相对论是建立在光速不变原理和相对性原理的基础上的。但是，这两个原理却包含一个很基本的概念，就是惯性系。狭义相对论的第二个基础是相对性原理，即“在所有的惯性系中，物理学定律相同”。可以说，惯性系是狭义相对论建立的基本前提。在牛顿的经典时空观当中，由于空间绝对和时间绝对，所以就会存在一个绝对的观测者，即那些牛顿第一运动定律对其成立的观测者，这个绝对的观测者术语上叫惯性系。实际上，人们是用牛顿第一定律来定义惯性系的。牛顿第一定律是这样说的，如果一个物体在参照系当中，如果没有力施加在这一物体上，它将保持静止或者匀速直线运动，这个参照系就是一个惯性系。也就是说，在惯性系当中，一个物体保持静止或者匀速直线运动，它是不受力的。但是，定义惯性系要用到不受力这个概念，定义不受力又要用到惯性系的概念，这种循环定义是不合理的。实际上，在牛顿的惯性系定义中，暗含着一个绝对空间的参照系，用牛顿的术语来表达就是，凡是相对于绝对空间静止的或者做匀速直线运动的参照系叫惯性系。可是，狭义相对论是说绝对空间和绝对时间不是两个不同的事物，而是说时间和空间是一体的，同时性是相对的。由于狭义相对论的时空与牛顿的绝对时空相矛盾，所以惯性系就无法定义。但是，狭义相对论的基础又是在惯性系之上，爱因斯坦本人意识到了狭义相对论的基本前提惯性系有问题。

爱因斯坦一直思考一个问题：为什么惯性系如此特殊？我们的生活中真有惯性系吗？牛顿在经典物理中讨论说是由于万有引力使物体落下来。月亮绕着地球转，因为巨大的惯性运动才不至于掉到地上，如果它停止运动就会掉下来。在惯性系中，做匀速直线运动的物体，如果在非惯性系里，它就不是匀速直线运动了。这就是说，惯性系和非惯性系没有其他任何的第三个参照系，惯性系是独一无二的！但是，物理定律应有普适性，在所有的参照系中都成立，物理定律应当与观测者的运动状态无关。这个在直觉上很明显的准则遭到破坏。不应该有像惯性系这么特殊的参照系。实际上，狭义相对论只适用于匀速运动。在狭义相对论中，由于惯性系的局限，无法考虑引力起作用时的物理状态。爱因斯坦将我们的宇宙理想化为一个完全没有引力的、匀速的世界。爱因斯坦对于狭义相对论的局

限性是很清醒的，在接下来的十年里，为了解决“引力与加速度”所带来的长期困惑，他开始着手广义相对论。爱因斯坦试图把万有引力与狭义相对论整合在一起，把狭义相对论的匀速运动推广到加速运动的、有引力的宇宙中。而且，从美学的观点出发，他希望物理学彻底摆脱“惯性系”这个特殊参照系。

于是，爱因斯坦换了一个思路，也就是说，没有所谓的惯性系！他想，如果惯性系没法定义，并且引力定律不受观测方式或坐标选择的影响，物理定律在所有的参照系都一样，那就干脆不要惯性系了！这是一个大胆的创新思想。爱因斯坦写道：“惯性系凌驾于别的一切坐标系的优越地位似乎已由实验坚固地确立起来了，我们凭什么要取消它呢？惯性原理的弱点在于它含有这样的一种循环论证：如果有一个物体离开别的物体足够远，那它运动起来就没有加速度；而只是由于它运动起来没有加速度这一事实，我们才知道它离开别的物体是足够远的。”^[3]

但是，如果不要惯性系了，惯性力如何处理？比如，说一个转动的参照系，它是有惯性离心力的，一个加速系也会受到一个相反的惯性力，这个惯性力怎么处理？爱因斯坦说：“依照牛顿的教导，出现在这个坐标系中的离心力，应当被看作惯性的效应。但这些离心力完全像重力一样，是同物体的质量成比例的。在这种情况下，难道不可以把这个坐标系看作静止的，而把离心力看作万有引力吗？这似乎是显而易见的，但却为古典力学所不容许。”^[4]

爱因斯坦进一步思考惯性力的起源问题。爱因斯坦对牛顿万有引力的超距作用和惯性系这两个理论矛盾的深入研究与思考导致了一个重大的思维突破。

突破：引力质量与惯性质量

我们知道，在牛顿所有作用力里面，除去惯性力以外都是有相互作用的，但惯性力没有相互作用，它不满足于牛顿第三定律，没有反作用力。牛顿解释惯性力为何没有反作用力：当这个物体相对于绝对空间加速的时候，就受到惯性力，如果不相对于绝对空间加速，就没有惯性力。也就是说，牛顿是在有一个绝对空间这个思维范式前提下解释这个问题的。

爱因斯坦评论：“牛顿的理论在下述方面是不能令人满意的：如果人们从纯粹描述的观点，而不是从因果性的观点来考查运动，那么就只存在物体相互之间的

相对运动。但是，如果人们从相对运动概念出发，那么在牛顿运动方程中出现的加速度就难以理解了。这迫使牛顿想出一种物理空间，假定加速度是相对于它而存在的，为此特意引进绝对空间概念。”^[5]

当时奥地利物理学家马赫对牛顿的绝对空间不以为然，他认为牛顿的绝对空间根本不存在，所有的运动都是相对的。马赫的观点对爱因斯坦有重大的影响。爱因斯坦思考，按照马赫的思路，惯性力也起源于相互作用，这种相互作用与万有引力应该有某种联系。这个思考点加深了爱因斯坦对惯性力和万有引力之间可能有相同起源这样一个猜测。

爱因斯坦评论牛顿著名的水桶实验说：“牛顿用转动的水桶所做的实验，只是告诉我们：水对桶壁的相对转动并不引起显著的离心力，而这离心力是由水对地球的质量和天体的相对转动所产生的。如果桶壁越来越厚，越来越重，最后达到好几里厚时，那就没有人能说这实验会得出什么样的结果。当然，牛顿在这里并没有充分意识到，一个物体的惯性质量同引力质量相等。”^[6]

万有引力公式是 $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ 。

爱因斯坦注意到惯性力和万有引力都跟质量成正比。这意味着什么呢？爱因斯坦开始把目光转向了质量的问题。

牛顿的《自然哲学之数学原理》中，首先讲的就是质量的定义。质量等于体积和密度的乘积，这个质量是物质的量，其实指的是万有引力效应。万有引力是说，任意两个质点有通过连心线方向上的力相互吸引。该引力大小与它们质量的乘积成正比，与它们距离的平方成反比，与两物体的化学组成和其间介质种类无关。所以，牛顿万有引力定律中的质量 m ，是引力质量。

牛顿在这本书的另外一个地方谈到，质量是跟物质的惯性成正比的，这是跟牛顿第二定律相关的。牛顿第二定律的常见表述是：物体加速度的大小跟作用力成正比，跟物体的质量成反比，且与物体质量的倒数成正比；加速度的方向跟作用力的方向相同，公式是 $F = ma$ 。其中的质量 m 是惯性质量。

惯性质量和引力质量是线性关系，到底引力质量和惯性质量是不是一回事呢？牛顿第二定律和牛顿万有引力公式中的质量 m 意义是不一样的，一个 m 是惯性质量，一个 m 是引力质量（重量）。引力质量用来吸引其他物体。惯性质量用来抵抗力的作用，并决定相应的运动。牛顿当时判断，两种质量表示了物质两种非

常不同的性质，它们不是一样的。引力可以消失，但惯性质量在哪里都是惯性质量。但是，实验表明，这两个质量却是相等的。实际上，伽利略很早就做了一个极其简单的实验：一切物体在引力场中都具有相同的加速度，即物体的惯性质量等于引力质量。特别是自由落体定律指出，不管任何物体，都以同样速率下落，加速度是一样的，与质量无关。伽利略在比萨斜塔的铁球实验就是证明这一点。自由落体定律告诉我们引力质量和惯性质量是相等的，但无论伽利略还是牛顿并不理解两种质量相等意味着什么。牛顿只是把这个结论接受下来，把为什么物体都以同样速度下落的问题转化为为什么万有引力与质量成正比。引力质量与惯性质量相等的一致性令人难以置信的。在牛顿力学中，这一事实是理所当然的，但并没有得到根本性的解释，这个问题困扰了科学家几个世纪。

直到爱因斯坦认真思考这个让科学家熟视无睹的问题，终于洞察出了其中的奥妙所在。爱因斯坦说：“伽利略已经在认识运动定律上做了一个意义重大的开端，他发现了惯性定律和地球引力场中的自由落体定律：一个物体（更精确地说，是一个质点）在不受其他物体的作用时做匀速直线运动。自由落体在引力场中的下落速度随着时间均匀增加。上面这两条陈述都是讲的整个运动，而牛顿的运动定律则回答这样的问题：在外力的作用下，质点的运动状态在一个无限短的时间内应该如何变化？只有考虑到在无限短的时间内发生了什么（微分定律），牛顿才得到一个适用于任何运动的公式。他从当时已经高度发展的静力学中取来了力的概念。只有在引进质量这个新概念之后，他才能把力和加速度联系起来。”^[7]

当爱因斯坦知道引力质量和惯性质量相等的实验结果之后，他还在专利局工作。有一天，他突然想：假如有人从楼上掉下来会是什么感觉呢？他可能是失重的感觉，没有重量！爱因斯坦说这是他“最幸福的思想”，这件事引导他走向了广义相对论。因为这个“顿悟”，他断定引力质量和惯性质量是有同一个起源的，引力质量不过是全新时空中的惯性质量！更一般地说，在一个受均匀重力作用的参照系中做的所有观测，与在一个均匀加速的参照系中做的观测完全一样，即狭义相对论的相对论原理所说的，在一切惯性系当中物理学的定律是等价的。所有参照系都应是平权的，这是最基本的原则。就这样，爱因斯坦通过洞察到引力质量与惯性质量相等这一事实，进一步发现加速度和引力是等价的。这就是广义相对论的基本原理：等效原理。

等效原理：引力和加速度是等效的

爱因斯坦由一个简单问题开始：“如果一个人处于自由落体状态，他就不会感觉到自己的体重？”爱因斯坦透过这个简单问题掌握了重力的基本特性：在加速度框架下的自然律和重力场的定律是一样的。这就是等效原理。等效原理是说，万有引力和惯性力是等效的，是没法区分的。爱因斯坦认为：“惯性质量同引力质量相等的定律，就相当于这样的断言，引力场所加给物体的加速度是同物体的本性无关的。因为引力场的牛顿运动方程全部写出来，就是（惯性质量） \times （加速度）=（引力场强度） \times （引力质量）。只有当惯性质量同引力质量在数值上相等时，加速度才同物体的本性无关。我们叫它‘等效原理’，这原理同惯性质量和引力质量之间的相等定律显然有密切的关系，而且它意味着把相对性原理推广到那些彼此相对做非匀速运动的坐标系上去。事实上，通过这一概念，我们把惯性的本质同引力的本性统一起来了。”^[8]

由爱因斯坦的论述可以看出，如果惯性质量与引力质量是相等的，意味着加速度与引力是等效的。加速度就是引力，引力就是加速度，它们在物理性质上是等效的。有了等效原理这个前提，对于任何参照系来说，都可以把它分解为一个在引力场中的惯性系来考虑。这样一来，所有的参照系都平等了，参照系与参照系之间没有任何区分，都是平权。等效原理可以把任何非惯性系转换为惯性系，只要额外处理一个引力场的影响即可。爱因斯坦在狭义相对论中提出的相对性原理，即“在惯性系中，所有物理学定律都成立”，可以改为“在任何参照系中，所有物理规律保持不变”。因此，只要考虑了引力场，任何参照系，不论是加速还是减速直线运动，还是非直线运动，都可以分解为惯性系不变、引力在发生变化。在狭义相对论中，只研究了时间、空间、运动三者的关系，现在加入一个新的对象“引力”，惯性系的超然地位就这样在等效原理的基础上被取消了。

为了进一步说明等效原理，爱因斯坦通过一个思想实验来比较引力场当中一个静止的电梯和自由空间中一个加速的电梯。假设在引力场中有一个静止的电梯，你站在电梯当中，手里搬着一个箱子。由于引力的作用，你感到了箱子的重量。箱子在地球上重量是 mg ， m 是箱子的引力质量， g 是重力加速度。如果这个电梯在一个自由空间，没有被施加任何力，但电梯在做往上的加速运动，假设这

个加速度正好等于重力加速度，那么你搬的这个箱子也会感到有一个向下的力。而且，这个力就跟静止在地球上电梯里的重量是一样的，我们把它叫惯性力，其中箱子的质量就是惯性质量。刚才提到惯性质量和引力质量等价，所以引力场中的引力和自由空间中加速运动的惯性力一样，我们可以说加速参照系等效于引力场。假如这个电梯自由下落，这个人会感到失重，这种感觉跟没有引力场的地方也会感受到失重一样。如果电梯是封闭的，他没法区别自己是在一个有引力的地球，还是在没有引力的外太空做加速运动。这是等效原理。而更高级的等效原理是说引力和加速度等效。

这里要强调的是，引力场和惯性场等效只在一个足够小的时空领域。因为引力是和距离的平方成反比的，如果加速度也是一个变化的加速度，那就跟引力场一样。换句话说，加速度会让你产生一种错觉，以为自己处于引力场中。但是，这种“错觉”是局域的，只有在电梯是无穷小的时候，引力场和惯性场才是不能区分的。等价原理的这种局域特征对当代理论物理学思想具有深远的影响。通过等价原理，人们理解了，原来牛顿式的、被人们认为“正确”知识的万有引力作用，在爱因斯坦看来，只是等价于一种“常加速度运动”。等价原理为我们进一步理解自然提供了一个强有力的简洁方法。

时空弯曲：引力即几何

通过等效原理的思想实验，爱因斯坦思想上产生一个重大飞跃，他认为万有引力可能根本就不存在。因为无论在真空当中抛一个铁球还是羽毛，如果初速度一样，它们的轨迹就完全一样，而与它们的物理化学成分无关！这跟所有物理和化学定律都不一样，爱因斯坦突然意识到这可能是一个几何效应。这个几何效应表现在时空弯曲上，才会导致所有物体自然下落的加速度一样，而与它们的成分无关。进一步思考，引力即几何！所谓的“万有引力”只是时空弯曲的表现。这是一个重大的思想创新。许多伟大的创新性思想都是猜测出来的，不是逻辑推导的，所以爱因斯坦强调“想象比知识重要”。爱因斯坦说由于物质的存在，导致空间发生了弯曲！由于空间发生了弯曲，所以下落的苹果在运动中别无选择，它只有沿着弯曲的空间向地球靠拢。引力其实造成的是时空弯曲，也就是时间和空间

同时被弯曲了。爱因斯坦努力说明引力和空间弯曲的内在联系。比如，有一块很凹凸不平的草地，一个球的运动路线是顺势滚动的，如果这个地方不平，使它拐弯了，这就是说，时空的不平坦和有一个力是得到了相同的效果。爱因斯坦就这样把时空的弯曲和引力的作用联系起来了。

爱因斯坦认为，时空就像一个弹性橡胶，当一个巨大质量的物质，比如太阳或地球出现在弹性橡胶介质中，周边就会产生一个很大的“深阱效应”，导致弹性橡胶发生弯曲，这是一种几何效应！所以，引力就是几何！引力就是空间和时间的弯曲。一个苹果从树上掉下来，牛顿说它是受到万有引力，这是一个匀加速直线运动。按照广义相对论，爱因斯坦说这根本不是什么力，时空是弯曲的，万有引力是时空弯曲的效应。后来，美国物理学家惠勒这样描述引力时空效应：“物质告诉空间如何弯曲；空间告诉物质如何运动。”

假设有四个人在各个角拿着一个床单，有一个小球在上面匀速滚动。如果中间放一个铅球，小球会滚向铅球，按牛顿的说法小球是受到铅球的引力，按爱因斯坦的说法是铅球把床单（时空）压弯了，小球自由地滚过去的。同样，可以把铅球看作太阳，把小球看作地球，横着一扔，小球就会围着铅球转起来，效应是一样的。按牛顿的解释，行星为什么不逃离太阳呢，是因为铅球的万有引力作用，按爱因斯坦的解释，铅球让时空（床单）弯曲了，小球做自由运动。像地球这样的行星绕日运动，牛顿会说：地球由于受到了万有引力的影响而被太阳拉住。这个拉力将地球固定在现在的圆形轨道中，并防止它飞离太阳系进入外太空。爱因斯坦会这样描述：太阳是一个具有巨大质量的物体，导致它附近的时空发生弯曲。因为太阳周围的时空发生了弯曲，所以使地球看上去在绕圈。地球其实是沿着弯曲时空中的最短路径在时空中运行。

当爱因斯坦有了引力是一种几何效应的灵感后，就要建立弯曲时空下的引力理论。爱因斯坦意识到，在被引力扭曲的时空中，光会沿着两点间最近的路径飞行。在地球表面，最近的路径就是大圆弧，学术上称为测地线！“平直”空间是指一种特定空间，其中平行线永远不相交，这符合欧几里得和牛顿的理论；而在弯曲空间内，这些线会相互聚焦，而测地线的汇聚就是弯曲度的一种度量值。通过将弯曲和引力场联系起来，爱因斯坦构想出了他的广义相对论。这时，爱因斯坦的同学格罗斯曼帮助了他，建议他使用黎曼几何，利用当时发现的黎曼几何

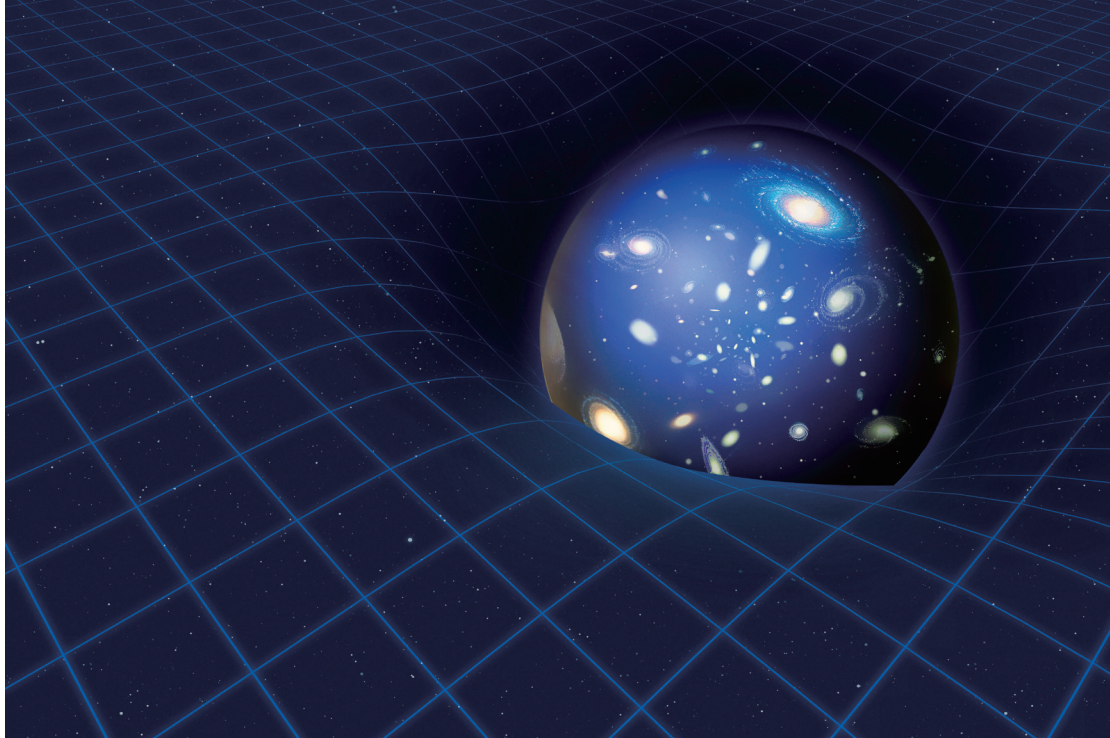


图5.10 爱因斯坦认为，时空就像一个弹性橡胶，当一个巨大质量的物质，比如太阳或地球，出现在弹性橡胶介质中，周边就会产生一个很大的“深阱效应”，导致弹性橡胶发生弯曲，这是一种几何效应！所以，引力就是几何！引力就是空间和时间的弯曲。

（流形）结构，应用当时陌生的数学工具张量进行计算。果然，黎曼几何一直等待着爱因斯坦这个知音，黎曼几何成为爱因斯坦方程的基础。在这个数学时空中，任何物质都会使其周围的时空弯曲。用古典力学的术语来说，物体加速是因为某种力（如引力）作用其上。而在广义相对论中，加速度是由时空的性质造成的。爱因斯坦用了十年时间，直到1915年才完成了他的广义相对论的论文。在广义相对论的宇宙中，引力已不再像以前我们理解的那样是一种力，它已经被转化到时空的几何（曲率）中去了。用爱因斯坦的观念来看，引力产生于从狭义相对论的平直空间到广义相对论的弯曲空间的转换之中。

中国有一个著名的成语“杞人忧天”，说的是在杞国有个人，整天担忧天地会崩塌，后用比喻不必要的忧虑。结果，在中国历史上，杞人成了被嘲笑的对象。如果中国人有点科学精神的话，可以顺着杞人的思路研究一下，天地为什么不会崩塌。按照广义相对论，如果时空是弯曲的，行星绕日运动是惯性运动，那么地球围绕太阳运行会崩溃吗？答案是：不会！对于像地球围绕太阳运行这样一个系统，相对而言，这两个天体的质量还太小，而两者之间的距离又非常巨大，因此在引力波耗散能量的条件下，这个轨道也将需要经过 10^{150} 年才会衰减崩溃，

如此长的时间早已远远超过了宇宙的年龄。事实上，这也远远超过了所有已知恒星的寿命！

引力使光线弯曲

在等效原理的基础上，爱因斯坦开始重新思考关于光速的问题：光没有静止质量，因为光永远不能静止。但光是有运动质量的，如果光一直运动，会受到引力影响吗？答案是肯定的。重力场会扭曲光线的行进路线。爱因斯坦提出的“等效原理”断言，引力和加速度是等效的。这种等效的一个后果便是，时间和光线的轨迹都要被引力弯曲。于是，爱因斯坦进一步大胆地预测，如果空间本身是弯曲的，我们就可以观测到光线在时空中运行是以曲线前进的，这已经被后人的无数实验反复证明。光线会采取两点之间的最短时间路径运动。光为什么会弯曲？因为光要走最短的路径。在一个弯曲的空间里，光的最短路径看起来就像一条曲线。这好比在一个篮球上的两点之间画一条最短的线，看上去就是一条曲线。时空弯曲的程度，是由宇宙中物质的分布决定的：一个区域内的物质密度越大，时空的曲率也就越大。这样太阳附近的时空就比地球附近弯曲得厉害，因为太阳的质量要大得多。

爱因斯坦在第一个思想实验中得出的等效原理是说加速度与引力等效。爱因斯坦有了等效原理的基本思想后，他设想了第二个思想实验，并预言光线在引力场当中会发生弯曲。假设在静止的电梯中，从电梯右侧壁上发出的光到左侧的墙上，这个光显然是水平的，因为电梯静止。这两个点距离地板的高度是一样的。

假设这个电梯是在做加速运动，请注意不是匀速运动。光传播需要时间，而光最初走出来的时候，电梯速度慢，走到后一半的时候，电梯的速度快，这个光打在左侧的墙上不是原来静止时的水平位置，所以在加速运动的参照系里光线会弯曲。现在的实验是加速度使光线弯曲，而爱因斯坦提出的“等效原理”是说加速度等于引力，于是得出结论，如果加速度能够导致光线弯曲，那么引力也会使光线弯曲。

其实，如果这个电梯并没有加速，而是静止在一个引力场当中，那么这个光线也会发生弯曲。如果引力不是足够大的话，我们可能测量不到。但是，在



图5.11 爱因斯坦提出的“等效原理”是说加速度等于引力，于是他得出结论，如果加速度能够导致光线弯曲，那么引力也会使光线弯曲。

中子星、黑洞、白矮星这些附近引力极强的地方，可能会有明显的效果，光线会严重弯曲。爱因斯坦提出引力使光线弯曲后，预言在太阳背后经过的恒星所发出的光，在经过太阳时会由于太阳的引力而产生弯曲。过了不到两年，天文观察证实了这个发现。这一预言在1919年发生日全食所进行的观测实验中得到了证实，爱因斯坦因而一夜之间举世闻名。这是一个划时代的观念上的大突破。

广义相对论三大经典预言的验证

2016年公布的引力波发现，更深层次地验证了100年前爱因斯坦提出的广义相对论理论，被誉为验证广义相对论的“最后一块拼图”。实际上，爱因斯坦提出的广义相对论，历史上有三个经典的验证实验，它们是引力红移、水星进动和光线偏折。

第一个经典验证是“引力红移”。所谓引力红移，指的是在强磁场中原子激发出的光逃脱引力时，光的波长会变长。变长的波使光子移动到了电磁光谱的红外端。爱因斯坦说，由于时空弯曲，钟会比较慢。以前在狭义相对论中，他说运

动的时候时钟会变慢；现在还有一个效应，就是时空弯曲的地方钟会变慢，弯曲得越厉害，钟走得越慢。因此，太阳表面的钟比我们地球上的钟走得慢。但是，如何来验证呢？因为不能在太阳表面放一个钟去测量。爱因斯坦想到了一个非常聪明的方法，这就是著名的“引力红移”验证。爱因斯坦认为，太阳表面本来就有钟，每个原子的光谱线都是有确定的光谱线，每个光谱线就表示原子当中有一个以这样频率在振荡的钟。这是非常有创意的想法。（时间就是振荡。）爱因斯坦说，太阳表面有很多氢元素，我们地球实验室也有氢。我们可以拍太阳光谱中的氢光谱，跟地球实验室的氢光谱来比较，这样就会发现，由于太阳表面的钟变慢，所以太阳上氢光谱的振动频率也要变慢，所以太阳的所有光谱线会向红端移动，频率减小，波长增大。最早的引力红移现象是由美国哈佛大学教授罗伯特·庞德（Robert Pound）和他的学生格伦·雷布卡（Glen Rebka）于1959年在地面的实验室中观测到的。他们通过研究放射性铁57，观测到了引力红移现象。

第二个经典验证是“水星进动”。19世纪末，海王星的发现进一步捍卫了牛顿定律的正确性。但是，在20世纪初，牛顿的引力定律还不能完全解释水星轨道的异常行为。19世纪20年代的许多物理学家会对此表示怀疑，并且期待牛顿定律最后胜利。

但是，牛顿定律没有解决这个问题，爱因斯坦的理由很简单，按照牛顿的观点，引力的大小受到两个物体之间距离的影响，如太阳和水星之间的距离。但根据相对论，这个距离在不同的参照系是不同的。爱因斯坦的相对论预言，太阳和水星间的距离，依赖于我们是在水星的表面测量还是在太阳的表面测量，两者会产生大约十亿分之一的差别。如果水星和太阳的这两个参照系，在物理学定律看来是一样好，那么应该用哪个参照系来测量出现在牛顿引力定律中的距离呢？你不论选择水星还是太阳作为参照系，都会违反相对性原理。这种进退两难的境地使爱因斯坦确信，牛顿的引力定律一定有问题。

那时已经知道，水星绕太阳的轨道不是一个封闭的轨道，水星近日点的进动是开普勒算出来的。行星绕日的运动是椭圆，但实际上行星绕日的运动都不是封闭的椭圆，它会一圈一圈转起来，近日点在移动。离太阳越近的行星，进动得越厉害，它有天文学上的一个概念岁差，另外还有其他行星的影响，还有太阳转动的影响等。把这些全部考虑进去，和观测值进行比较，就知道太阳的质量使空间

弯曲。在太阳系中影响大的，除了太阳以外就是水星。水星的轨道是椭圆形的，太阳处在椭圆形的焦点上，但水星的轨道不是闭合的，它绕一圈没有回到原来的点。也可以说，水星近日点在进动。按照牛顿的理论来计算，这个进动角每一百年是5600.73秒，这是测量值，牛顿的理论计算值是5557.62秒。两项一减，每百年相差43.11秒。因为牛顿理论对于计算太阳系行星非常精确，不应该出现这个差值，所以必须对缺少的这个43.11秒做出物理解释。

当时的科学家们猜想是否在水星的轨道上还有一颗星，就像当初海王星、冥王星的发现一样，甚至有人把这颗星的名字都起好了，但始终没有发现。按照爱因斯坦的广义相对论来解释，考虑到太阳质量引起的空间弯曲，由于水星离太阳最近，它的轨道进动角要在牛顿计算值的基础上，每百年还要加上43.03秒。结果还差0.08秒，这就在误差范围内了。爱因斯坦当时算出这个之后特别高兴，因为他事先知道这个进动，希望他的新理论能解释这个进动。他在给洛伦兹和其他朋友的信中说：“我的新理论算出了水星轨道近日点的进动，我简直高兴极了。你们知道我有多高兴吗？我一连几个星期不知道高兴得怎么样才好。”因此，要准确地描述天体的进动，需要用到广义相对论。

第三个经典验证是“光线偏折”。广义相对论预言，远处恒星发射的光线，经过太阳附近时，巨大的引力会使光线弯曲，因而使恒星的视位置会有所变化。相对于太阳光，远处恒星的光非常微弱，只有在日全食发生、太阳光线完全被遮挡住时，才能观察到附近恒星光线的偏折，表现为恒星位置的改变。第一次世界大战之后，英国的科学家爱丁顿率领观测队到西非的普林西比观测1919年5月29日的日全食，拍摄了日全食时太阳附近的星星位置，证实了这一点。这是当时科学界的重大事件，是对广义相对论的一个经典验证。根据牛顿的理论，偏转角是0.875弧秒，爱因斯坦的广义相对论预言的是1.75弧秒。结果显示，爱丁顿测到的偏转角是1.98弧秒，所以实验观测支持了爱因斯坦的广义相对论。虽然爱丁顿当年测量的误差比较大，但后来因为光线偏转而造成的引力透镜现象被多次观测到，所以，光线在巨大天体附近的弯曲现象是一个毫无争议的实验事实。爱丁顿把这个对广义相对论的验证，看作他一生中最伟大的时刻。爱丁顿在皇家天文学会的一次聚餐上，即席朗诵道：

噢，把我们的测量留给智者去评判吧，
但至少有一件事已经搞清，光是有重量的；
尽管其余的事还在争论，有一件事已毫无疑问，
光线靠近太阳的时候，并不是直线前进！

人类第一次用肉眼验证广义相对论

广义相对论的实验验证“陀螺仪的进动实验”被誉为“第一次人类肉眼的广义相对论验证”。20世纪50年代，一位名叫列奥纳多·希夫（Leonard Schiff）的美国物理学家，想寻找简单的方法验证爱因斯坦的理论，他想到了小孩的玩具——陀螺。1959年，希夫在美国斯坦福大学与他的两位同事威廉姆·费尔班克（William Fairbank）和鲍伯·卡农（Bob Cannon），找到了精度非常高的陀螺仪。他们三人成立研究小组，深入研究利用陀螺仪的验证方法，决定把陀螺仪送上太空进行验证。

其工作原理是出于地球附近时空弯曲而使陀螺的转轴按照测地线产生进动的现象。在牛顿的平坦时空模型中，重力探测器围绕地球旋转时，陀螺仪的小指针会永远指向同一个方向，指示的方向应该和开始时的方向完全一致。但在广义相对论中，由于地球对周围时空的扭曲，可使在此空间运动的物体产生微小的数值偏转。

这个小组用了两年时间寻找测量这个微小数值的方法，终于想到将四个独立的陀螺仪放在一个卫星上，卫星的中轴指向一个恒星，如果空间发生扭曲，时间久了，陀螺仪将不会指向这颗恒星，由此就能捕捉到空间的扭曲。1962年，他们向美国航天局（NASA）申请经费，成立一个独立的项目，叫“引力探测B计划”（Gravity Probe B）。“引力探测器B”的基本构思是利用陀螺仪来探测广义相对论预言的这两种进动效应。“引力探测器B”从开始构思到2004年正式升空，等待了40多年。

2004年，美国航天局的“引力探测器B”卫星发射升空，携带有四个超高精度陀螺仪。“引力探测器B”发射升空后，在距离地球约640千米的极地轨道上开始运转时，四个陀螺仪自转轴和一架望远镜同时对准指向飞马座的双星HR8703。如果

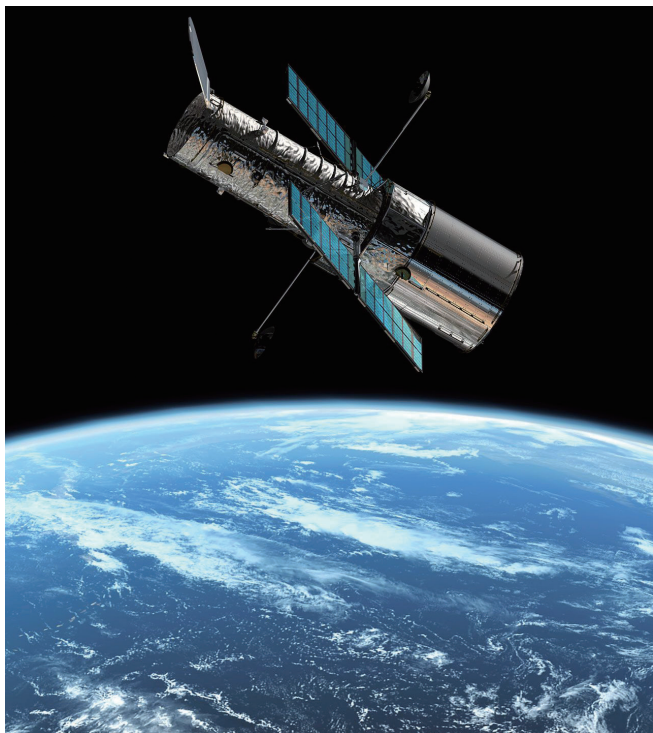


图5.12 “陀螺仪的进动实验”被誉为人类第一次用肉眼验证广义相对论。（图为美国哈勃望远镜）

地球引力不影响时间和空间，那么陀螺仪自转轴将一直指向初始方向。实际观测结果是，受地球质量导致的时空弯曲和地球自转的拖曳，陀螺仪自转轴方向发生了可测量的细微偏移。地球对空间的扭曲程度非常小，测量陀螺仪的偏转角度相当于从62英里（约99.8千米）之外测量一个硬币的直径。

2007年4月，美国航天局宣布“引力探测器B”的陀螺仪测得的数据清晰地证实了爱因斯坦的理论预言的误差低于1%；2011年5月4日，正式宣布的实验数据证实了爱因斯坦广义相对论时空弯曲预言。“陀螺仪的进动实验”被誉为人类第一次用肉眼验证广义相对论。

相对论的意义：物质与时空，有限与无界

狭义相对论与广义相对论之间的根本区别在于对时空的认识。狭义相对论结束了人类对时间和空间是两个不同事物的认识，告诉我们时间和空间是一体的。

广义相对论说的是，时间和空间不仅是一体的，还是弯曲的！这个认识超越了地球上所有生物的印象。

物理学家杨振宁将爱因斯坦的广义相对论称为“纯粹创造”之举，“在人类历史中是独一无二的……爱因斯坦并不是抓住眼前的机会，而是自己创造了机会，然后又独自一人通过深刻的洞识、宏伟的设计实现了这个机会”。^[9] 相对论是20世纪对我们的文明和文化起决定性影响的伟大成就之一。

自相对论诞生之日，它所带来的时空观革命就极大地拓展了人类对宇宙的理解。事实上，相对论在揭示宇宙奥秘的同时，也给了人们想象的空间。相对论打破了因果关系这一科学中的基本哲学假设。在这种关系的一般概念下，一个结果的原因必定是在先的。但是，按照相对论，两个事件的顺序不再是绝对的。同一事件的不同观察者，有的观察者认为这一事件是原因，而另外的观察者则认为是结果。这样，在其中的一些观察者看来，原来称为结果的事件可能出现在原因之前。而广义相对论更表明，时空可以不是平坦的，而是弯曲的。我们可以在地球与宇宙遥远的地方两点之间“凿出”一个虫洞，成为我们回到过去的通道。时间旅行的奥秘、原子裂变的巨大能量、宇宙的起源和终结、黑洞和暗能量等奇妙现象，几乎都隐藏在相对论简单的公式中。

100多年前，在欧洲深陷世界大战的黑暗之际，爱因斯坦写下了一个永远改变我们理解时间、空间和物质的方程式。左边的符号描述的是空间几何和时间流。右边的 T 描述的是能量和物质在空间中如何分布，无论运动与否（ G 就是已在牛顿的万有引力定律中出现的万有引力常数）。换句话说，这一等式将空间几何和时间流与物质在空间中的分布联系起来。正像美国物理学家惠勒精辟概括的那样，如果说牛顿的理论是“质量告诉引力场如何形成，引力场告诉质量如何运动”，那么广义相对论则是“物质告诉时空如何弯曲，时空告诉物质如何运动”。

爱因斯坦的广义相对论得到了各种实验的证实，它告诉我们时空并不是一成不变的时间与空间的结合体，而是一个更加富有变化的存在。时空因为物质以及能量的存在而会发生各种相应的变化。从另一方面来说，不断变化的时空结构又影响着物体在时空中的运动规律。我们再也不会将空间看作一个万物繁衍生息的固定场所，也不会将时间看成高悬于天空中的一面拥有绝对权威并且永恒不变的大钟。

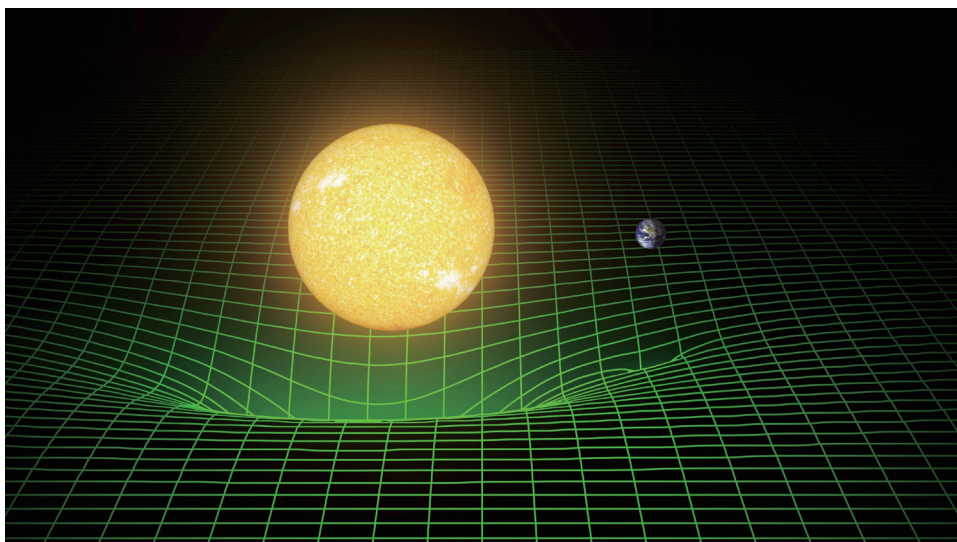


图5.13 广义相对论方程 $R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$ ，是由十个方程组成的二阶非线性偏微分方程组。其中方程的左边表示的是时空曲率，方程右边表示的是物质。方程左边的 $R_{\mu\nu}$ 是里奇曲率张量， $g_{\mu\nu}$ 是时空度规张量， R 是纯量曲率，整个合起来也叫爱因斯坦张量；方程的右边则表示物质运动， $T_{\mu\nu}$ 是物质场的能量-动量张量， G 是万有引力常数， c 是光速。这个方程式的左边表达的是时空的弯曲情况，而右边表达的是物质及其运动。

用弯曲时空取代牛顿的万有引力之后，即使没有能量，时空也可以弯曲；就像电磁理论中，没有电荷和电流也可以有电磁场，这样的电磁场就是电磁波。不存在能量的弯曲，时空对应的引力场是引力波。

历史上，庞加莱问了如下问题：如果一只具有高度智慧的蚂蚁从出生起就一直生活在一张曲面上，它没有任何三维的概念，那么这只蚂蚁如何判定这张曲面是否存在“孔洞”？换言之，蚂蚁如何理解这张曲面的拓扑？为此，庞加莱开创了代数拓扑。后来，爱因斯坦的小儿子问他：“为什么你那么有名？”爱因斯坦给他讲了蚂蚁的故事，然后说：“别的蚂蚁都以为这张曲面是平直的，只有我这只蚂蚁看出来空间是弯曲的。”

爱因斯坦的宇宙是有限无界的，时空曲线弯向自身。因此，太空旅行者只要走得足够远，走的时间足够长，他最终将回到他百折不回的出发点，尽管在他自己看来走的是直线。

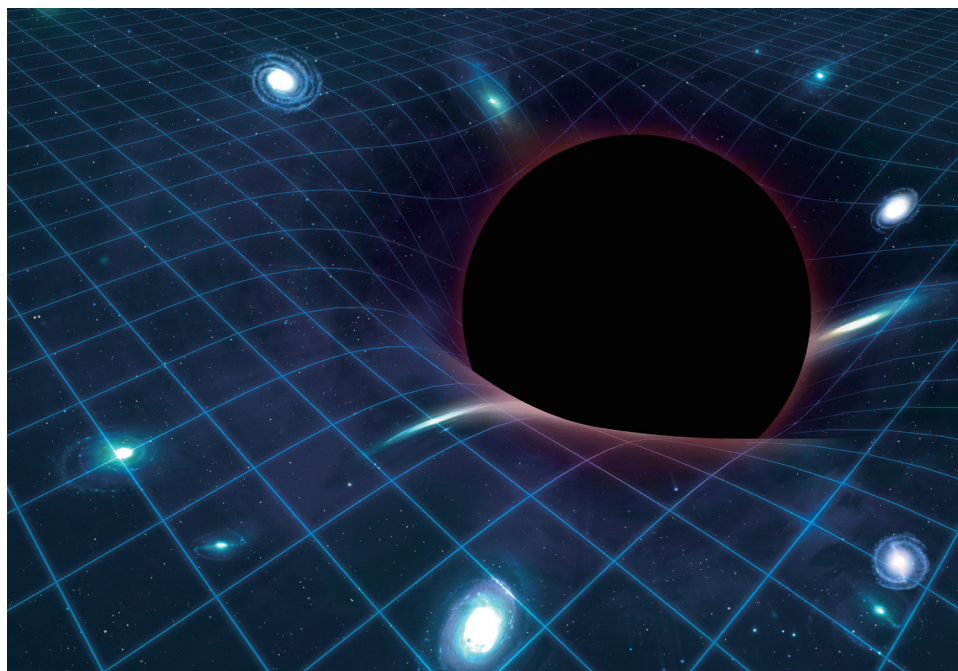


图5.14 如果说牛顿的理论是“质量告诉引力场如何形成，引力场告诉质量如何运动”，那么广义相对论则是“物质告诉时空如何弯曲，时空告诉物质如何运动”。

广义相对论是现代科学中宇宙学的基础。爱因斯坦曾说：“如果我不发现狭义相对论，五年之内就会有人发现。”“如果我不发现广义相对论，五十年之内也不会有人发现！”广义相对论不仅是对某些实验数据的解释，或是对一套更精确定律的发现，而且是一种看待实在的全新方式。在量子力学的先驱，诺贝尔奖获得者保罗·狄拉克看来，它“也许是迄今为止最伟大的科学发现”。20世纪物理学的另一位巨人玻恩则称它为“人思考自然的最伟大成就，哲学洞察、物理直觉和数学技巧最令人惊叹的结合”。

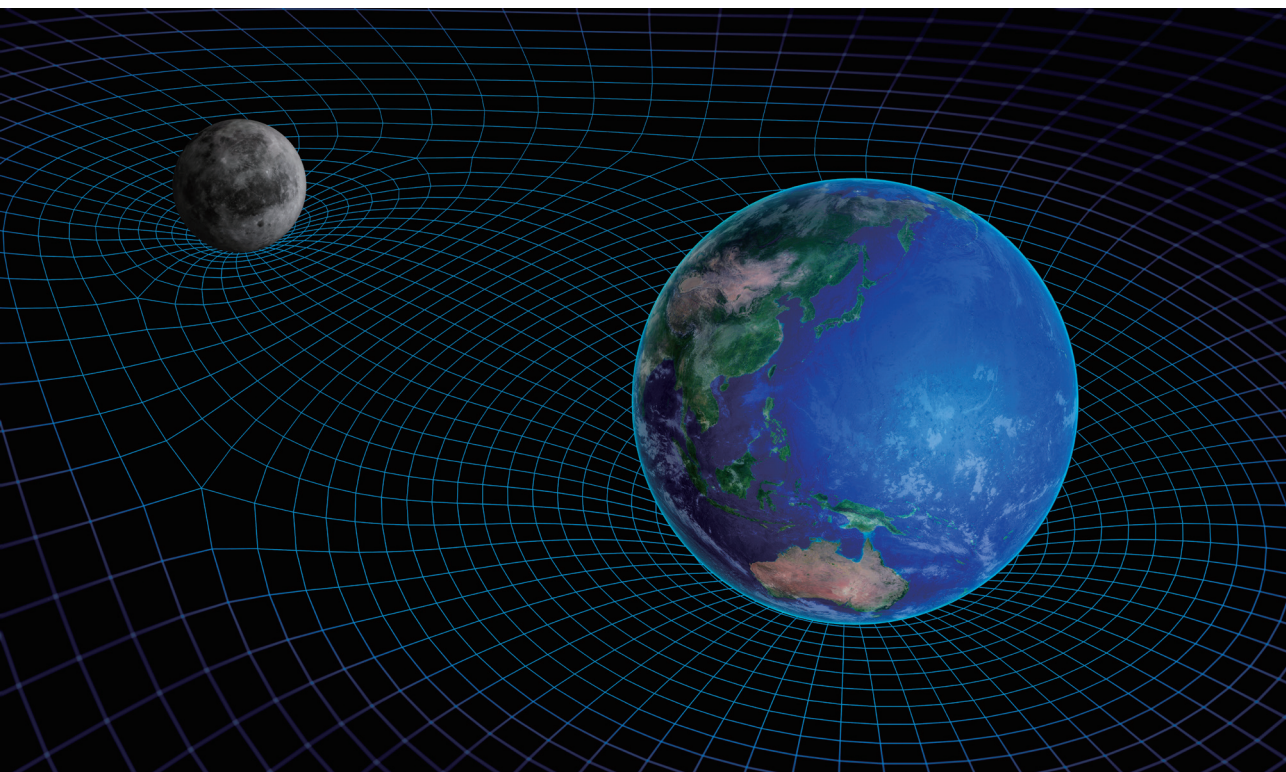
1910年，普朗克提到爱因斯坦的狭义相对论时说：“如我所愿，将来如果能证实这是对话，那么他‘将被视为20世纪的哥白尼’。”爱因斯坦的相对论“在胆识上或许超出了思辨科学迄今为止已经取得的一切成就”，普朗克宣称，“这一原理已经给我们关于世界的物理图景带来了一场革命，只有哥白尼所带来的革命可

与之比肩”。

霍金曾对相对论评价道：“它彻底改变了人们对宇宙的起源及归宿的讨论方向。静止的宇宙可能永远存在……但根据广义相对论，宇宙大爆炸标志着宇宙的起源，时间的开始。”

爱因斯坦相对论、爱因斯坦场方程和量子力学结合，产生了一系列新的意想不到的东西。当时间被套进四维的时空结构而被视为空间的一种时，爱因斯坦告诉我们：时间其实就是空间，重力其实就是几何曲线，能量其实就是质量。通过用爱因斯坦场方程进行数学计算，爱因斯坦和其他物理学家不但解释了光线被太阳引力偏移和水星近日点的奇怪移动，而且预言了黑洞、引力波、时空奇点，还有虫洞的存在，这就是爱因斯坦留给我们人类20世纪最伟大的思想遗产。

图5.15 爱因斯坦告诉我们：时间其实就是空间，重力其实就是几何曲线，能量其实就是质量。



爱因斯坦的哲学和美学思想

著名数学家陈省身表示，他去爱因斯坦家拜访时，看到爱因斯坦书架上数量不多的书中，有一本德文版的《道德经》。由此看来，中国哲学也是爱因斯坦曾经涉猎过的内容。

爱因斯坦后来说，对他影响最大的是苏格兰经验论者大卫·休谟（1711—1776）。休谟的基本思想是对一切不能直接由感官感知的知识都表示怀疑。在休谟看来，显而易见的因果律甚至都是可疑的，认为那只不过是心灵的习惯。爱因斯坦评论：“休谟清楚地认识到，像因果性这样一些概念并不能通过逻辑方法从我们的经验知觉中导出。”休谟对时间概念的怀疑认为，绝对时间不存在！这种思想后来在爱因斯坦的相对论中得到印证。休谟更为一般的洞见对爱因斯坦的影响更大，即谈论无法通过知觉和观察来定义的概念是危险的。这种哲学有一个版本被称为实证论，它否认超出直接经验的任何概念的有效性。爱因斯坦说“相对论以实证论的方式表现出来”，“这一思路对我的工作有很大影响，特别是马赫和休谟，我曾在发现相对论之前以极大的热情和赞叹研读过休谟的《人性论》”。^[10]

另一位影响爱因斯坦的科学家是物理学家马赫（1838—1916）。马赫把休谟的经验论向前推了一步。19世纪法国哲学家孔德创立了实证主义，他认为人类的精神经过了三个阶段，即神学阶段、形而上学阶段和实证科学阶段。实证主义就是拿事实说话。第二代的实证主义者是马赫。他坚持一切物理学的理论只能从直接的实验经验导出，而一切不能用实验来验证的思想都应抛弃。这是对物理学的一种“眼见为实”的态度。马赫告诫：理论物理学家永远不该使用不能通过实验手段得出的精确而能够直观验证的任何物理概念。

马赫还是哲学家，他为爱因斯坦灌输了对常识和习见的怀疑态度，这种怀疑态度也成了爱因斯坦创造性的一个标志。马赫不相信原子存在，因为他从来没见过过一个原子。他这种严谨的观点和思想方法对物理学界，特别是对爱因斯坦早期思想具有极深刻的影响。爱因斯坦认为，马赫的天才部分在于其“坚不可摧的怀疑态度和独立性”。马赫对爱因斯坦最大的影响是将这种方法运用于对牛顿“绝对时间”和“绝对空间”概念的判断中。马赫断言，这些概念不可能通过实际观察来定义，因此是无意义的。马赫嘲笑牛顿的“绝对空间是一种概念畸形”，称它

“纯粹是臆想出来的东西，在经验中不可能有对应”。他批评牛顿的绝对时间概念是一个“无用的形而上学概念”，“无法在经验中产生”。这些观点深刻地影响了爱因斯坦。

后来，爱因斯坦在奥地利维也纳拜访了马赫。爱因斯坦试图说服马赫相信原子的实在性。长期以来，马赫一直把原子斥为人类心灵的虚构，无法直接观察到。但是，爱因斯坦后来摆脱了严格的实证主义立场。特别是爱因斯坦创立广义相对论后，他确信严格的实证主义方法是有局限性的。爱因斯坦抛弃了马赫那种针对任何不基于直接观测数据的实在理论的怀疑论。爱因斯坦著名的思想实验就是一个强烈的反实证主义的实例，它的核心是从经验上产生直觉飞跃，由这种飞跃首先提出绝对假设。理论家不可能从经验推理而导出绝对假定，因为它是超越经验的。只有直觉，即一种灵感的启示，才能创造这种假定，所以爱因斯坦说：“想象力比知识重要。”

爱因斯坦认为，马赫哲学的本质是：“只有当概念所指涉的对象以及概念同这些对象据以对应起来的规则能够被显示出来时，概念才是有意义的。”换句话说，要想让一个概念有意义，就需要对它进行一种实操定义。爱因斯坦对马赫的评价：我看到他的弱点在于，他多少有点相信，科学不过是对经验材料的一种“整理”；也就是说，他没有认识到概念的形成中的那自由构造的元素。他在某种程度上认为，理论产生于发现，而不是产生于发明。

爱因斯坦的好奇心和想象力就主要通过形象思维，特别是著名的“思想实验”来表达。通过思想的实验，也通过数学的思维，他能够得出超越常人的见识。所以，他坚持物理最基础的部分必须通过这个过程：要有思想实验般的思考，同时要有哲学的思想，还有数学的思维。爱因斯坦能够设想与数学相联系的物理实在，在数学公式背后，他能够立即看出物理内容，而在一般人眼中，它可能仍然是一个抽象的公式。普朗克提出了量子概念，认为它主要是一种数学发明，爱因斯坦却理解了它的物理实在性。洛伦兹提出了描述运动物体的数学变换，但爱因斯坦却基于这些变换创造了一种新的相对性理论。爱因斯坦认为：“物理学家的最高使命是要得到那些普遍的基本定律，由此世界体系就能用单纯的演绎法建立起来。要通向这些定律，并没有逻辑的道路；只有通过那种以对经验形成共鸣的理解为依据的直觉，才能得到这些定律。”^[11]

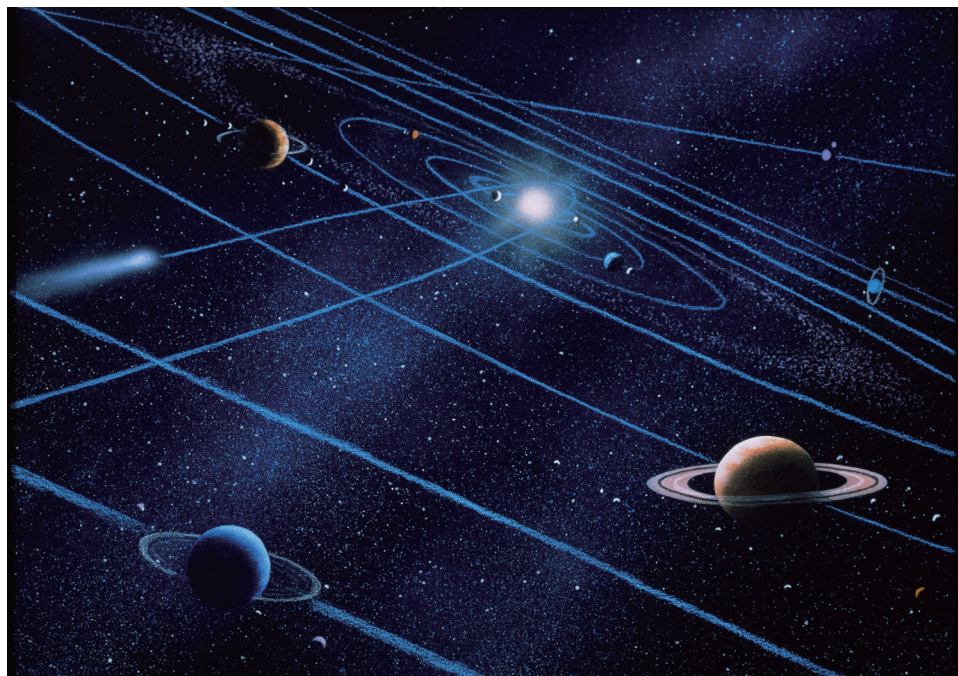


图5.16 爱因斯坦认为：“物理学家的最高使命是要得到那些普遍的基本定律，由此世界体系就能用单纯的演绎法建立起来。要通向这些定律，并没有逻辑的道路；只有通过那种以对经验形成共鸣的理解为依据的直觉，才能得到这些定律。”

犹太哲学家斯宾诺莎（1632—1677）对爱因斯坦的宗教观具有影响。爱因斯坦信仰斯宾诺莎的那个无可名状的上帝。斯宾诺莎的上帝其实就是“自然”，反映在令人敬畏的美、合理性和自然律的统一性之中。和斯宾诺莎一样，爱因斯坦并不相信一个会对我们的日常生活进行赏罚干预的人格化的上帝。

爱因斯坦从斯宾诺莎那里获得了一种决定论的信念，即一旦我们彻底了解自然律，就会明白原因和结果都是不可变的，上帝不会掷骰子，亦即不会让任何事件随机或不确定地发生。斯宾诺莎宣称：“一切事物都由神圣的自然的必然性所确定。”当量子力学似乎表明这是错误的时候，爱因斯坦坚信它是正确的。^[12]爱因斯坦是量子理论的开创者，但由于他的决定论信仰，他成为量子力学的最主要反对者！

爱因斯坦的一个信念是，大自然没有多余的属性。他说：“当一个人沉思永恒、生命、世界的精妙结构等奥秘时，只能感到敬畏。”爱因斯坦的思想中有一种美学标准和美感。他感到简单性是美的一个要素。他曾在牛津宣布过他的信条，“自然是可能设想的最简单的数学思想的实现”，从而呼应了牛顿的格言：自然喜欢简单性。他追求简单性和美，在他看来，美本质上首先就是简单性。

著名物理学家温伯格是《最初三分钟》一书的作者，他曾比较了牛顿的引力理论和爱因斯坦的广义相对论：爱因斯坦的广义相对论是由一组二阶微分方程刻画的；牛顿的引力理论也是如此。从这个观点看，它们是同样优美的。事实上，牛顿的理论有更少的方程，在这个意义上，我觉得牛顿的理论更优美。但是，爱因斯坦的广义相对论有更大的必然性品质。在爱因斯坦的理论中，在远距离和低速度情况下你无法回避一个平方反比定律……但就牛顿理论而言，却非常容易如

图5.17 爱因斯坦的一个信念是，大自然没有多余的属性。他说：“当一个人沉思永恒、生命、世界的精妙结构等奥秘时，只能感到敬畏。”



你所愿得到你喜欢的任何各类的逆幂。因此，爱因斯坦的理论更优美，因为它更让人感受到严格性、必然性。^[13]

当爱因斯坦最后成功解释天体现象的时候，有人问他：“假如你观测到的天象和你的理论有不同的时候，你会怎么讲？”爱因斯坦回答：“我会替造物者惋惜，居然不懂得用到这样漂亮的理论。”爱因斯坦后来多次讲到，数学的美是很重要的，甚至比实践还重要。

世界上出现过许多特立独行的天才，爱因斯坦的特别之处在于他的思想和灵魂为这种谦卑所调节。爱因斯坦说：“首先，我同意叔本华所说的，把人们引向艺术和科学的最强烈的动机之一，是要逃避日常生活中令人厌倦的粗俗和使人绝望的沉闷，是要摆脱人们自己反复无常的欲望的桎梏。一个修养有素的人总是渴望逃避个人生活而进入客观知觉和思维的世界。”^[14]

他既可以在其孤独的旅程中镇定自若地充满自信，也会对大自然美妙的作品感到敬畏。“宇宙定律中显示出一种精神——这种精神远远超越人的精神，在它面前，力量有限的我们必定会感到谦卑。”他说，“在这个意义上，对科学的追求导向了一种特殊类型的宗教情感。”他认为这种敬畏感，这种宇宙宗教，是一切真正的艺术和科学的源泉。他说：“当我判断一种理论时，我会问自己，如果我是上帝，我是否会以这种方式安排世界。”正因为这样，信心和敬畏才在他那里美妙地交织在一起。他是一个深切关怀人类的孤独者，一个充满敬畏的反叛者。就这样，一个富于想象，特立独行的专利员读解了造物主的心灵，揭开了原子和宇宙的奥秘。^[15]

参考文献

- [1] 陈海涛. 时空之舞：中学生能懂的相对论. 北京：北京大学出版社，2017. 224
- [2] 艾萨克森. 爱因斯坦传. 张卜天译. 长沙：湖南科学技术出版社，2014
- [3] 爱因斯坦. 爱因斯坦文集（第一卷）. 许良英，李宝恒，赵中立，范岱年编译. 北京：商务印书馆，2016. 245
- [4] 爱因斯坦. 爱因斯坦文集（第一卷）. 许良英，李宝恒，赵中立，范岱年编译. 北京：商务印书馆，2016. 186
- [5] 爱因斯坦. 爱因斯坦文集（第一卷）. 许良英，李宝恒，赵中立，范岱年编译. 北京：商务印书馆，2016. 250

- [6] 爱因斯坦. 爱因斯坦文集(第一卷). 许良英, 李宝恒, 赵中立, 范岱年编译. 北京: 商务印书馆, 2016. 133
- [7] 爱因斯坦. 爱因斯坦文集(第一卷). 许良英, 李宝恒, 赵中立, 范岱年编译. 北京: 商务印书馆, 2016. 333
- [8] 爱因斯坦. 爱因斯坦文集(第一卷). 许良英, 李宝恒, 赵中立, 范岱年编译. 北京: 商务印书馆, 2016. 244
- [9] 丘成桐, 纳迪斯. 大宇之形. 翁秉仁, 赵学信译. 长沙: 湖南科学技术出版社, 2012. 37
- [10] 艾萨克森. 爱因斯坦传. 张卜天译. 长沙: 湖南科学技术出版社, 2014
- [11] 爱因斯坦. 爱因斯坦文集(第一卷). 许良英, 李宝恒, 赵中立, 范岱年编译. 北京: 商务印书馆, 2016. 597, 172
- [12] 艾萨克森. 爱因斯坦传. 张卜天译. 长沙: 湖南科学技术出版社, 2014
- [13] 麦卡里斯特. 美与科学革命. 李为译. 长春: 吉林人民出版社, 2000. 148
- [14] 爱因斯坦. 爱因斯坦文集(第一卷). 许良英, 李宝恒, 赵中立, 范岱年编译. 北京: 商务印书馆, 2016. 171
- [15] 艾萨克森. 爱因斯坦传. 张卜天译. 长沙: 湖南科学技术出版社, 2014. 487



膨胀的时空： 时空的方向性

每当我们抬头看着星空，看我们的宇宙，壮观的景象令人感到神往，也令人类自身感到渺小。看看我们周围的世界，充满了生命和大自然的奇迹。我们所看到的这一切都来自一个神奇的时刻，那就是宇宙大爆炸。我们现在普遍接受这样一个结论，即我们现存的这个宇宙起源于一次大爆炸。在宇宙生成的最初一秒，空间、时间、物质和能量，一切都开始生成，时间和空间突然降临，宇宙也因此诞生。随着越来越多的天文学与物理学证据支持大爆炸理论，在当今的科学界，支持大爆炸理论成为压倒性的共识。



两种宇宙范式

爱因斯坦的广义相对论深刻地影响我们对宇宙的理解，并开创了“宇宙学”这一正式的学科。科学界在20世纪初对宇宙的基本认知范式是，宇宙是静态的、永恒的，而不是收缩和膨胀的。爱因斯坦也是这种静态宇宙范式的坚定支持者，他当时相信宇宙是静态的。但是，当爱因斯坦将广义相对论和他的引力公式应用到整个宇宙后，他的广义相对论原始方程却预言宇宙是不稳定的。爱因斯坦的引力公式表明，宇宙中的天体都在宇宙尺度上被拉向其他天体。这种引力将导致宇宙急剧膨胀后又全会全方位地坍缩，宇宙似乎有一个动态的演化过程。如果顺着这个思路深入下去，就可以从爱因斯坦的原始方程预测出星云的红移现象，但爱因斯坦改变了思路。

爱因斯坦重新审视了他的广义相对论之后，为了使公式符合他所相信的一种均匀的、各向同性的静态宇宙假设，在引力公式中人为地添加了一个被称为宇宙常数的项。爱因斯坦意识到，通过仔细选择宇宙常数的值，他可以完全抵消传统的引力吸引，阻止宇宙坍缩，这样就可以解释一个静态的、永恒的宇宙。虽然宇宙常数的引入使爱因斯坦的宇宙平静了，但他承认，常数的引入影响了理论的形式美。就这样，从爱因斯坦的广义相对论出发，可以看到两个完全不同的景象：其中一个带宇宙常数，使宇宙是静态和永恒的；另一个不带宇宙常数，宇宙是动态和演化的。

与此同时，俄罗斯数学家亚历山大·弗里德曼，在看过爱因斯坦的宇宙学论文后，对其中的宇宙常数提出了质疑。弗里德曼更倾向于广义相对论的原始方

程，他从形式上最简单、最美丽的广义相对论公式——不含宇宙常数——出发，找到了爱因斯坦原始方程基本的、均匀的、各向同性的解法，从数学上自由地在理论上论证宇宙的逻辑演化结果应该怎样。这是典型的数学处理方法。1922年，弗里德曼把他的研究成果发表在德文版的《物理学杂志》上。弗里德曼的宇宙模型，由于其中没有宇宙常数，充分尊重爱因斯坦的原始方程，这使得宇宙模型成为一个动态的、演化的宇宙。这就是说，宇宙时空是一个在宇宙尺度上不断演化膨胀的过程，而不是整体上保持静止的永恒状态。

由于当时爱因斯坦的宇宙范式坚信宇宙是静止的，所以看到弗里德曼的宇宙模型后，爱因斯坦专门写信给杂志社，认为弗里德曼是错的。弗里德曼对爱因斯坦进行了有力的反驳。后来，爱因斯坦承认了自己的错误，认为弗里德曼在数学上是正确的，但他仍坚持这个正确的数学没有物理意义。悲剧的是，弗里德曼刚刚发展出一个超越时代的宇宙视野，便去世了。

在弗里德曼去世后几年，比利时宇宙学家乔治·勒迈特研究广义相对论方程背后的物理实在，他独立重新发现膨胀的宇宙模型。勒迈特是第一位在物理学和天文学观测框架内提出大爆炸假说的科学家。他对自己的模型深信不疑，并形象地把宇宙大爆炸比喻成烟花。勒迈特猜想，如果宇宙确实在膨胀，那么宇宙应该是从小变大的，从逻辑上讲，假设我们可以回到足够远的过去，那么时空将缩回到一个非常小的点。勒迈特的想法，其中一个重要的启示是，广义相对论暗示宇宙有一个创生的时刻。在这一瞬间，这个无所不包的点突然爆炸衰变，产生出当今宇宙中所有的物质。

勒迈特于1927年公布了自己的理论模型，并在这一年参加了著名的索尔维会议，见到了爱因斯坦。爱因斯坦告诉勒迈特，在他之前俄罗斯数学家弗里德曼也有类似的想法。像回应弗里德曼的理论一样，爱因斯坦当面告诉勒迈特：“你的计算是正确的，但你的物理意义是错的。”可想而知，勒迈特很沮丧，命运要他再多等几年的时间，直到哈勃出现。1924年，美国天文学家哈勃的观测标志着现代宇宙论的诞生。因为当时人们认为银河系是宇宙唯一的星系，而哈勃证明，我们的银河系不是唯一的星系，宇宙中有无数个银河系。哈勃让我们现代的宇宙图像从此被奠定。同时，哈勃还发现，从星系光谱的红移可以推断，越远的星系以越快的速度离开我们而去，这表明整个宇宙处于膨胀的状态。

宇宙常数：“一生中最大的错误”

在爱因斯坦为了维护他的静态宇宙模型，而在广义相对论原始方程引入宇宙常数的同一年，即1917年，荷兰天文学家德西特（Willem de Sitter）找到了被修正的爱因斯坦理论的另一个解法。尽管这个解法看似还是静态的，但它有一个非凡的特点，即预测红移与距离成正比。后来，哈勃指出，正是德西特模型使天文学家开始关注红移与距离彼此相依赖的重要性。

我们知道，多普勒频移效应是说，光发生器远离观察者的运动使得它发出的光看上去具有更长的波长。这种波长的增加通常称为红移，因为红色处在可见光谱的长波长一端。同样，光发生器趋近造成的波长的变短称为蓝移。所以，通过对星光谱线移动的观测，天文学家能够看出，某些恒星是朝着地球运动，还是远离地球运动。

早在1912年，美国天文学家维斯托·斯里弗（Vesto Melvin Slipher）第一次把多普勒效应用于对星系的测量中。他发现趋近（蓝移）的星系远远少于退行（红移）的星系，他发现大部分星系是红移的，几乎所有星系都在远离我们而去！星系退行背后到底有什么样的规律呢？

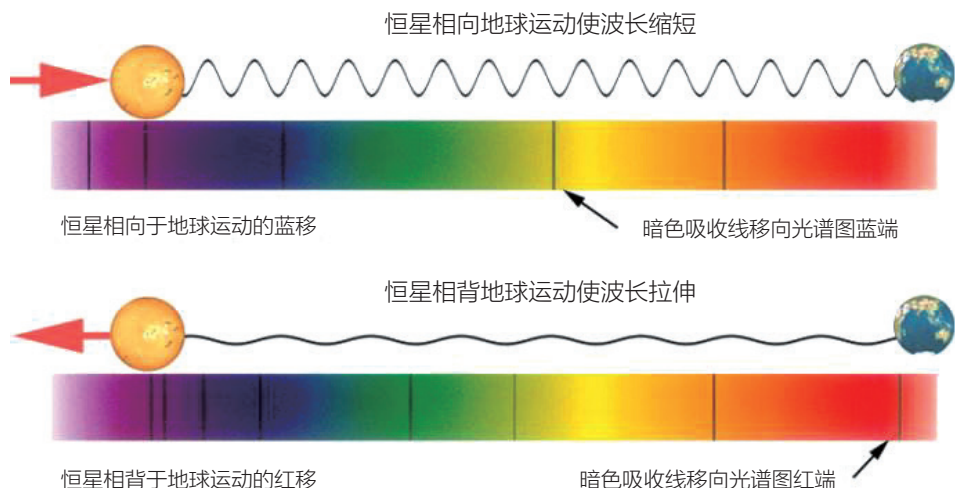


图6.1 多普勒频移效应是说，光发生器远离观察者的运动使得它发出的光看上去具有更长的波长。这种波长的增加通常称为红移，因为红色处在可见光谱的长波长一端。

1931年，美国天文学家哈勃发表了一篇论文，他用冷酷无情的数据表明，宇宙真的是在不断扩张，而且呈系统性方式进行。星系红移的大小也不是杂乱无章的，而是和星系离开我们的距离成正比。换句话讲，星系越远，则它离开我们运动得越快。这表明宇宙不可能像人们原先所想象的那样处于静态，而实际上是在膨胀；不同星系之间的距离一直在增加。星系的速度和距离之间的比例关系被称为哈勃定律。这是一条唯象的定律，就像开普勒总结出的三大宇宙定律一样，是通过对经验数据的提炼发现的，而不是精确推导出来的。哈勃的观测数据表明，几乎在所有情况下，星系都显示出红移，这意味着它们在退行。通过观测得到的数据，哈勃发现，一个给定的星系的速度与它到地球的距离成正比。换句话说，如果一个星系比另一个星系远两倍，那么它退行的速度大致也是两倍。这意味着星系不是随意在宇宙中奔驰，其速度与距离有严格的数学关系。宇宙的膨胀速度是根据宇宙的一个关键数值指数，即哈勃常数来表示的，而哈勃常数是通过观测遥远星系在距离越来越大时增速的速度来测量的。

哈勃无意中为弗里德曼和勒迈特的创生型宇宙模型提供了第一个重大证据。根据哈勃定律，宇宙中的所有物质在开始时集中在一个相对较小的区域，然后一直膨胀至今。这一描述与宇宙是静态的、永恒不变的模型相矛盾。它支持了勒迈特和弗里德曼的宇宙始于大爆炸的模型。

与此同时，世界专注的仍是爱因斯坦的静态宇宙。因为静态宇宙与人们普遍相信的永恒宇宙思维范式相一致。大多数宇宙学家拒绝接受宇宙膨胀和创生于某一时刻的想法。哈勃为了避免卷入对宇宙存在的解释性争论，强调他只提供客观的观测数据，而不对数据结果进行解释。

哈勃定律使勒迈特的宇宙创生模型重新进入人们的视野。虽然爱因斯坦的静态宇宙模型当时占据统治地位，但人们已经开始认



图6.2 根据哈勃定律，宇宙中的所有物质在开始时集中在一个相对较小的区域，然后一直膨胀至今。这一描述与宇宙是静态的、永恒不变的模型相矛盾。（图为哈勃）

识到勒迈特的宇宙创生模型更有力量。英国物理学家爱丁顿通过将空间比作膨胀的气球表面解释了宇宙大爆炸的形式，气球表面所覆盖的点代表星系。如果气球膨胀到原来的直径两倍，那么各点之间的距离也将翻倍，因此实际效果相当于各个点彼此分开。这样就清楚了，红移的真正原因是空间的延伸。

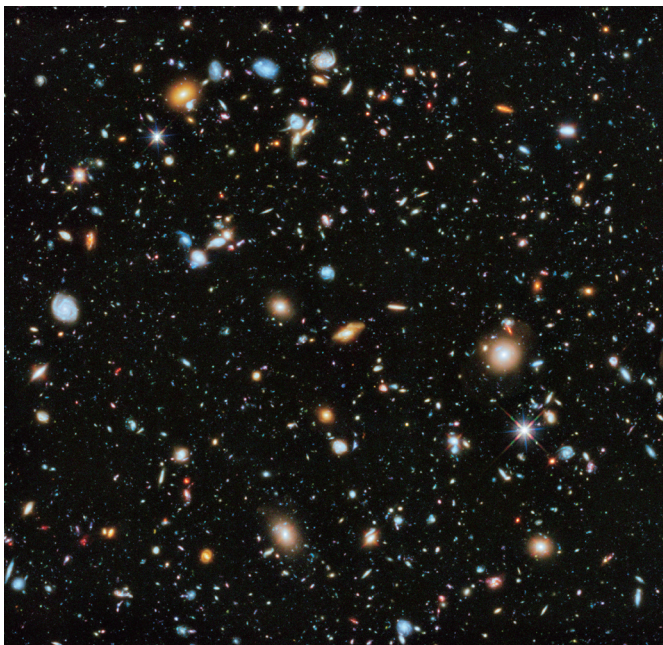
在哈勃的观测强化了宇宙大爆炸的思想后，爱因斯坦开始重新审视自己所相信的静态宇宙模型。观测表明，星系正在退行，宇宙正在膨胀。哈勃定律宣告：“天文学的历史就是一部星系后退的视野的历史。”

1931年2月3日，爱因斯坦访问了哈勃所在的威尔逊山天文台，并向聚集的记者公开宣布，放弃自己的静态宇宙模型，支持大爆炸宇宙模型。后来，他把在原始的广义相对论方程中加入宇宙常数的做法称为“一生中最大的错误”。如果爱因斯坦当初对他出色的方程式所得出的结果能够接受的话，那么他将比哈勃早10年发现并提出宇宙膨胀学说。几乎难以想象，像爱因斯坦这样的天才也会犯错，而事实确实如此。这说明一个人的思维定式是非常根深蒂固的，天才也不例外。所以说，真正的思想创新是很不容易的。但是，由于后来发现宇宙暗能量的现象，当代的物理学家们倾向留住宇宙常数，并希望用它解释真空能量，于是错误又变成正确了。无论如何，宇宙常数是否为零，仍然是重要的问题。

后来，人们根据“大爆炸”理论框架预言大爆炸产生的余晖今天还存在，只不过它产生的波的波长已经被宇宙的膨胀转移到了微波波段上。宇宙背景辐射是来自宇宙空间背景上的微波背景辐射，频率属于微波范围。宇宙微波背景辐射产生于大爆炸后的三十万年。大爆炸宇宙学说认为，发生大爆炸时，宇宙的温度是极高的，之后慢慢降温，到现在（约137亿年后）大约还残留着微量的热辐射，应该能被探测到。1965年，美国物理学家彭齐亚斯和威尔逊宣布他们探测到了这种辐射，进一步坐实了宇宙大爆炸模型的可靠性。两位物理学家因此成就获得诺贝尔物理学奖，标志着大爆炸模型成为主流的宇宙科学范式。

宇宙“大爆炸”的实验证据除了“微波背景辐射”的探测之外，还有几个重要的证据：第一，经由测量恒星光线扭曲的现象，一再证实恒星正以高速远离我们而去，而且，离我们越远的恒星或星系，会以越高的速度离我们而去；第二，“大爆炸”理论预测宇宙中氦与氢的比例应该接近25：75，实际测量数据与预测高度吻合；第三，通过对放射性物质衰变的测量，我们可以为地球上的岩石和陨石

图6.3 普朗克探测器现已绘制出宇宙微波背景辐射全景图，也就是宇宙大爆炸若干万年以后，宇宙辐射冷却下来的一幅图像。它揭晓了宇宙诞生、生存和死亡的重要信息。最新计算结果显示，宇宙的年龄为138.2亿年。图为美国哈勃望远镜拍摄的一幅举世闻名的宇宙图景。哈勃望远镜被指令随机指向一个任意方向，凝视黑暗、深邃的宇宙，却看到了令人震撼和绝望的浩瀚！密密麻麻的小光点是数不胜数的星系！在这宁静的浩瀚面前，人类显得更加渺小和无助！



断年，目前没有发现任何物体的年龄可以追溯到“大爆炸”之前。

2013年3月21日，欧洲空间局召开了一次国际新闻发布会，公布了普朗克卫星的最新观测结果。这颗卫星以前所未有的精度绘制了宇宙微波背景辐射的图谱。所谓宇宙微波背景辐射，是指130多亿年前宇宙大爆炸刚刚结束时发出的光。这张新的图谱证实了宇宙学家35年来一直非常重视的理论——宇宙起源于一次大爆炸。

宇宙创生时刻 Big Bang !

那么，宇宙是否有一个开始呢？勒迈特认为，按照广义相对论最纯粹的形式意味着宇宙正在膨胀，如果宇宙一直膨胀到今天，那么它在过去一定有一个开始。按勒迈特的说法，存在“一个没有昨天的一天”。大爆炸之前的世界是什么样子？用中国道家创始人老子的话说，就是“有，生于无”。

从这种不同寻常的宇宙创生理论来看，整个宇宙完全是从无中生出来的，其创生过程完全符合量子物理的定律。这样的宇宙在其成长过程中创造了一切物

质、一切能量，从而建成了我们现在所看到的宇宙。宇宙在大爆炸中诞生的一刹那，物理学家们称之为所有力的大一统时代，这时的物理规律是受四种基本力的大一统理论支配的。在这超引力的时代中，大自然的四种力是混沌一体的。后来，随着宇宙冷却，原初的统一力也分化为三种不同的力：电磁力、弱作用力、强作用力。这些力都是我们在相对冷却下来的宇宙中所看到的。

如果宇宙真是从一个大爆炸开始生成，那么只要我们倒推得足够远，宇宙就会变成一个奇点，一切空间和时间都是从这个奇点开始的。就是说，从时间上倒推到过去，大爆炸估计发生在130多亿年前。在这个时刻，我们今天看到的一切，一千亿个星系里头各有一千亿个恒星，这些物质全都压缩在无限小的奇点中！早在20世纪20年代，科学家们就已经意识到了可能会存在这样一个点，一个密度无限大的点。这个点融合了宇宙间的一切。宇宙大爆炸理论就是从这个“点”开始的，人们叫它“大爆炸”（Big Bang！）。若要了解宇宙在最初的第一秒究竟发生了多少事，就必须要用普朗克时间来思考。在那么久远的时刻，时间的量度会小到难以想象，那就是普朗克时间， 10^{-43} 秒，人类已知的最小时间存在。在之后的137亿年里，宇宙中这些微小的密度和温度涨落会在引力的作用下凝聚，形成星系和大尺度结构。

大爆炸创造了宇宙，也就等于创造了空间和时间。空间和时间都不能存在于奇点之前。简单讲就是，时间本身也是从大爆炸之时起始的。大爆炸的确发生过，但科学家至今仍想不明白它为何爆炸，是什么产生爆炸，它是如何爆炸的。我们只能确定一切都是在瞬间爆炸生成的，这就是最初第一秒的起点，时间完全归零。理论上，宇宙诞生的刹那，即“大爆炸”时，一切开始于 10^{-43} 秒，即普朗克时间。天体物理学家已经整理出了一套关于大爆炸后的异常详尽的知识体系。根据宇宙的大爆炸理论，科学家们通过计算把宇宙创生的“一刹那”进一步分解，让我们看到了宇宙创生时刻的景象。

在宇宙诞生的最初三分钟，四种自然力——引力、电磁力、强核力、弱核力——被合并成单一的超力。随着时间的转移，宇宙不断膨胀，而在它膨胀时，超力分成了引力与大统一力。十维宇宙分裂成一个四维宇宙和一个六维宇宙。之后，大一统作用力崩解；电弱对称崩解，夸克开始凝聚，中子与质子出现，并凝聚成稳定的原子核；大爆炸发生1亿年后，第一个星系诞生；4亿年后，第一批恒星出

现；87亿年后，太阳系诞生；又经过数十亿年，地球上出现了第一个生命。

这个精确的过程是物理学家和数学家严密推导和演算得来的模拟宇宙创生时间表。关键的一步发生在宇宙的最初三分钟内。此时，宇宙已经膨胀并且冷却到足够使大统一力进一步分离成强核力和弱电作用。伴随这一分离的是夸克与强子的突然产生，物质粒子的自发形成导致了宇宙内的变化，这产生了巨大的压力，使得宇宙以一个极大的加速度膨胀——比光的速度还快。这一

过程就是暴胀。在暴胀期间，暴胀能量密度在亚原子尺度上的随机量子涨落将会被拉伸到宇宙尺度，形成具有不同暴胀能的区域。

尽管如爱因斯坦所说，没有东西在空间中运动速度能超过光速，但这个限制并不适用于空间本身，所以在暴胀的过程中并没有违背任何物理定律。暴胀的能量来自一个假想的、被称为暴胀子的场。这种场就像电磁场一样，充斥于空间，并在空间每个点上都有一个场强（值）。因为暴胀子是假想的，理论家们可以自由设想暴胀子具有引起宇宙加速膨胀的排斥力。

2017年2月23日，《南方周末》登载了*Scientific American*中文版《环球科学》的文章《宇宙大爆炸不曾发生过？》，对宇宙大爆炸后的“暴胀”理论提出质疑。文中有这样的观点：“要么宇宙有一个开始，我们一般称之为‘大爆炸’；要么没有开始，所谓的大爆炸其实是一次‘大反弹’，即从之前的某种宇宙学相到现在的膨胀相的一次转变。虽然大多数宇宙学家假设有一个爆炸，但目前还没有任何证据能辨别137亿年前发生的到底是爆炸还是反弹。然而，与爆炸不同，反弹不需要后

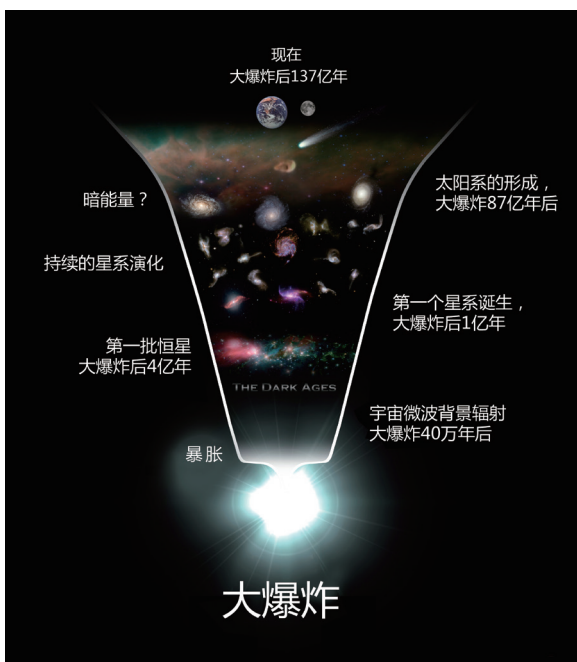


图6.4 宇宙的起源：大爆炸。大爆炸创造了宇宙，也就等于创造了空间和时间。



图6.5 在创造时间和空间的这一神奇时刻到底发生了什么？这是物理学家们至今仍百思不得其解的重要瞬间。

期的暴胀来创造我们现在所看到的宇宙，所以反弹理论意味着脱离暴胀范式的一个巨大转变。”

在创造时间和空间的这一神奇时刻到底发生了什么呢？这是物理学家们至今仍百思不得其解的重要瞬间。从哲学角度看，另一个更有吸引力的理论是所谓宇宙的“恒稳态模型”，这是20世纪40年代末提出的一个理论。根据这个理论，宇宙基本上就一直是现在这个样子。随着它的膨胀，新物质不断被创造出来，填补了星系间的空隙。从潜在可能性上讲，有关宇宙为何是目前这种状况的问题都可用这一理论来回答。可以说，它之所以是这样，

是因为这是它能够保持不变的唯一方法。宇宙起源问题被排除了，因为根本就不存在早期宇宙。

总之，大爆炸理论框架并非绝对确定，至少是存在争议的。有科学家认为，虽然我们这个宇宙来自大爆炸，但理论上，大爆炸发生之前还应该存在着一个阶段。它是宇宙大爆炸的前身。这一阶段存在于大爆炸之前，在此之前发生了什么则仍是一个谜。2011年，诺贝尔物理学奖授予三位美国科学家，他们通过观测遥远的超新星发现宇宙仍在加速膨胀，这一发现震惊了世界。宇宙学需要无与伦比的想象力。科学界有句格言：“思索，更多的思索，这就是宇宙学。”

什么是时间

空间与时间是分不开的。空间能伸缩，时间也能膨胀。空间是什么？时间是

什么？一种观点认为空间的意义仅仅在于存在于空间中的物体。空间所描述的是物体之间的距离。关于时间的类似观点是说时间本身是没有意义的，它仅仅描述了事件之间的次序。大爆炸代表着空间的创生，同样也代表着时间的创生。时间有开头吗？时间有结束吗？如果在时间的开始“之前”和时间的结束“之后”，并不存在任何测量，谈时间也就是虚妄的。我们对时间的直觉是最原始的直觉，是所有有意识生命的真正基础。阿根廷作家乔治·路易斯·博尔赫斯写道：“时间是带着我走的一条河，而我就是那条河。”宇宙膨胀的发现是20世纪最伟大的智慧革命之一。为何过去从来没有人想到这一点？牛顿或其他人应该意识到，静态的宇宙在引力的影响下会很快开始收缩。然而，现在假定宇宙正在膨胀，如果它膨胀得相当慢，引力会使之最终停止膨胀，然后开始收缩。但是，如果宇宙膨胀得比某一临界速率更快，引力则永远不能足够强到使其膨胀停止，它就永远膨胀下去。基于对时间和三维空间的宏观感知，人类的思维构建了“开始”和“结束”的思维范式，在这种思维范式之下，人类必定会想象宇宙应该有一个“开始”。如果宇宙真是从一个爆炸状态开始，那么这个时刻应该是时间的开始！

图6.6 如果宇宙真是从一个爆炸状态开始，那么这个时刻应该是时间的开始。



时间的概念，在古代是模糊不清而又神秘莫测的。希腊人认为时间都是有周期的。古希腊的柏拉图提出“理念”是永恒的，就需要有一个与永恒对应的“时间”。所以，时间是“永恒”的“映象”。柏拉图说，造物主给“永恒”创造了一个“动态相似物”——“时间”。时间不停地流逝，模仿“永恒”；时间无始无终，循环流逝。而对时间重要性的认识，则是亚里士多德在对物体运动的研究中发现的。亚里士多德认为，时间是运动的计数；时间是运动持续的量度；时间是循环的；时间的出现，使对运动的测量成为可能，使我们可以区分快、慢和静止。虽然亚里士多德并没有把时间作为一个抽象的数量参数，但他认为“时间就是运动”的观点极具突破性。孔子说，时间像流水一样，日夜不停。《论语》：“子在川上曰：逝者如斯夫，不舍昼夜。”中国古人相信时间有周期，但不是简单地重复，年年岁岁花相似，岁岁年年人不同。

那么，到底什么是时间？爱因斯坦说，时间是我们根深蒂固的幻觉。时间具有两个基本性质，测度性和流逝性。首先把时间测量和运动定律联系起来的是大数学家欧拉，他说：“如果以某个给定的循环过程为单位时间，而发现牛顿第一定律成立的话，这个过程就是周期的。”法国科学家庞加莱在《最后的深思》一文中认为：“时间必须成为可测量的东西，不能被测量的东西不能成为科学的对象。”物理学的理解很简单，时间就是计时。精确的计时其实都暗含一个重要假定，就是修定了周期性运动的存在。时间的存在，其本身也许就暗含了周期性运动的存在。当我们说时间是均匀流逝的时候，这也暗含了一个假定，至少存在某种周期性运动，它的周期不变。几乎所有的周期性运动的周期在相互比较之下，都是不变的，这是一个基本物理事实，至少在所谓惯性参照系中是成立的。时间的这个特点确实是一个奇迹，也就是说，时间真的是均匀流动的。也许只有物理学家和学习过物理的人才知道，时间的均匀流逝还有一个重要后果，那就是能量守恒。^[1]

中山大学教授李淼在他的著作《三体中的物理学》一书中写道：“时间是一切物理学理论的基础。为什么？我们不知道答案。”

时间的方向性：时间箭头

爱因斯坦曾经苦思冥想：哪一条科学定律是当之无愧的最高定律？最后的结

论是：一种理论前提越为简练，涉及的内容越为纷杂，适用的领域越为广泛，那种理论就越伟大。经典热力学因此给他留下了极其深刻的印象。他相信只有内容广泛而又普遍的热力学理论才能通过其基本概念的运用而永远站稳脚跟。通过热力学，哲学家们发现了时间之箭。时间是不可逆的。

无论牛顿还是爱因斯坦的理论，都是时间对称的。在牛顿体系中，时间无始无终。时间可以无始无终，这与力学的基本定律不矛盾。但是，在热力学出现之后，无始无终的时间就自相矛盾了。热力学表明宇宙中未来和过去的不对称性，这就是人们熟知的时间之箭。如果我们沿着时间的两个方向看，我们会发现其中一个方向在137亿年前，宇宙处于一个非常特别的状态。这个时间的方向我们称之为“过去”(past)，而另一个方向则称为“未来”(future)。物理学家霍金在研究宇宙大爆炸产生的一刹那时刻的行为时，发现热力学和宇宙学箭头指向同一个方向，即无序度增加的时间方向和宇宙膨胀的时间方向一致。霍金在他的《时间简史》一书中写道：“至少存在三个时间箭头将过去和将来区分开来。它们是热力学箭头，这就是无序度增加的时间方向；心理学箭头，即在这个时间方向上，我们能记住过去而不是将来；还有宇宙学箭头，即宇宙膨胀而不是收缩的方向。我指出了心理学箭头本质上应和热力学时间箭头相同。宇宙的无边界假设预言了定义得很好的热力学时间箭头，因为宇宙必须从光滑的有序的状态开始。”^[2]

热力学的优越性在于，它建立了不依赖于系统结构细节的普遍定律。热力学与时间性质之间存在深刻的本质联系。经典热力学有四个定律，第零定律、第一定律、第二定律和第三定律。“热力学第零定律”是说如果两个热力学系统中的每一个都与第三个热力学系统处于热平衡（温度相同），则它们彼此也必定处于热平衡。热力学第零定律的重要性在于它给出了温度的定义和温度的测量方法。钟速同步的传递性，保证了时间可以定义。

热力学第一定律是能量守恒定律，人们认为能量守恒定律是自然界的一个普遍的基本规律。这是指时间的均匀性。热力学第二定律表达了时间的流逝性，并且有不可逆的方向性。热力学第三定律通常表述为绝对零度时，所有纯物质的完美晶体的熵值为零，或者绝对零度（ $T=0$ ）永远不可达到，表达了时间无始无终的无限性。从统计力学的观点来看，第三定律是物质微观运动的量子力学本性的结果。

热力学探讨的是宏观层次的演化形式。德国的克劳修斯在1850年提出的热力学第二定律的表述为：热量不能自动从低温物体传向高温物体。开尔文在1851年提出的热力学第二定律的表述为：其唯一效果是热全部转变为功的过程是不可能的。那些在这一过程中损失掉的不可测的热被称为“熵”。熵这个名称是克劳修斯根据两个希腊字发明出来的，意思是“转移的量”或者“发生变化的能力”。1923年5月25日，德国科学家普朗克来我国讲学用到“Entropy”这个词，胡刚复教授翻译时就把商字的左边加了个“火”字来代表Entropy，从而在我国的学术圈里出现了“熵”字。从20世纪20年代到40年代，熵字就出现于大学的理科教材里，但现在我们的很多教科书都把“熵”这个概念给删掉了，令很多人对这个概念至今仍非常困惑。

熵是这样—个量，它在有耗散的情况下不停地增长，当所有进一步做功的潜力都已耗尽，它就达到了极大值，也就是最大无序性。按照克劳修斯对热力学第二定律的说法，在可逆过程中熵的改变是零，而在不可逆的过程中，熵总是增加的。克劳修斯在总结热力学第二定律时说：“世界的熵（即无效能量的总和或者无序性）总是趋向最大的量的。”熵是有真实意义的，它量度着无序。在一个封闭的系统里，物质的熵最终将达到最大值。熵是无序的量度。如果熵是衡量不可知的，反过来，可知的就是负熵，负熵也是信息。

信息量所表示的是体系的有序度、组织结构程度、复杂性、特异性或进化发展程度。这是熵（无序度、不定度、混乱度）的矛盾对立面，是确定的、有序

的、可知的，即负熵。另一种是广义熵，它来自信息论和控制论，可应用于描述任何一种物质运动方式（包括生命现象）的混乱度或无序度。它的矛盾对立面叫负熵或信息量，是组织结构复杂程度或有序度的表示。

1944年，著名的物理学家、量子力学的奠基人之一、诺贝尔物理学奖获得者薛定谔出版了《生



图6.7 杯中的水被倒出来的过程，是一个熵增加的过程，即从有序向最大无序性转化的过程，并且这个过程是不可逆的，泼出的水永远收不回来。

命是什么？》一书，更加明确地论述了负熵的概念，并且把它应用到生物学问题中，提出了“生物赖负熵为生”（或译“生物以负熵为食”）的名言。薛定谔说：“要摆脱死亡，就是说要活着，唯一的办法就是从环境中不断地吸取负熵。负熵是十分积极的东西。有机体就是赖负熵为生的。或者更确切地说，新陈代谢中的本质的东西，就是使有机体成功地消除了当它自身活着的时候不得不产生的全部的熵。”

用信息论的术语来表述热力学第二定律：如果不从外界得到新的信息，那么对信息所进行的操作和变换不可能使信息量增加，或者说，不确定度不可能减少。热力学第二定律的信息论表述方式的含义更广，可应用于并非热力学过程的任何信息传递或变换过程，因此，可以称之为广义的热力学第二定律。热力学第二定律对整个物理学来说是基本的定律，因而没有多少物理学家对其有效性提出怀疑。第二定律使世界带上了时间不对称性，使得过去和将来有了分别，违反热力学第二定律就等于将时间倒转。

我们对时间流逝有方向的感觉，一面固然被经典力学、相对论、量子力学搞乱，另一面却从热力学中得到支持。如果热力学第二定律成立，时间应该有一个开始。大爆炸宇宙学告诉我们，时间有一个开始，我们的宇宙开始于137亿年前，在这以前，谈时间没有意义。在热力学第二定律里，熵度量一个系统可变的能力，它跟时间有密切关系。熵增大方向是时间流逝方向的指路标。英国物理学家亚瑟·爱丁顿爵士直接说：“熵是时光之箭。”

统计熵：宏观与微观的统一

在某种意义上，可以说热力学的产生正是基于对于两种过程的区分：一是与时间的方向无关的可逆过程，二是与时间的方向有关的不可逆过程。也是为了区分这两种过程，才引入了熵的概念。因为熵的增加仅仅是由于不可逆过程。热力学第二定律指出，自然界的一切实际过程都是不可逆的。最早把热力学第二定律的微观本质用数学形式表示出来的是奥地利物理学家玻尔兹曼，他引入的“概率式思考”（probabilistic thinking）成为物理学中不可或缺的基本元素。可观察到的气体分子，只有在考虑所有分子的整体动态表现时，才可以发现它们的行为在统计上遵循严谨的法则。玻尔兹曼证明，如果给定系统一个统计或概率上的解释，

那么热力学第二定律，一个独立的物理系统总是会随着时间往最大熵移动。玻尔兹曼用最大熵的方向代表“时间的方向”，并证明了不可逆的物理过程的存在。

他首先指出，一切自发过程总是从概率小的状态向概率大的状态变化，从有序向无序变化。他的基本概念是：“从微观上来看，对于一个系统的状态的宏观描述是非常不完善的，系统的同一个宏观状态实际上可能对应于非常非常多的微观状态，而这些微观状态是粗略的宏观描述所不能加以区别的。”从微观上看，任何热力学过程总包含大量分子的无序运动状态的变化。一般地，为了定量说明宏观状态和微观状态的关系，我们定义：任一宏观状态所对应的微观状态数称为该宏观状态的热力学概率，用 Ω 表示。热力学概率是分子运动无序性的一种量度。的确是这样，宏观状态的热力学概率越大，表明在该宏观状态下系统可能处于的微观状态数越多；从微观上说，系统的状态更是变化多端，这就表示系统的微观运动的无序性越大。用牛顿力学来解释物体内部每个分子的运动实际上是不可能的，玻尔兹曼运用统计的观念，只考察分子运动排列的概率，来对应相关物理量的研究，对近代物理发展非常重要。

1877年，玻尔兹曼把物理体系的熵和概率联系起来，阐明了热力学第二定律的统计性质。玻尔兹曼提出，用“熵”来量度一个系统中分子的无序程度，并给出熵 S 与无序度 W （即某个客观状态对应微观态数目，或宏观态出现的概率）之间的关系为 $S = k \ln W$ 。这就是著名的玻尔兹曼熵公式，其中常数 $k \approx 1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ ，被称为玻尔兹曼常数。 S 是宏观系统熵值，是分子运动或排列混乱程度的衡量尺度。 W 是可能的微观态数。 W 越大，系统就越混乱无序。由此看出熵的微观意义：熵是系统内分子热运动无序性的一种量度。该公式后来刻在玻尔兹曼的墓碑上。

玻尔兹曼时代，原子是否存在一直是一个重要的学术争论焦点。作为哲学家，他反对实证论和现象论，并在原子论遭到严重攻击的时刻坚决捍卫它。玻尔兹曼与奥斯特瓦尔德之间发生的“原子论”和“唯能论”的争论，在科学史上非常著名。1895年，诺贝尔化学奖得主，德国物理学家、化学家奥斯特瓦尔德（1853—1932）公开反对原子论，遭到了玻尔兹曼的激烈反对。而支持奥斯特瓦尔德的是19世纪大名鼎鼎的物理学家马赫，他是著名的反对原子存在的实证论代表人物。马赫等人对任何从原子论的角度来探讨其微观机制的企图均不以为然，认为分子和原子既然不能直接观测，研究分子运动规律就是空想。他们满足于热

力学理论，提出唯能论的观点，认为物理学的任务就是研究能量的改变与转化的规律，而研究分子运动是多余的。玻尔兹曼在捍卫原子论的论战中势单力薄，当时还名不见经传的物理学家普朗克支持玻尔兹曼，但由于马赫在科学界的巨大影响，当时许多著名的科学家拒绝承认“原子”的实在性。玻尔兹曼对于科学权威对新思想的压制，评论说：“如果对于气体理论的一时不喜欢而把它埋没，对科学将是一个悲剧；例如：由于牛顿的权威而使波动理论受到的待遇就是一个教训。我意识到我只是一个软弱无力的与时代潮流抗争的个人，但仍在力所能及的范围内做出贡献，使得一旦气体理论复苏，不需要重新发现许多东西。”

这次争论最终以玻尔兹曼胜利告终，但由于长期争论，他身心俱损。1906年，他以自杀的方式结束了自己的生命，成为科学史上的一个悲剧。刚好也是在这一年，爱因斯坦从理论上解释了布朗运动，间接证实分子无规则的热运动对于物质结构的原子性具有重要意义。普朗克就是在这一学术争论背景之下，悲愤地说出了科学史上著名的“普朗克定律”，“一个新的科学真理取得胜利并不是通过让它的反对者们信服并看到真理的光明，而是通过反对者们最终死去，熟悉它的新一代成长起来”。普朗克定律表达了创新思想在萌芽阶段受到权威压制的普遍现象。1908年，原子论最坚决的反对者奥斯特瓦尔德主动宣布：原子假说已经成为一种基础巩固的科学理论。随后，原子物理、原子核物理、粒子物理、固体物理等领域的巨大成就，成为20世纪物理学发展的主流。玻尔兹曼被公认为统计力学的奠基者。如果玻尔兹曼地下有知，也会欣慰吧。

时间的静止：黑洞的引力时间膨胀

美国电影《星际穿越》有一个情节，主人公在卡刚都亚黑洞的行星上只待了3小时，后来却发现飞船上已经过了23年，时间相差了6万倍。要有这样巨大的时间差，其中条件就是行星极度靠近黑洞的同时，黑洞也以最大速度转动。按照相对论理论所言，这样行星上的时间就会被极大地拉长。在爱因斯坦狭义相对论的结论中，有一个“钟慢”现象，就是说运动速度快的物体，它流逝的时间会变慢。时间膨胀描述了当物体运动时时间是如何变慢的。你运动得越快，时间就流逝得越慢。当你达到光速时，时间就停止了。在爱因斯坦的广义相对论提出后，这种

“钟慢”现象被称为“引力时间膨胀”。引力时间膨胀是指引力导致的时空扭曲率越大，时间就过得越慢。通俗地说，你运动得越快，时间就流逝得越慢，当你达到光速时，你越深入引力的井（比如，一颗大质量的恒星就会形成这样一个引力的井），时间的流逝就越慢。一旦你进入黑洞的视界，时间就停止了。时间流逝的快慢，或者时间膨胀，就是“时间弯曲”效应。如果在黑洞的视界边缘，这种效应看起来时间是停滞的。

在爱因斯坦提出广义相对论仅仅一年后，德国物理学家卡尔·史瓦西找到了爱因斯坦方程的一个最简单的解。他的计算简洁而优美，计算所预言的弯曲几何，很快成为大家所熟悉的史瓦西几何。史瓦西几何预言，每个星体都存在一个依赖星体质量的临界周长（史瓦西奇点），如果星体的半径小于史瓦西解的这个临界周长，星体内部就会坍缩成被称为黑洞的天体。史瓦西解不仅描述了空间的曲率，而且还描述了黑洞附近的时间卷曲，即由黑洞的强大引力产生的引力时间膨



图6.8 广义相对论告诉我们，视界只是一个想象出来的表面，黑洞由于引力巨大，使光也不能逃脱。如果一位宇航员运动到黑洞的视界边上，他的时间看起来将是停滞的。



图6.9 美国电影《星际穿越》中的黑洞，根据加州理工学院的物理学家基普·索恩进行的计算，精彩地展示了黑洞视界附近吸积盘的形态和强引力场中的引力透镜效应。《星际穿越》是迄今为止对黑洞描述最为精确的影片。

胀。黑洞是弯曲的时空区域。由于黑洞有更强烈的弯曲空间，表面的时间流无限地膨胀，时间根本不流，冻结了。用现代语言来说，史瓦西奇点就是临界周长，也被称为视界，就是黑洞的地平线。具有临界周长的星体表面正好处在黑洞的视界：星体以它强大的引力产生一个包围它自身的黑洞视界。广义相对论告诉我们，视界只是一个想象出来的表面，黑洞由于引力巨大，使光也不能逃脱。如果一位宇航员运动到黑洞的视界边上，他的时间看起来将是停滞的。

1973年，英国剑桥大学著名物理学家霍金考察黑洞附近的量子效应，利用热力学第二定律发现黑洞会像天体一样发出辐射，其辐射的温度和黑洞质量成反比。这样，黑洞就会因为辐射而慢慢变小，而温度却越变越高，最后以爆炸而告终。所以，黑洞可以辐射的现象也被称为“霍金辐射”。这一发现在统一20世纪物理学的两大基础理论——广义相对论和量子理论方面走出了重要一步。

霍金的贡献是在经典物理框架里，证明了黑洞和大爆炸奇点的不可避免性，黑洞越变越大；但在量子物理框架里，他指出黑洞因辐射而越变越小，大爆炸的奇点不断被量子效应抹平，整个宇宙空间正是起始于此。

1988年，霍金出版科普著作《时间简史》，主要探讨了宇宙的起源和归宿，时间有没有开端，空间有没有边界。

时空穿越：时间的演化

爱因斯坦的相对论不否定时空穿越——质量造成两处时空弯曲，若交会于一点，就生出一条“虫洞”，我们可以由之穿越到七千万年前的仙女座星云。时空穿越不是不可能，但“虫洞”只是假想，前提是广义相对论完全正确。时空可以被折叠和扭曲，但需要大量的物质或能量才能造成这样显著的时空扭曲。然而，在理论上这样的扭曲是可能存在的。在极端案例，比如虫洞的情况下，两个时空区域之间建立起一个“捷径通道”。在影片《星际穿越》中，勇敢的探险家们利用土星轨道附近的一个虫洞进入另一个行星系统。正如影片所描述的那样，虫洞弯曲了空间，让超远距离旅行可以在瞬间完成。形象地说，虫洞弯曲空间就像将一张纸折叠，缩短纸的两个远点之间的距离。

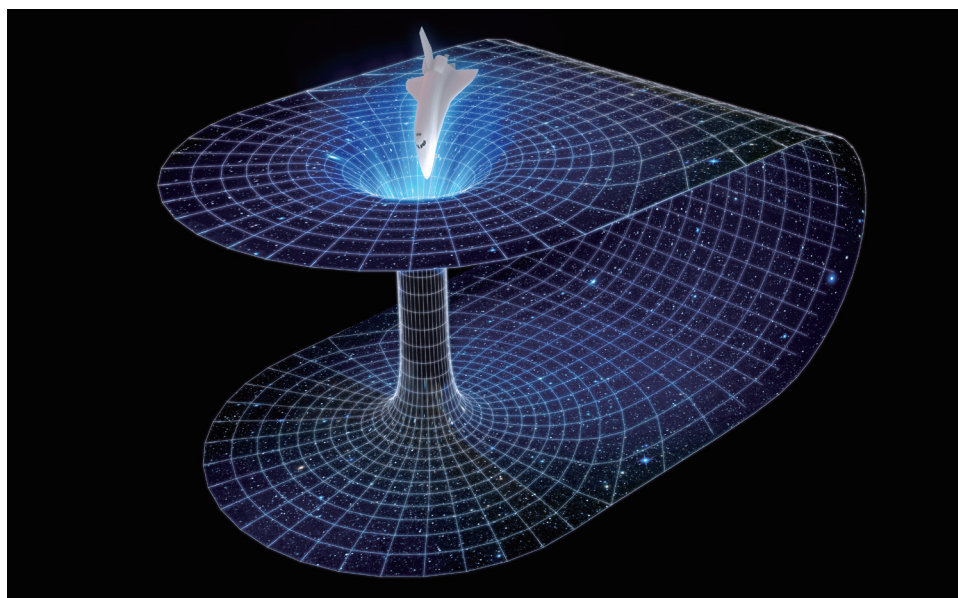


图6.10 虫洞是理论物理学中认为连接遥远的两个宇宙时空区域的通道。



图6.11 爱因斯坦的理论认为，或许可以通过一条时空通道，回到时间上更早的空间上的起始点。

通往遥远时空的通道真的存在吗？最新研究显示，银河系中心可能存在超级虫洞，其大小和稳定性足以允许一艘飞船从中穿过。虫洞是理论物理学中认为连接遥远的两个宇宙时空区域的通道。爱因斯坦的理论认为，或许可以通过一条时空通道，回到时间上更早的空间上的起始点，但这种可能性让物理学家和哲学家们困惑不已，因为这似乎会把原因和结果完全颠倒，像经典的“祖父悖论”。需要强调的是，专家们指出虫洞并不存在，至少目前未发现。

需要说明的是，根据2016年最新公布的研究成果，时间虽然有方向性，但宇宙却是各向同性的。在宇宙学中有一个基本假说，即“哥白尼原则”，该原则认为，从大尺度看，宇宙是没有特定方向的，而且无论你朝哪里看，看到的宇宙基本都是相同的。英国伦敦大学和帝国理工学院的宇宙学家们通过对宇宙微波背景辐射的研究，验证了“哥白尼原则”，即宇宙是各向同性的，从大尺度看，宇宙在各个方向上是完全相同的。

热力学第二定律为我们提供了一个宏观视角，这一定律由于极其深刻的思想内涵已被广泛地运用到哲学、人文、社会科学等各个领域。热力学第二定律对人

类的世界观也产生了影响，其中也包含了独特而深邃的时空观。

在牛顿力学里，过去、现在、未来的任何时刻都是一样的。因此，力学没有时间性，“演化”没有太深的意义。热力学就不同了，这里，熵把每个时刻加以区别，宇宙是真正地在演化。谈到不可逆时间，是与我们的头脑如何理解时间有关，而不是客观流逝。

在应用一个物理定律时，除这个定律以外，我们还得输入一些数字，代表初始条件或者边界条件，例如宇宙中所有粒子的位置和速度。许多物理学家认为，热力学的时间之箭只是跟这些初始条件有关，而不是物理定律本身的一部分。

宇宙最初很小、很密，处于高度组织、低熵状态；于是，时间的流逝就一定和熵的增大、混乱的增大对应，而宇宙一直处于膨胀，能量不断消耗成一片废热，即所谓“宇宙热寂”的过程。霍金想把初始条件解释成宇宙论本身的结果。他的办法是把现今纯理论的对称时间宇宙学理论推到尽头，然后说边界条件就是没有边界条件。这样一来，就不会出现不守规矩的奇点，空间、时间也不会有“边缘”，宇宙将是独立自主的，犹如一个球面。

对支持可逆时间的人来说，热力学最大的缺点是它只牵涉世界的皮毛，不像相对论和牛顿力学那样能跟“基层的”、看不见的微观世界打交道。但是，玻尔兹曼却从原子、分子的行为中，重新发现了时间之箭。玻尔兹曼震惊了当时的物理学家，他把熵和概率连在一起，成为世上第一个给一项基本物理定律一个统计性解释的人。例如：冰是个低熵状态，概率远小于水存在于液态的概率，液态是随机性更大的高熵状态。表示这个关系的严密数学公式，爱因斯坦称之为“玻尔兹曼原则”。

乍看上去，热力学第二定律和19世纪惊动全世界的另一发现——达尔文的进化论相冲突。经典力学把宇宙看成一个不折不扣的机器，热力学似乎说这机器步步走向绝对的混乱。可是，达尔文证明的是，简单的生物逐渐演化成复杂的生物，生命随时间越来越有组织，而不是越来越乱。天上飞的、水里游的、地上爬的，如此丰富多彩，它们的演化似乎跟主张世界越来越乱的理论不能相容。事实上，这里并不存在矛盾。这是因为热力学第二定律里面藏着一套妙计，它能使创造性的演化发生，而不只是纯破坏性的演化。早在1878年，玻尔兹曼已看到了端倪，不过正式发展要等到近年来对第二定律的重新评估以后。新评估证明热力学

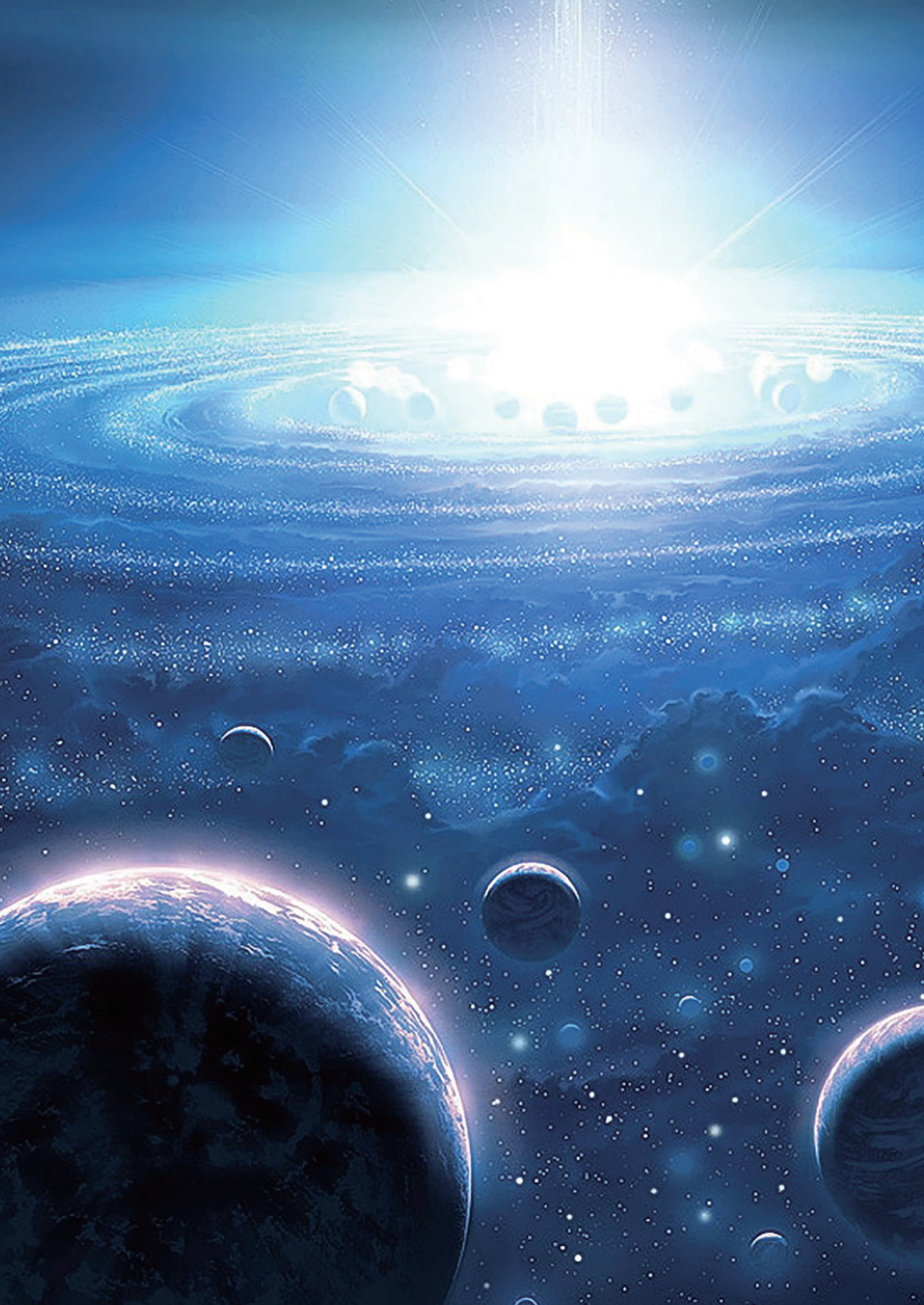
第二定律并不意味着单调退化到无序，证明宇宙反过来可以利用热力学来创造，进化和发展。

以科学家普里高津为首的布鲁塞尔自由大学的一群研究者，创造了一套20世纪的热力学。他们的论点和通常对热力学第二定律的理解不同，认为热力学第二定律并不等于千篇一律地朝着混乱一直消沉，而是存在“自组织”这个新的科学法则。在所谓宇宙热寂退化的过程中，我们可以找到许多自动产生秩序的出色例子。咖啡里面加牛奶，最后状态固然是那个常见的灰色浑汤，但在达到那个状态以前，白牛奶在黑咖啡里演绎了多少瞬息万变的漩涡花样和结构啊！

然而，即使我们承认热力学第二定律的时间之箭意义深奥，根基牢固，不可能是幻觉，我们的主要问题仍旧没有得到解答。我们如何能使这个不可逆时间，和用“无时间性力学”描述的微观世界和谐一致？这个谜，玻尔兹曼只解答了一部分。真正的答案可能从正在萌芽的一门新学科里得到，这门新的学科就是混沌动力学。

参考文献

- [1] 辛格. 大爆炸简史. 王文浩译. 长沙: 湖南科学技术出版社, 2017. 127, 133, 217, 231
- [2] 霍金. 时间简史. 许明贤, 吴忠超译. 长沙: 湖南科学技术出版社, 2015. 140



混沌的时空： 无序的世界

19世纪中叶，在热力学领域涉及了不确定问题。热力学中的平衡态是指系统内部各点的温度、压强、浓度等参数处处相等，即分子的混乱度极高，这其实是一种混沌。1865年，德国物理学家克劳修斯把热力学第二定律推广到无限的宇宙，即把熵增加原理加以推广，认为宇宙最终将处于一个熵极大的热平衡态，得出了“热寂”的结论。遗憾的是，当时的科学家对于混沌并不感兴趣，他们关心的是在微观上看来是混沌的现在，在宏观上会表现出什么样的规律或秩序。



混沌现象：不确定性

第一个明确的混沌系统例子是19世纪末由法国伟大的数学家庞加莱给出的。1887年，瑞典国王奥斯卡二世悬赏征求天文学中的一个基本问题：太阳系稳定吗？这是针对太阳、地球和月亮之间关系的一个问题，史称“三体问题”。该问题的初衷是能否用牛顿定律预测通过引力相互作用的三个物体的长期运动。牛顿已经解决了二体问题。但是，三体问题要复杂得多。提出这个问题是为了确定太阳系是否稳定，行星会维持还是会偏离目前的轨道。太阳系的运动是动力学领域一个极其复杂的问题。其运动肯定存在，而稳定性则是一个比存在性要复杂得多的问题。



图7.1 太阳系稳定吗？这是针对太阳、地球和月亮之间关系的一个问题，史称“三体问题”。

1888年，庞加莱把动力系统和拓扑学两大领域结合起来，证明了周期轨道的存在。通过详细研究周期轨道附近流的结构，庞加莱发现了对初始条件的敏感依赖性。对初始条件的敏感依赖性指的是，如果系统是混沌的，在测量初始位置时即使只有极其微小的误差，在预测其未来的运动时也会产生巨大的误差。对于这样的系统，一点点误差，不管多小，也会导致长期预测很不精确。他意识到，仅仅三体引力相互作用就能产生出惊人的复杂行为，确定性动力方程的某些解具有不可预见性，这就是“混沌”。庞加莱参赛论文的题目是《论三体问题和动力学方程》。庞加莱为解决这个问题创建了一个新的数学分支，代数拓扑（algebraic topology）。拓扑学中最著名的是“庞加莱猜想”，即对宇宙的形状的猜测，21世纪初由俄罗斯数学家佩雷尔曼证明了这个猜想。虽然庞加莱没有成功地给出一个完整的解答，但他的工作令人印象深刻，最终还是在1888年赢得了奖金。

庞加莱的工作揭示出，混沌或潜在混沌是非线性系统的本性，甚至像行星轨道运动这样完全确定的系统，也能产生不确定的结果。在某种意义上，他已经看到极其微小的效果可以通过反馈得到放大。他觉察到一个简单的系统可能爆发出惊人的复杂性。他对此总结：

“如果我们能知道自然界的定律和宇宙在初始时刻的精确位置，我们就能精确预测宇宙在此后的情况。但是，即使我们弄清了自然界的定律，我们还是只能近似知道初始状态。如果我们能同样预测以后的状态，这就够了。然而，初始条件的细微差别可能导致最终现象极大不同。预测变得不可能……”



图7.2 庞加莱的工作揭示出混沌或潜在混沌是非线性系统的本性，甚至像行星轨道运动这样完全确定的系统，也能产生不确定的结果。（图为庞加莱）

庞加莱在科学哲学名著《科学与方法》一书中说，“每个现象不管多么微不足道，都有原因”。原因只能够产生一个结果，而同一结果却可以由几个不同的原因产生。另一个现象是，微小的原因可以产生巨大的结果，令人印象深刻的不是原因的微小，而是它们的复杂性。任何偶然的結果都没有简单的原因。当原因上的微小差别足以引起结果上的巨大差别时，偶然性必定服从某种规律。庞加莱说：“事实上，偶然性一词没有任何意义，或者确切地讲，根本就不存在什么偶然性，只是由于我们人类的无知和软弱，这个词看来才有意义。”

混沌的发现使人们突然醒悟到对经典力学实际上还知道得太少。混沌事实上是非线性系统较普遍存在的一种行为，对混沌的了解，在近年来发展得非常快。对混沌的研究大大丰富了我们事物演变的认识，不仅使我们对一些非线性系统的复杂行为有了正确的认识，也使许多长期以来无法解决对复杂现象的研究有了新的希望。混沌现象在很多系统中都被观测到了，如心脏、湍流、电路、水滴，还有许多其他看似无关的现象。变化，难以预测的宏观行为是复杂系统的标志。混沌系统的存在现在已成为科学公认的事实。

庞加莱的思想远远超过了时代，他意识到对初始条件的敏感依赖性将会阻碍对天气的长期预报。他在某种程度上已经意识到确定性系统具有内在的随机性，成为世界上最先了解存在混沌可能性的人，但他关于混沌现象的早期探索未能得到当时科学界应有的评价和响应。他的远见在1963年被证实，美国气象学家爱德华·洛伦兹发现，即使用很简单的计算机气象模型，也会有对初始条件的敏感依赖性。确定性动力学方程的某些解具有不可预见性，这就是现在人们熟知的“蝴蝶效应”。^[1]

“蝴蝶效应”的来历

1960年，世界知名的动力气象学家，美国麻省理工学院的爱德华·洛伦兹用计算机求解一组描述地球大气的非线性微分方程。为了检查某些细节，他做了一项重复预测，把温度、气压和风向等数据输入机器，将方程中变量的有效位由原来的6位减为3位。他让计算机运行方程，当他喝了杯咖啡回来再看时，大吃一惊：本来很小的差异，结果却差了十万八千里！计算机没有毛病，洛伦兹认定他

发现了新的现象（后来被称为“混沌”）——“对初始条件的敏感性”，即著名的蝴蝶效应。

在科学界，若一个现象的运动可以用以微分方程为表征的因果模式加以解释，则它就是有秩序的。牛顿首次引入了微分思想，在他的著名运动定律中，把变化率与各种力联系起来。科学家们很快变得信赖线性微分方程。无论多么不同的现象，如植物生长、动物繁衍、弹簧开关等，都可以用这些方程描述。其中小的变化产生小的效应，大的效应可以通过累加许多小的变化来获得。19世纪的科学家们对线性方程很熟悉，但对另一类方程却知之甚少，就是非线性方程。非线性方程特别适用于不连续事物，如爆炸、突变等。问题在于，处理非线性方程需要数学技巧和直觉。19世纪的科学家们坚守还原论教条，通过“线性近似”掩盖了非线性方程混沌的一面，这种坚守一直到20世纪70年代。非线性方程中，一个变量的微小变化对其他变量有不成比例的，甚至灾难性的影响。线性方程与非线性方程的一个主要差别是反馈，或称迭代，即非线性方程具有自我重复相乘的性质。反馈体现了秩序和混沌之间的一种本质的张力，反馈互动让我们对世界的认识更深刻。尽管有关微分方程的话题已有300多年的历史，成果充满了图书馆，但从未有人认为微分方程会像洛伦兹在他的实验中发现的那样具有混沌特征。

洛伦兹认识到，正是非线性与迭代的组合，把计算机两次运行的三位小数位的差别放大了。结果相差巨大，意味着像天气这样复杂的非线性动力系统必然是相当敏感的，连细节上最小的差异也能影响它们。洛伦兹和其他科学家突然意识到，在确定性的因果性的动力系统中，生成混沌不可预测性的潜在可能性蛰伏在每个细节当中。洛伦兹认识到的是，由于动力系统相互联系的本性，即非线性方程的迭代特性，附加再多的细节也无助于改善预测。这也就是我们常常感叹的“世事难料”。洛伦兹首次通过偶然性研究清楚了迭代是如何生成混沌的，从此把人类的理性世界正式投向了非线性的混沌世界。

1963年，洛伦兹在美国《大气科学》杂志上发表了《决定性的非周期流》一文，文中指出：在气候不能精确重演与无法长期预报天气变化之间必然存在一种联系，这就是非周期性与不可预见性之间的联系。他认为一串事件可能有一个临界点，在这个点上，小的变化可以放大为大的变化，而混沌的意思就是这些点无处不在。



图7.3 一只蝴蝶在巴西扇动翅膀，有可能在美国的得克萨斯引起一场龙卷风。混沌理论认为，在混沌系统中，初始条件的十分微小的变化经过不断放大，对其未来状态会造成极其巨大的差别。

混沌理论认为，在混沌系统中，初始条件的十分微小的变化经过不断放大，对其未来状态会造成极其巨大的差别。

随后几年，洛伦兹又以同一主题发表了三篇论文，现在它们已经成为研究耗散系统混沌现象的经典文献。在很早的微分方程的定性理论里面，庞加莱已经提出了对非线性复杂系统的混沌现象，他已经隐隐约约地感到在自然界当中，在所谓的无序当中，表面上是无序的，实际上有新的规律。他没有深入研究，感到用微分方程会有困难，所以提出用微分方程整体的、定性的数学拓扑的方法进行研究，但这仅仅是一个想法。与庞加莱相比，洛伦兹对初始条件敏感依赖性的研究要精确很多，并发现了第一个奇怪吸引子。洛伦兹对吸引子的发现是源自对一组微分方程的数值分析。这组微分方程是他从测试天气预报的数学模型中提炼出来的，现在称为洛伦兹方程。洛伦兹发现这组方程的解有奇怪吸引子，发现在微小的干扰下，在一定的空间内轨道变化极其强烈，在原来“并肩”围绕一个中心“盘旋”的轨道中会有一些轨道突然改变“航向”离开其他轨道，加入另外一组轨道之中，围绕另一个中心旋转，甚至在两个中心之间跳来跳去，好像蝴蝶的

1979年12月，洛伦兹在华盛顿的美国科学促进会的一次讲演中提出：一只蝴蝶在巴西扇动翅膀，有可能在美国的得克萨斯引起一场龙卷风。他的演讲和结论给人们留下了极其深刻的印象。从此以后，所谓“蝴蝶效应”之说就不胫而走。

从科学的角度来看，“蝴蝶效应”反映了混沌运动的一个重要特征：系统的长期行为对初始条件的敏感依赖性。经典动力学的传统观点认为，系统的长期行为对初始条件是不敏感的，即初始条件的微小变化对未来状态所造成的差别也是很微小的。可混沌理论向传统观点提出了挑战。混沌

翅膀。而且，这类轨道并非个别，可以密密麻麻到处都有。这种轨道的行为破坏了原有轨道的秩序，表现出某种不可预测性。这在数学上叫初始条件敏感，在数学的直觉上叫拓扑的不可预测，就是在已经建立的轨道上，在微小的干扰下，运动轨道会发生巨大的偏差。

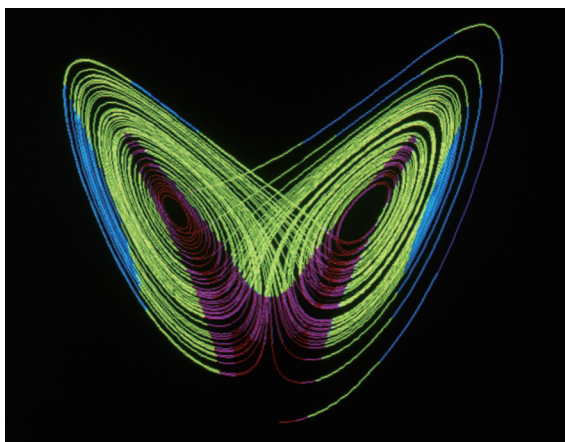


图7.4 自然科学中最早认定的奇怪吸引子是1962年发现的洛伦兹吸引子，形状很像蝴蝶。

庞加莱在研究三体相互重力作用下的轨道运动中第一个发现了混沌。相空间概念也是

庞加莱第一个提出来的，这是一个虚构的数学空间，表示给定动力学系统所有可能的运动。相空间是混沌研究的“吸引子”存在的背景。吸引子是跨越秩序与混沌世界的一个强有力的概念。吸引子是相空间的一个区域，它对系统施加了一种“磁铁般的”吸引力，似乎要把系统都拉向它。吸引子告诉我们，混沌不只是稀里糊涂地四处游荡，它是一种精致形式的秩序。当科学家说一个系统有“吸引子”时，他们的意思是如果在数学空间中绘出系统的变化或行为，则图形将显示系统在重复着某种模式，科学家们就说，系统被“吸引”到那种行为模式。一个演化系统各要素之间的相关性可以在很大数值范围内保持相对不变，但在某些临界点会分裂，刻画系统的方程跳入了一种新的性态。吸引子是涌现的创新。

大约十年后的1972年，美国马里兰大学一位气象学教授把洛伦兹关于气象预测模型的四篇论文给了同一大学数学系的詹姆斯·约克教授。约克将其中最重要的一篇论文《确定性的非周期流》复印一份寄给了美国加州大学伯克利校区的拓扑学家斯梅尔。斯梅尔惊奇地发现自己一度认为在数学上不可能的一类混沌现象。而约克与他的学生完成了混沌历史上著名的“李-约克定理”。^[2]

“面包师”变换

当洛伦兹在美国东海岸的麻省理工学院摆弄他的天气模型时，几乎同时，美国另一位拓扑学家斯梅尔在巴西里约热内卢纯粹与应用数学研究所研究“面包”，发明了被人称道的“面包师”变换。

我们都有这样的生活经验，假设我们将食用色素滴在生面团上某处，做成圆形记号，然后将面团拉长，我们所做的色素记号会拉长变成一条直线。记号中每两点间距离也会呈指数方式扩大，而且原来离得越远，它们之间的距离增加得越快。下一步，我们将面团折叠起来，这样做不会使那条记号变长。如果这之前记号线的伸展恰巧超过了面团的中心，也就是我们的折叠点，那么记号线的一部分会重叠起来。这样，各点之间的距离又拉近了。如果我们把面揉的时间长一点的话，有颜色的记号线会伸展到整个面团的长度。我们开始时所做记号的一部分会出现在面团的每一段中，也就是说，开始时微不足道的差别扩散到了整个系统之中。这是混沌的典型标志。即使系统的空间有限，我们的预测也不会因此变得更佳。

20世纪50年代，美国数学家斯梅尔经常观察面包房做面包的过程，他认识到可以用拓扑学使动力系统直观化，通过对拓扑形状的弯曲、扭曲、折叠，来表示系统的运动。

1888年，庞加莱在研究三体问题时，不仅揭开了混沌的面纱，而且为现代混沌理论的研究提供了一个重要的研究工具，这就是拓扑学。拓扑学是处理从局部到整体道路的数学科学。科学界发现，在研究复杂系统时，“部分”这种概念开始瓦解，对这些系统进行量化变得不可能。于是，科学家想用另外一种度量手段，即定性的数学，来研究动力系统。在古老的定量数学中，对一个系统的度量集中在，描绘系统一个部分的量如何影响其他部分的量。相反，在定性度量中，把系统的运动形式作为一个整体加以描述。在定性方案中，科学家并不问“这部分对那部分有什么影响”，而是问“整体在运动和变化时看起来是什么样子”，这一系统整体上与另一系统相比如何。在过去半个世纪，对非线性变化的许多秘密的揭示都依赖于拓扑学。

拓扑学是一个新的数学分支，被形容为“橡皮几何学”。拓扑学研究几何形状

由于扭曲、拉伸或压缩而变形时仍然保持不变的那些性质。在拓扑学中，直线可以弯成曲线，圆可以折成三角形，或者折成正方形。不过，在拓扑变换中并非所有东西都是可变的。比如，线的交叉仍保持为线的交叉。用数学语言讲，交叉是“拓扑不变的”，无论怎样扭曲线条都不会被破坏。拓扑学主要研究拓扑空间在拓扑变换下的不变性质和不变量。拓扑方法虽然可以描述系统的整体特性，但在不具备可微性的拓扑空间上，描述随时间演化的动力学特性会受到很大的限制。到20世纪60年代中期，数学家们将拓扑理论与常微分方程相结合，在拓扑空间中引入可微性、微分结构等概念，终于解决了这一问题。现在拓扑动力学已经成为研究混沌的重要工具之一。

斯梅尔为了说明同时具有拉伸和压缩两种过程的动力系统中出现复杂行为的机理，提出了著名的马蹄变换。经过长期观察，他提炼出一个数学模型。数学家把面包师用手使面拉伸，然后再把它自身折叠起来，一次又一次重复的非线性迭代过程叫作“面包师变换”，也叫斯梅尔的面包师变换或称分段函数的马蹄形拓扑模型。这种变换能使面团中相互靠近的点远离开来。嵌在面团中的一系列弹性线最终被拉伸、折叠成一种非常复杂的、不可预测的混沌模式。从数学上看，拉伸和折叠过程形成了奇怪吸引子。斯梅尔认识到，这就是周期倍化通向混沌的系统所经历的过程。这里要强调的是，斯梅尔的面包师变换与中国的兰州拉面在本质上是同样的！兰州拉面的数学原理就是“面包师变换”，拉面的过程是混沌的！在斯梅尔的世界观里，混沌在自然现象创立的地位完全等同于那些周期循环的规则行为。^[3]

通往混沌的路径：周期倍分岔

最初发现混沌科学规律的是通过对生物学的种群生长等自然现象研究而推展开的。

19世纪荷兰数学家费尔胡斯特（P.F.Verhulst）在研究种群增长的规律时，给出了一个“费尔胡斯特”非线性方程，也就是著名的“逻辑斯蒂模型”（Logistic model）。方程描述的是任何一年的种群数量与上一年不是严格线性的正比关系，而是由于种群自身迭代和反馈产生非线性的增长关系，其结果是数量巨大。逻辑

斯蒂模型方程表达式： $X_{t+1} = RX_t(1 - X_t)$ ， $R = (\text{出生率} - \text{死亡率})$ ， X_t 表示“承载率”：当前种群数量与最大可能的种群数量的比率，所以 X_t 总是介于0和1之间。 X_{t+1} 是下一代可承载的种群数量。逻辑斯蒂方程不是一个理论推导的结果，而是一个根据种群统计资料得来的经验公式。这个方程是动力系统理论和混沌研究中最著名的方程。它是能抓住混沌本质，对初始条件敏感依赖性的最简单系统之一。这个方程由于其显然的简单性和深厚的历史，成了介绍动力系统理论和混沌一些主要概念的完美载体。国内著名的网易数学公开课视频，在美国麻省理工学院数学教授亚瑟·马楚克（Arthur Mattuck）讲授的“微分方程”第五集“一阶自治微分方程”中，详细介绍了“逻辑斯蒂方程”的特点和实际应用。

20世纪70年代，美国普林斯顿大学科学家罗伯特·梅（Robert May）在研究“逻辑斯蒂模型”方程时，发现了“周期倍分岔通向混沌”的现象，梅发现，振荡的系统返回其原来状态所需的时间，在方程的某些临界值处开始加倍。几次周期倍化后，结果数目显示出无规则的变化。把函数作为变量不断地对方程进行迭代，梅发现逻辑斯蒂迭代会随着 R 值的不同范围产生三个状态，由稳定区域收敛到不动点，然后随着 R 值的增大产生倍周期分岔，先是2周期振荡，然后是4周期振荡，然后是8周期，一直下去，直到出现混沌。

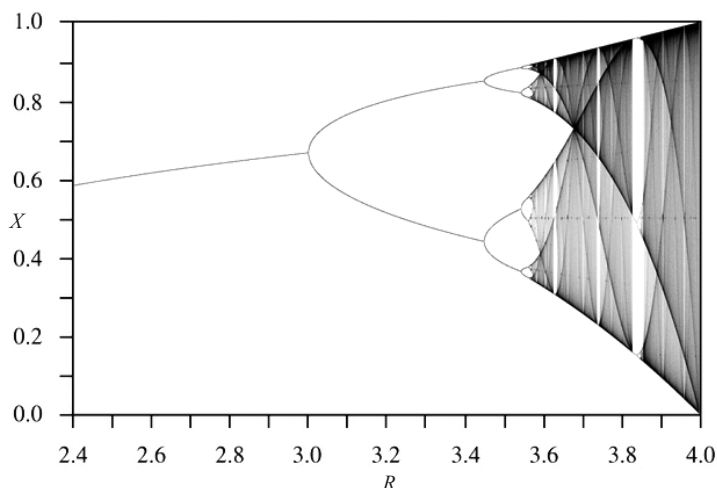


图7.5 逻辑斯蒂映射的分岔图。横坐标为 R ，纵坐标是各 R 值对应的 X 的最终值（吸引子）。

在动力系统理论中，这些突然的周期倍增被称为分岔（bifurcation）。不断分岔直至混沌的过程就是“通往混沌的倍周期之路”。至此，梅发现了“对初始条件敏感”的现象，发现了经济倍周期的分岔通向混沌的现象，发现在这一过程中经过了三种不同的被称为“吸引子”的最终状态，即不动点、倍周期分岔和混沌。

在这个著名的分岔图中，充满相点的黑区，代表可在此处无限次地发现系统。在扇形的混沌区里，黑线形成了抛物线。这些线代表在其上发现系统的概率较大。这是混沌中又一种形式的秩序。在混沌区域中有空白的垂直条带，物理学家称这些条带为“窗口”。它们实际上是系统又变得稳定的区域。在无规的起伏中间存在一些稳定的、可预测的周期性，这种现象叫作“间歇”（也称阵发）。

逻辑斯蒂方程极为简单，并且完全是确定性的，即每个 X_t 值都有且仅有一个映射值 X_{t+1} 。然而，得到的混沌轨道看上去却非常随机（将 $X_0, X_1, X_2 \dots$ 的值组成的序列称为 X 的轨道）。因此，表面上的随机可以来自非常简单的确定性系统。梅知道这个现象的含义超过了生物学和物理学的范畴，但他当时没有理解这是为什么。^[4]

三生乱象：周期三导致混沌

“混沌”（Chaos）一词是由美国马里兰大学数学家李天岩和詹姆斯·约克于1975年首先采用的，他们选用“混沌”一词来形容“乱七八糟”出现的周期点。

1974年，美国马里兰大学数学系请来了“生物数学”领域最杰出的学者之一罗伯特·梅来演讲，梅讲述了种群生物学中那个带参数的简单二次模型“逻辑斯蒂模型”的迭代：当参数从小到大变化时，其迭代点序列之性态将变得越来越复杂。他十分困惑于这一现象的合理解释，认为可能是误差造成的。马里兰大学的数学教授詹姆斯·约克听了这个演讲，他把与其博士生李天岩的文章《周期三导致混沌》给梅看。梅看到这篇文章后极为吃惊，认为这篇文章解开了他心中的疑惑。这篇文章证明了后来众所周知的“李-约克定理”，第一次从数学上严格地引入了“混沌”的定义。

早在1972年，约克从洛伦兹试图求解的三个微分方程的解对长远时间的“不可预测性”，提炼成一个关于函数迭代的最终性态问题。他猜测，一个连续函数

只要有一个周期为三的点，这个函数的迭代就有某种规律性。什么是周期为三的点？一个过程如果连续使用三次，又回到初始状态，这就是周期三现象。首先，周期、准周期、随机、混沌都是回归行为，即演化过程回归到曾经有过的状态附近。一般说来，人类只能关心回归行为，从以往的经历预测未来。比如，在微博的碎片化传播过程中，许多产生“蝴蝶效应”的事件都有意见领袖参与，而往往是前三位意见领袖的转发非常重要。意见领袖的粉丝数量巨大，他们参与传播更易引发宏观的涌现传播，产生巨大影响。

李-约克定理：如果一个连续函数有一个周期为三的点，那么对任意一个正整数 n ，这个函数有一个周期为 n 的点，即从该点起迭代函数 n 次后，又第一次返回到这个点。更进一步地说，对于“不可数”个初始点，函数从这些点出发的迭代点序列既不是周期的，又不趋向于一个周期轨道，它们的最终走向将是杂乱无章的，没有规律可循。李天岩和约克的伟大发现是，只要有“周期三”出现，就有数不清的初始点的“混沌轨道”出现，这些轨道的未来走向是“不可预测的”，即“混沌的”。科学家们从此发现“周期倍分岔通向混沌”包含了整套以前无法想象的秩序。^[5]

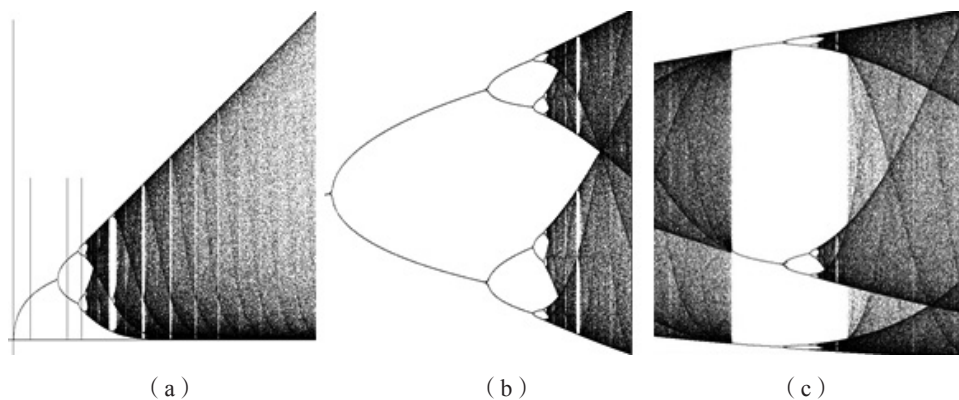


图7.6 “逻辑斯蒂模型”的分岔图及周期二、周期三窗口：(a)分岔图；(b)周期二窗口；(c)周期三窗口。

上图为混沌历史上著名的根据“逻辑斯蒂模型”做出的费根鲍姆分岔图。嵌在混沌区中的周期解通常称为周期窗口。从图中可以看到，随着参数的变化，系

统的稳定状态发生变化，当参数大于一定数值时，系统开始出现分岔现象，增加到某一阈值后，出现混沌现象。图中给出的三个参数分别对应三个超稳定周期。在混沌区中，又包含无数个周期轨道和暗线。该模型的演化是一个混沌过程，包含周期轨道、准周期轨道、随机轨道、混沌轨道和测度为零的激变点。它具有内在随机性，受随机因素扰动影响，其中又含有一定的确定成分。

混沌是自然系统的内在特征：费根鲍姆常数

1975年夏，美国新墨西哥州洛斯阿拉莫斯国立实验室（Los Alamos National Laboratory）的物理学家米切尔·费根鲍姆，在研究不同的周期倍化过程中，为数量级混沌理论做出了一项重大发现。他发现“逻辑斯蒂模型”倍周期变换中有一普适标度。费根鲍姆证明，与这些不同系统的精致细节无关，周期倍化是系统从秩序通向混沌的一种共同特征。费根鲍姆发现的这个通路的特点是，从简单的周期行为走向复杂的非周期行为，非周期行为是当周期无限加倍时发生的，只要该系统具备周期加倍这个性质，通路就具有普适的数字特点。在研究逻辑斯蒂方程时，他注意到随着周期增大， R 值之间的距离越来越远。这意味着随着 R 值的增大，分岔之间的间隔越来越短。他用这些 R 值计算周期倍化过程中分岔靠近的速度，即在转变点间尺度的比率。他发现，当系统反复迭代时，它们将按尺度精确地在这些普适点发生变化。这是一个普适常数，其数值是 $4.669201660910\cdots$ 。这意味着随着 R 值增加，新的周期倍增比前面的周期倍增出现的速度快大约4.6692016倍。在研究其他类似的映射后，他发现速度是一样的。这不仅是数学现象，后来在多个物理动力系统的实验中也得到了证实。这是一个描述从有序到混沌转变的普适常数，是一个无理数，就像我们所熟悉的圆周率 π 一样，就是说，如果把它写成小数形式，它不会到达尽头，不管给出多少位小数，也不会出现循环！

这样，在研究逻辑斯蒂迭代过程中，费根鲍姆发现了一条定义很好的“路径”，从一种状态“有序”进入另一种状态“混沌”，从有序到混沌的道路具有无穷的细节和复杂性。这个道路是“普适”的，其定性的特点可以通过分形几何的方法来分析。“路径”意味着有突然的性质变化，称为“分岔”，它像一张进度表

一样标记从有序到混沌的这种转变，“普适”意味着这些分岔能在许多自然系统中被定性和定量找到。这是混沌理论的一个重大发现！费根鲍姆的普适性不仅是定性的，也是定量的，不仅是结构上的，也是度量上的。它不仅表现在模式中，也可表达为精确的数字。为了表彰费根鲍姆发现这一放之四海而皆准的真理，这一普适常数被命名为费根鲍姆常数。混沌是一个从有序到无序，再从无序到有序的过程，无论它们是周期变化、倍周期，还是从周期到混沌的转变。费根鲍姆从无处不在的混沌现象中以定量的形式抓住了普适性的东西。换言之，世界的基本结构是非线性的。一个使人信服的结论是，混沌是自然系统的内在特征，许多平常现象都包含着惊人的混沌。^[6]

2010年6月，美国数学家李天岩访问了东北大学软件学院的混沌分形研究室，做了名为“混沌的故事”（*The Story of Chaos*）的学术演讲。他回顾了混沌理论研究的历史，谈到所有混沌都有“周期三”现象，同时强调到目前为止，仍无法给出混沌最严格的数学定义。数学有时被描绘成一门为科学方法产生永恒概念的科学，导数、连续性、幂、对数就是例子。从这种意义上说，混沌、分形、奇怪吸引子的概念还不是数学概念，因为它们的最终定义还没统一。混沌仍停留在现象的描述研究层面。

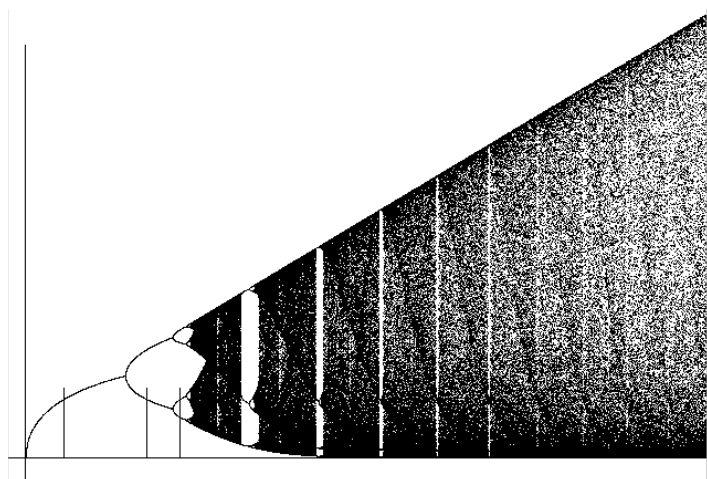


图7.7 费根鲍姆图已成为混沌理论最重要的图标。它最有可能继续作为21世纪科学进步里程碑的一幅图像。

通往混沌的四条道路及其轨道

混沌运动有其内在不可测的一面，确定性系统长时间的混沌运动至少有五种形式：平衡运动、周期运动、非周期运动、随机运动和混沌运动。混沌理论产生之后，如何通向混沌成为一个研究热点。在大量的科学研究基础上，在20世纪七八十年代形成了公认的通向混沌的三个途径。本世纪初，中国科学家发现了第四条通向混沌的道路。

第一条道路：倍周期分岔道路，或者叫任意周期分岔道路。1976年，罗伯特·梅在英国《自然》杂志上发表一篇对混沌理论有重要作用的文章，指出生物种群中一些简单的数学模型具有极为复杂的动力学行为，包括分岔序列和混沌。随后，美国物理学家费根鲍姆发现了倍周期分岔现象中的自相似标度性和普适常数，从科学上论证了混沌是自然现象的本性。这一路径被称为倍周期分岔道路（或费根鲍姆道路），即从周期不断加倍而产生的混沌，其基本特点是“不动点→二周期→四周期→……→无限倍周期凝聚（极限点）→奇怪吸引子”。

第二条途径是20世纪70年代由法国数学物理学家吕埃勒（D. Ruelle）和荷兰数学家托根斯（F. Takens）提出的准周期道路。这一途径的基本思想是认为混沌可以看作具有无穷多个频率耦合而成的震动现象，经过四次或三次分岔即可进入混沌。准周期通向混沌途径可以表示为：

不动点（平衡态）→极限环（周期运动）→二维环面（准周期运动）→奇怪吸引子（混沌运动）

第三条途径是法国科学家泡姆奥（Y. Pomeau）和曼纽维尔（P. Manneville）在1980年提出的阵发混沌道路，又称为间歇道路。阵发混沌的产生机制与切分岔密切相关。阵发混沌发生在切分岔起点之前，表现在时间行为的周期与混沌的不确定性，忽而周期，忽而混沌，随机在二者之间跳跃。随着突发现象出现得越来越频繁，近似的周期运动几乎完全消失，最后系统进入混沌状态。

间歇性几乎总可以视为发生在非线性系统中的一种“记忆”，系统把它原有的极限环或周期吸引子以记忆的方式存储下来了。在一次又一次的迭代中，混沌或秩序在相空间中呈现出来。但是，在间歇区域里，原来的秩序（或混沌）一再被短暂地发现，产生混沌或秩序的迭代，也同样产生短暂的秩序（或混沌）。

间歇性表明，从最简单的振荡到复杂的完全混沌，这整套秩序都可以在一个系统内出现，各领风骚若干时。这种现象引出一个深刻的问题：在现实系统中，许多不同形式的秩序在多大程度上可以相互交织在一起？系统简单的秩序与其混沌，是同一个不可分辨过程的两种特性吗？间歇性很强烈地暗示，情况大概如此。以上三条通向混沌的途径在大量的科学实践中，已经得到了人们的公认。

中国东北大学的朱伟勇教授与学生在从事混沌分形理论的计算机证明与构造过程中，通过对M-J混沌分形图谱的结构以及周期芽孢分布规律、双曲环面的马尔可夫分解等做了大量细致的研究工作，发现混沌的产生与斐波那契数列有着极其密切的关系。他们提出了通向混沌的第四条途径，即斐波那契数列的出现是混沌产生与发展过程中的必由之路。通向混沌的斐波那契数列过程可以表示为：

有理数→无理数→周期芽苞斐波那契数列极限→奇怪吸引子（混沌运动）

1997年，东北大学朱伟勇教授专程到北京，向时任中国科协主席、著名科学家、中国两院院士朱光亚和著名科学家、中国科学院院长周光召详细介绍和汇报了世界混沌分形理论的发展阶段和中国的研究概况。当时，曼德布罗特在中国举行混沌分形研讨会，引起高度重视。东北大学的计算机理论与软件博士点培养了第一批混沌分形博士生，使东北大学的混沌分形研究处于全国学术前沿。

斐波那契数列：1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, …。在这个相对简单的序列中，每个后继数都是前面两个数字之和，由相邻成员构成的比值，逼近于1.618…，这就是黄金分割。斐波那契数列与黄金分割之间完美的关系启发科学家和艺术家们做出了奇妙的推测。极其具有讽刺意味的是，当今世界最先进的数学和物理学近来才发现是从前的一些推测，如开普勒的宇宙和谐论等，与现代科学有惊人的相似之处：在描述对有序的破坏并如何过渡到混沌的方案中，黄金分割数表征了某种阻止混沌破坏有序的最后一道屏障。那些基于黄金分割数字比的轨道，最可能在扰动中保存下来。它们能够持久抵抗混沌的暴发。斐波那契数列在大多数情况下可由几何图案产生。斐波那契数列的出现是混沌产生与发展过程中的必由之路。

预测在原则上是不可能的

在混沌发现之前，科学已认识到，随机性可以起源于大数现象和群体效应。但是，人们长期认为，随机性只是某些复杂系统的属性。经典科学不论在宏观世界还是微观世界，都追求精确和清晰地描述物质运动的确定性规律，一旦发现复杂的非线性的不确定的现象，就加以忽略或无力解释，或者当作“例外”“小项”“误差”“噪声”予以舍弃。然而，混沌研究表明：一些完全确定性的系统，即使在不外加任何随机因素的条件下，系统自身也会内在地产生随机行为。而且，即便非常简单的确定性系统，同样具有内在随机性。内在随机性的根源出自系统本身，是系统的固有性质。自然界和人类社会绝大部分的系统都具有这种非线性特性。因此，随机性是客观世界的普遍属性。从柏拉图、笛卡尔、牛顿到爱因斯坦，他们都认为世界在本质上是有序和确定的，并一直为人们所赞同和追求。但是，混沌的出现彻底改变了人们的这一看法，经典理论所描述的有序实际上只是一个数学的抽象。

混沌学研究揭示，世界是确定的、必然的、有序的，但同时又是随机的、偶然的、无序的。有序的运动会产生无序，无序的运动又包含着更高层次的有序。现实世界就是确定性和随机性、必然性和偶然性，有序和无序的辩证统一。

罗伯特·梅对这些惊人特性进行了总结：“简单的确定性方程（即逻辑斯蒂方程）能产生类似于随机噪声的确定性轨道，这个事实有着让人困扰的实际含义。在混沌中，不管初始条件有多接近，在足够长的时间之后，它们的轨道还是会相互分开。这意味着，即使我们的模型很简单，所有的参数也都完全确定，长期预测也仍然是不可能的。”

简而言之，系统存在混沌也就意味着，拉普拉斯式的完美预测不仅在实践中无法做到，在原则上也是不可能的，因为混沌现象是自然内在属性。这是一个非常深刻的负面结论，它与量子力学一起，彻底摧毁了19世纪以来的确定性思维。美国物理学家福特在1977年第一届混沌大会上说：“相对论除去了对绝对空间和绝对时间的幻想，量子力学清除了可控测量过程的牛顿梦想，而混沌学则宣告了拉普拉斯决定论式可预测性的幻灭。”

参考文献

- [1] 格雷席克. 混沌及其秩序. 胡凯译. 上海：百家出版社，2001
- [2] 克拉默. 混沌与秩序. 柯志阳，吴彤译. 上海：上海科技教育出版社，2000
- [3] 沃尔德罗普. 复杂. 陈玲译. 北京：生活·读书·新知三联书店，1997
- [4] 布里格斯，皮特. 混沌七鉴. 陈忠，金纬译. 上海：上海科技教育出版社，2001
- [5] 布里格斯，皮特. 湍鉴. 刘华杰，潘涛译. 北京：商务印书馆，1998

破碎的时空： 分形的世界

大物理学家约翰·惠勒（黑洞的命名者）说过，在过去，一个人如果不懂得熵是怎么回事，就不能说是科学上有教养的人；惠勒坚信，将来“一个人如果不能同样熟悉混沌与分形，他就不能被认为是科学上的文化人”。微积分创始人之一的大数学家莱布尼茨曾设想宇宙是一个嵌套结构，由无数粒子构成，每个粒子里面有一个完整的宇宙，宇宙会由更小的无数粒子构成，而在那每个粒子里面又会有其他更小的宇宙，这是一个无限反复的嵌套结构，即宇宙在各个层次上展现出相似的伸缩对称性。这种结构现在被称为“分形宇宙”模型。“分形宇宙”真正是一花一世界，一叶一菩提，一粒粟中藏乾坤。到目前为止，混沌和分形虽然还没有形成精确的理论体系，但却揭示了事物的内在本质。混沌分形理论告诉我们时空是破碎的。

分形几何：英国的海岸线有多长

1967年，美国科学家曼德布罗特在著名的《科学》杂志上首次发表题为《英国的海岸线有多长：自相似与分形》的论文，提出了一个有趣的问题：英国的海岸线到底有多长？整个学术界大为震惊。曼德布罗特认为，事实上，任何海岸线在一定意义上都是无限长的，它依赖于所用测量工具的尺度精度。如果我们用谷歌地图俯视海岸线，可以发现海岸线并不光滑，由很多半岛和港湾组成。随着不断地放大（降低高度），可以发现原来的半岛和港湾是由更小的半岛和港湾组成的。如果谷歌地图软件的精度足够大，你会发现更为精细的结构，具有自相似特性的更小的半岛和港湾组成了海岸线。那么，一条海岸线到底有多长，可不可以精确测量呢？回答是否定的。这说明海岸线是一种无标度对象，用不同刻度的“尺子”去测量此类现象，可以得到完全不同的长度结果。曼德布罗特通过海岸线到底有多长这个问题，引出了海岸线可以无穷精细化的分形结构。曼德布罗特认为，“大自然展现出来的不仅是一个更高级别的，而且是完全不同层次的复杂性，对所有实际应用而言，自然界中图案长度的不同尺度数都是无穷的”。分形几何理论使人们认识到，海岸线的长度是不确定的，并且是无限长的。^[1]

任何几何形状都具有一定尺度，即特征尺度，但海岸线是无标度的，用我们熟悉的标准尺度无法把弯曲的路径精确测量出来。对复杂事物的形状和结构进行描述，不能用常规的尺度进行度量，需要用新的方法测量，曼德布罗特提出用维数来衡量复杂几何对象的复杂程度。

过去人们认为一般的曲线是一维的，但在他的分析基础上，算出的海岸线不是一维的，而是1.22维，是分数维。所以，他的新观点提出来以后，在20世纪60年代到80年代成为自然科学研究的热点，从此几何学诞生了一门新的分支——分形几何学。“分形”是指由混沌动力学系统形成的轨迹、路径、标志和形态。分形作为一门几何学，被喻为20世纪数学科学的最重要的发现之一。“分形”一词成为描述、计算和思考那些不规则的、破碎的、参差不齐的和断裂的的形状的方法的代表。

大自然中的许多形状都很不规则，甚至支离破碎，但仍然服从某种尺度伸缩幂率。例如天空中的云彩不是球体，地面上的海岸线不是圆弧，山脉不是锥体，树皮不是光滑的曲面，动物体内血管的分布更是错综复杂。这些不规则的几何形状也经常出现在自然科学的各个领域中。雪花、闪电、冲积扇、泥裂、冻豆腐、水系、晶簇、蜂窝石、小麦须根系、树冠、支气管、星系、材料断口、小肠绒毛、大脑皮层……它们的形状、结构都不是“整形”！基于传统欧几里得几何学的各门自然科学总是把研究对象想象成一个个规则的形体，并以此为基础进行研究和探索。实际上，我们生活的世界并不是规则的，而是不规则和破碎的。自然界中的江河、湖海、森林、雪花、山脉、湍流的形状极其不规则，但它们的存在和演变并不是没有规律，对它们的描述如果不能用“整形”，就得采用“分形”的几何来描述。

现在，我们知道它们是“分形”的！分形的形状是支离破碎、参差不齐和凹凸不平的不规则形状。这些不规则形状构成了我们多彩的世界，我们身在其中，熟视无睹。我们生活在一个分形的世界里。

1982年，曼德布罗特发表了名著《大自然的分形》，是分形理论研究的一部重要著作。曼德布罗特进一步提出空间是破碎的。过去我们认为空间是整数维的空间，他提出分数维的空间概念。

曼德布罗特创立独特的分形几何理论来研究自然的复杂度。曼德布罗特在《大自然的分形》一书开篇就写道：“为什么几何学常常被说成是‘冷酷无情’和‘枯燥乏味’的？原因之一是它不能描述云雾、高山、海岸线或者树木的形状。云雾不是球体，海岸线不是圆圈，树皮不是光滑的，闪电也不是直线传播的……更为一般的是，自然界的许多图形是如此的不规则和支离破碎。与欧几里得几何相

比，自然界具有较高程度的复杂性，这些客观存在的图形挑战被欧几里得忽略的‘无形’的东西，使我们不得不去研究‘无形’中的‘有形’。”曼德布罗特曾指出：“分形语言和‘老的’欧几里得语言分别为完全不同的目标服务。”^[2]

曼德布罗特开创的分形几何学正是提供了一种描述不规则复杂现象中的秩序和结构的新方法，是大自然本身的几何学。从此，分形受到各国学者的进一步重视，并得到公认，使人们的非线性视界从此打开。分形成为当代最具有吸引力的科学研究领域之一。

曼德布罗特被公认为分形理论的创始人，他所提出的“分形几何”理论，不仅为世人带来一个神奇绝妙的美丽世界，而且在数学、物理学、生物学等许多科学领域中都得到了广泛的应用，甚至对流行文化领域也产生了重要影响。

分形的数学渊源：病态函数

分形几何最早的工作可追溯到1875年，德国数学家魏尔斯特拉斯构造了处处连续但处处不可微的函数。集合论创始人德国数学家康托尔构造了有许多奇异性质的三分康托尔集。1890年，意大利数学家皮亚诺构造了填充空间的曲线。1904年，瑞典数学家柯赫设计出类似雪花和岛屿边缘的一类曲线。1915年，波兰数学家谢尔宾斯基设计了像地毯和海绵一样的几何图形。这些都是为了分析与解决拓扑学中的问题而提出的反例，但它们正是分形几何思想的源泉。

牛顿和莱布尼茨发明微积分后的200年间，直到19世纪末还是安全的，19世纪数学界的流行观念是“连续函数必定可微”，相应的函数一般都应该有导数。可微性是指可以逐点计算曲线的斜率，它是微积分的核心特征。自从微积分发明之日起，就有人认为，由于该学科与运动和量的增长紧密联系，因此一个函数的连续性就足以保证导数的存在了。1872年，魏尔斯特拉斯向柏林科学院报告了数学分析史上著名的一个反例——一个处处连续，但处处不可微的三角函数级数，即著名的魏尔斯特拉斯函数。魏尔斯特拉斯函数是一种无法用笔画出任何部分的函数，因为每一点的导数都不存在，画的人无法知道每一点该朝哪个方向画。魏尔斯特拉斯函数的每一点的斜率也是不存在的。魏尔斯特拉斯用这个“反常”函数来说明用直觉为指导、通过运动来定义连续曲线，不一定就会有切线。将魏尔

斯特拉斯函数在任一点放大，所得到的局部图形都和整体图形相似。因此，无论如何放大，函数图像都不会显得更加光滑，也不存在单调的区间。为了保证逻辑正确性，魏尔斯特拉斯希望把微积分只建立在数的观念上，由此将它完全与几何分开。魏尔斯特拉斯与柯西对导数和积分的定义结合在一起，为微积分的基本概念提供了一种精确性，这种精确构成了对微积分的严密阐述。但就是这个“去几何化”的反例和特例，在近一个世纪后，开启了一个全新的几何时代。魏尔斯特拉斯函数可以被视为第一个分形函数，尽管这个名词当时还不存在。^[3]

1883年，集合论之父康托尔在研究集合论的时候，构造了一个奇异的集合，称为康托尔集。构造方法是依次去掉一条线段中间的三分之一，一直无穷下去。其结果是在欧氏零维的空间中，剩下不可数无穷多的点。这样，康托尔集要么无穷大，要么为零，在欧氏空间中也是不可度量的，具有奇异的无标度和自相似性。显然，康托尔集就像是散布在直线段上的一些“灰尘”，它们的数目无穷多，但总长度是零。这种三分点集，比原来的一维线段的维数少，而比零维的点的维数又多，经计算，它的维数为0.6309。



图8.1 康托尔三分集的生成过程

混沌分形的代表人物曼德布罗特把康托尔集称为“康托尔尘埃”，大自然中的许多现象可用康托尔尘埃来描述。康托尔集虽然看起来好像很简单，却是分形理论中最重要的分形模型。首先，康托尔集是由迭代（反馈）产生的，像前所述，迭代是混沌的关键。其次，康托尔集是自相似的。从迭代的第二个步骤开始，每一步骤中的康托尔集都是由前两步的部分构成，尺度是原来的三分之一。实际上，在讨论混沌的通往混沌的倍周期分岔图中，就在混沌发生时的费根鲍姆点上，在混沌发生前的最后一步，分岔图上的所有对称破缺点形成康托尔集，也预示混沌与分形是密不可分的。中国兰州拉面具有三维广义康托尔集的特性，从康

托尔集一维，发展到二维的马蹄形变换，或者叫中国兰州拉面的动力学过程，实际上是康托尔集的推广和延伸到平面上，再推广到立体上。兰州拉面的本质是非线性的混沌结构。康托尔集在分形发展史上占有重要地位，也是这个集合引导了曼德布罗特的惊天发现。

1890年左右，意大利数学家皮亚诺构造了一种曲线，它以复杂的方式弯曲扭转，如果把它画在纸上，可以充满整张纸面。纸面上没有哪一点是皮亚诺曲线无法到达的。人们知道平面的两个维度包括长度和宽度，而线是一维的，有长度但没宽度。皮亚诺展示出，如何在一个平面中，放入一条弯弯曲曲的线，使它能经过每一点而永不重复。一维直线完全塞满二维平面！这意味着一个物体可以既是一维的，又是二维的！皮亚诺曲线是“试图”成为平面的一条比线更强的线，康托尔集是“试图”成为一点的一条比线更弱的线。

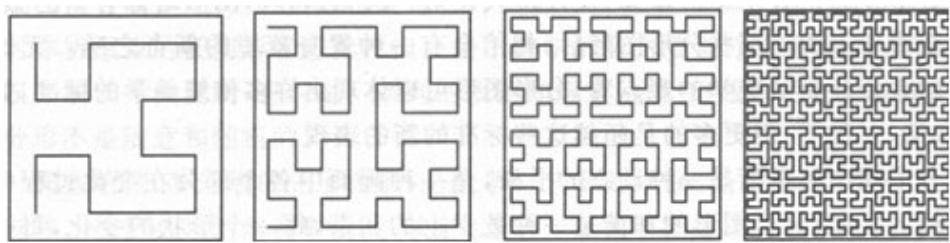


图8.2 皮亚诺曲线

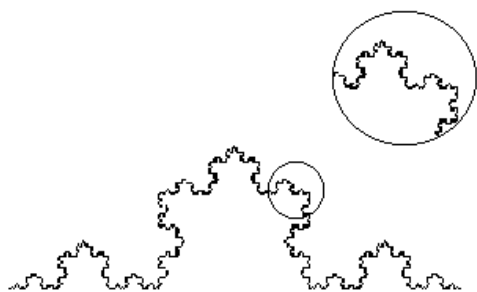


图8.3 柯赫曲线

1904年，瑞典数学家柯赫设计了一条被称为“柯赫曲线”的图形，也满足处处连续处处不可微的条件。柯赫曲线的生成过程很简单，以雪花曲线为例：先给出一个正三角形（作为原始形状），然后使每个边中间三分之一向外折起，这一操作常称作迭代规则，于是生成了一个有6个角12个

边的对象。第二步在此基础上，将每个小边中间三分之一去掉并向外折起。重复此操作，经过无穷次操作就得到了极限图形——柯赫曲线。用柯赫曲线来模拟自

自然界中的海岸线是相当理想的。

1916年，在康托尔集提出40年之后，波兰数学家谢尔宾斯基给出了一个名为“谢尔宾斯基三角形”的图形。取一个大的正三角形，即等边三角形。连接各边的中点，得到4个完全相同的小正三角形，挖掉中间的一个，这是第一步。然后将剩下的三个小正三角形按照上述办法各自取中点、各自分出4个小正三角形，去掉中间的一个小正三角形，这是第二步。依此类推，不断划分出小的正三角形，同时去掉中间的一个小正三角形，这就是谢氏三角形的生成过程。和充满正方形的皮亚诺曲线一样，它在欧氏空间中也是不可度量的。

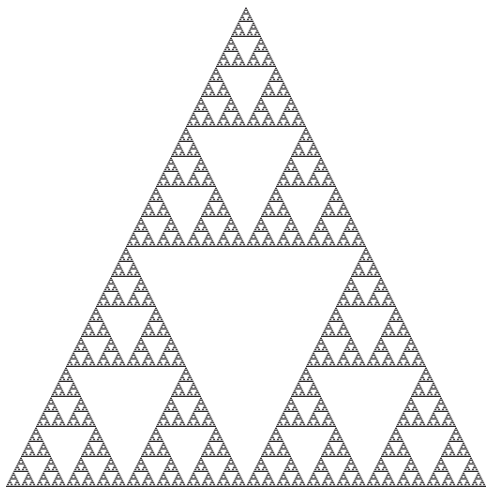


图8.4 谢尔宾斯基三角形

这些所谓的“病态函数”图形主要是产生了无穷的嵌套，一个接一个，大的接小的，小的再接小的，产生无穷的拓扑嵌套现象。当时，这些图形在数学家中引起了惊慌。过了半个世纪，数学界才被迫承认，这类曲线确实存在，但他们认为这类怪异的曲线与现实世界毫无关系。从那时候开始，这些被认为没有数学意义的怪异图像成为科学领域研究的热点。如今，几乎任何一本关于分形的书都要提到这些例子。它们不但有趣，而且有助于形象地理解分形。这些经典例子在德国科学家海因茨·奥托·佩特根等著的《混沌与分形——科学的新疆界》一书中有详细的介绍，这里不赘述。分析学的成果表明，魏尔斯特拉斯函数并不是连续函数中的少数几个特例之一。尽管它是“病态”函数的一种，但可以证明，这种

病态的函数事实上不在“少数”，甚至比那些“规则”的函数“多得多”。

然而，遗憾的是，这些伟大的数学家们却没有把它们的发现用来从理论上阐述自然界中存在的复杂几何形状，没有意识到这些“病态”的特例实际上是自然的“常态”。直到半个多世纪后，这些被认为是冷门的、病态的函数开启了全新的主流科学。1982年，曼德布罗特出版《大自然的分形》一书，促使崭新的分形几何学诞生。由于曼德布罗特在分形方面的贡献，人们对这些分形结构有了一种新的认识。曼德布罗特提出的分形几何思维打开了人们看待世界的一个全新视角。^[4]

上帝的指纹：对经典的挑战

20世纪40年代，曼德布罗特在法国参加了著名的青年数学家学术团体布尔巴基学派。布尔巴基学派作为一个集体在20世纪的数学界可谓影响甚大。此学派的先驱人物主要有三位：康托尔、希尔伯特（David Hilbert, 1862—1943）和诺特（Emmy Noether, 1882—1935）。第一位提供了集合论，第二位提供了公理化方法，第三位则提供了抽象代数。此学派为数学的严格化、体系化、结构化发展做出了重要贡献，过分强调逻辑而贬低几何直觉。曼德布罗特在参加这个学术团体的时候，经常和其他数学家展开论战。其他成员深受牛顿时空观的影响，他们认为，在研究自然科学的时候，只有概括出重要的数学定理、公式，或者重大的数学模型，得到形式逻辑的推导和证明以后，才是真正的科学。他们认为数学能够而且应当作为一门完全抽象的学科，它所使用的标准与应用应完全脱离。布尔巴基学派拒绝使用图形，他们认为几何学不值得相信。曼德布罗特的观点正好相反，他曾自豪地说他的理论没有数学公式，图形是他的至爱。曼德布罗特明确提出，我们直觉看到的一些复杂现象，即使没有数学公式表达的，像图形和图像，一些奇怪的曲线，例如谢尔宾斯基三角形、皮亚诺曲线、柯赫曲线等，表面上是无序的，其实里面也隐藏着反映自然界重大规律的内容。

20世纪60年代，曼德布罗特进入美国IBM公司担任研究员。当时IBM公司电脑中的信息靠电话线传输，而那些可能毁掉极重要资料的偶发噪声干扰，总是让工程师们感到困扰。通常工程师的第一反应是增加信号强度以盖过噪声，但偶尔还是会出现一阵猛烈的噪声，随机毁掉部分资料。曼德布罗特发现，这些噪扰虽

然是随机且无法预测的，但似乎一阵阵地发生，是以群聚出现的，确定的周期会在不同的时间范围内出现。他仔细检视这个问题时发现，与直觉相反，根本不可能找到一段时间，其中误差是连续散布的。噪声出现的模式是自相似的，在安静的时段没有任何噪扰，但在有噪扰的时段中，总存在一些较短的安静时段以及爆发噪声的更短促时段。在较短的有噪扰时段中，曼德布罗特观察到整个模式无止境地重复。他不是在特定的一个或另一个尺度上寻找模式，而是跨越每一个尺度。他进一步发现，不论以何种尺度检视，安静时段与噪声时段长度的比例无论是在小时或秒的尺度上，总是固定的。他明白这里面存在某种对称，不是左右或上下对称，而是大小尺度之间的伸缩对称。事实上，曼德布罗特把信息传输系统中出现的间断分布，想象成按时间排列的康托尔集。这个发现价值重大。曼德布罗特认为，不必浪费时间寻找造成噪扰的物理成因，因为它是随机产生的，应该反过来利用“康托尔尘埃”模式消除噪扰！曼德布罗特成功地解决了这个问题，这也是人类科技中出现的第一个混沌例子，在发现它的时候就与分形结合在一起，虽然当时混沌和分形这两个名词还没出现。^[5]

过去，人们认为空间是整数维的空间。曼德布罗特提出空间是破碎的。曼德布罗特在解释皮亚诺曲线时，认为这类曲线可以被描述为具有中间维度。在这个例子中，维数介于1和2之间，直线还是一维物体，平面还是二维物体，但正如两个有理数之间存在超越数的数学观念一样，直线和平面之间应该也存在中间的、

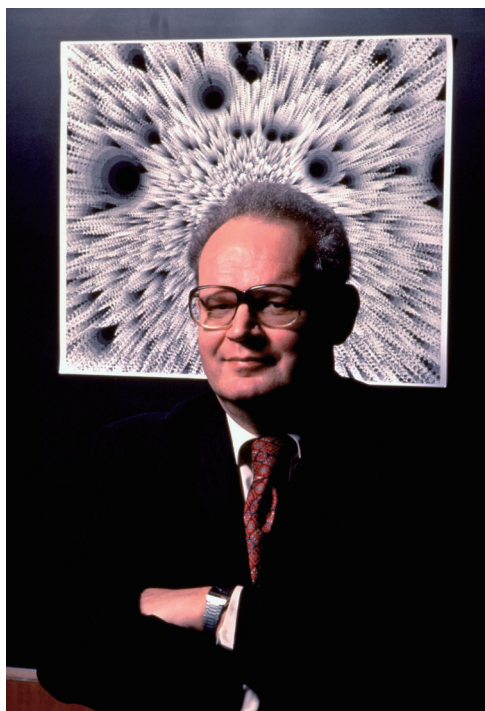


图8.5 曼德布罗特创立独特的分形几何理论来研究自然的复杂度。分形的形状是支离破碎、参差不齐和凹凸不平的不规则形状。这些不规则的形状构成了我们多彩的世界，我们身在其中，熟视无睹。我们生活在一个分形的世界里。（图为曼德布罗特）

过去，人们认为空间是整数维的空间。曼德布罗特提出空间是破碎的。曼德布罗特在解释皮亚诺曲线时，认为这类曲线可以被描述为具有中间维度。在这个例子中，维数介于1和2之间，直线还是一维物体，平面还是二维物体，但正如两个有理数之间存在超越数的数学观念一样，直线和平面之间应该也存在中间的、

非整数维度的实体。如果这种实体的维度不是整数，必然是分数！曼德布罗特提出分数维的空间概念。很多人当时难以理解，人们利用传统的教育来理解新时空，感到非常不习惯，甚至反感。所以，常遇到这样的情形，新事物出现时，人们用旧的观念去套，就会不接受。从目前的研究来看，人们越来越感到曼德布罗特提出的分数维思想是极有价值的，是人类的最原始创造力的重要体现，甚至可以把分数维推广到多分维。

曼德布罗特研究中最精彩的部分是1980年他发现的并以他的名字命名的集合——曼德布罗特集（M集）。M集是至今发现的最著名的数学图形之一，被誉为“上帝的指纹”。M集精彩地描述了分形的性质，描述了自然界的本质。曼德布罗特发现整个宇宙以一种出人意料的方式构成自相似的结构。可以说，分形几何是真正描述大自然的几何学。分形具有任意尺度意义下无法测量的“自相似性”和“标度不变性”。这种局部和整体的特殊的、不可微的、无穷嵌套的“自相似性”，为人类认识自然和控制自然提供了新的工具。从局部看整体乃至控制整体，是人类认识史上的又一次飞跃。在M集的所谓“边界”处，具有无限复杂和精细的结构。这正如前面提到的“蜿蜒曲折的一段海岸线”，无论怎样放大它的局部，它总是曲折而不光滑，即连续不可微。取其局部进行放大，可以看到它的精细结构及其自相似性质，放大可以无限地进行下去。用数学方法对放大区域进行着色处理，这些区域就变成一幅幅精美的艺术图案。人们将这些艺术图案称之为“分形艺术”。“分形艺术”以一种全新的艺术风格展示给人们，使人们认识到它和传统艺术一样具有和谐、对称等特征的美学标准。^[6]

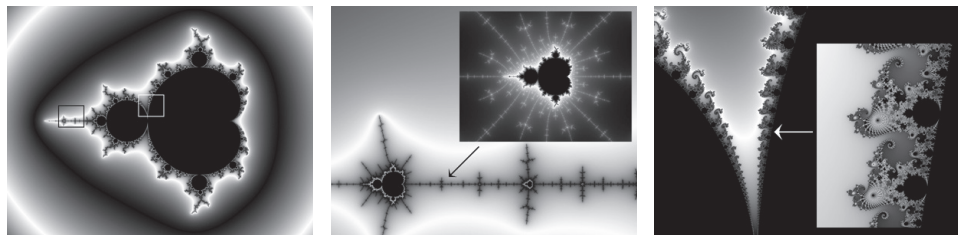


图8.6 最早被称为“上帝的指纹”的M集^[7]



图8.7 植物月兔耳的叶子边缘长出与整体植物相似的部分，这是典型的大自然分形的体现。(朱海松摄)



图8.8 海洋生物万宝螺剖面，其内部结构呈现出局部和整体的无穷嵌套和伸缩对称的“自相似性”，体现了大自然的分形结构。(朱海松摄于广东省博物馆)

分形维数：“量化了物体细节的瀑流”

在英国BBC纪录片《寻找隐藏的维度》中，美国混沌分形大家曼德布罗特专门谈到以分形的眼光解读日本世界名画《神奈川冲浪里》的画面分形特点，他的这个解读在学术界和艺术界影响都非常大。《神奈川冲浪里》是日本19世纪浮世绘写实派画师葛饰北斋创作的杰出作品，画中被定格的惊涛骇浪给我们描绘了一个自然的分形画面。画面中的主巨浪在其边缘形成了众多的小浪花，这些小浪花与主巨浪是自相似和无标度的，主巨浪与浪花间形成了部分与整体的关系。海浪的运动过程本身是巨大的湍流，是混沌的。混沌是过程，分形是形式。分形是关于状态和存在的科学。这幅世界名画向我们描绘了大自然分形的一个瞬间状态。

在大海的巨浪图形中蕴含着无穷的浪花嵌套结构，这种结构的嵌套性带来了画面的极大丰富性，仿佛里面蕴藏着无穷的创造力，使欣赏者不能轻而易举地看出里面的所有内涵。正如法国印象派大师雷诺阿所说，“一览无余则不成艺术”，从分形的视角看，海浪也是没有特定尺度的，因为海浪具有不同规模的不同尺度。赏析者从任何距离望去，都能看到某种赏心悦目的细节。当你走近时，它的



图8.9 19世纪日本浮世绘大师葛饰北斋的《神奈川冲浪里》局部

构造就在变化，展现出新的结构元素。这幅《神奈川冲浪里》在欧洲赫赫有名。据说印象派作曲家德彪西的交响诗《海》，就是受到了这幅浮世绘作品的启发。以此画为代表的日本浮世绘艺术风格曾影响了许多印象派画家，其中最为人所乐道的，恐怕就是梵高了，梵高那幅具有显著分形特色的名作《星空》中，天空卷起的螺旋正是从此获取的灵感。

曼德布罗特指出，形成分形具有三个要素：形状、机遇和维数。众所周知，欧几里得几何学研究的图形都是规则的形状，如圆、正方形、球和圆锥体等。构成这些图形的边缘（线或者面），都是连续而光滑的。但是，自然的形状更多是支离破碎的，虽然这些自然形状非常不规则，但仍有规律可循，这就是“分形”几何。自然形状的不规则性，是由于内在的随机性造成的混沌现象，描述这些支离破碎的形态，不能用常规的标度，而是需要描述对象的维数。

学过数学的人都知道，经典的欧几里得定义点是没有长度、零维的，线是没有宽度、一维的，平面是没有深度、二维的。维的概念非常重要。维数是几何对象

的一个重要特征量，维数包含相应集合的几何性质的许多信息，其概念来源于经典的欧几里得空间。通常的“维数”概念，指的是为了确定几何对象中一个点的位置所需要的独立坐标的数目。因此，点是零维的，直线所构成的空间是一维的，平面是二维的，而立体空间是三维的。将这一概念加以推广，要确定物体或几何图形中任意一点的位置，所需要的独立坐标的数目，就是该物体或几何图形的维数。由于这种定义具有对几何对象在同胚变换下的不变性，因此被称为“拓扑维”，人们称这种维数为经典维数或欧氏维数。欧氏空间的维数与拓扑维数相等，直线或曲线的欧氏维数为1，平面图形的欧氏维数为2，空间图形的欧氏维数是3。

可是，经典维数有很大的局限性，即必须是整数。然而，自然界中更多的是些极不规则、极不光滑的研究对象，如果问江河、森林、雪花、山脉、湍流的维数是多少，经典维数是难以回答的。如前文提到的柯赫曲线的度量问题，其一维长度是无穷大，而二维度量（面积）又是零。为了突破这种局限性，就需要对物体和几何图形的维数进行拓展，即可用分维（又叫分形维数、分数维）加以说明和解释。在一般情况下，分维是一个分数。

比如，把一个正方形的每个边长增加为原来的3倍，得到一个大正方形，它正好是 $3^2 = 9$ 个原来的正方形。与此类似，把一个正方体的每个边增加为原来的3倍，就得到 $3^3 = 27$ 个原来大小的立方体。推而广之，一个 d 维几何对象的每个独立方向，都增加为原来的 L 倍，结果得到 N 个原来的对象。这三个数的关系是 $L^d = N$ 。不难看出，对于一切普通的几何对象，这个简单关系都是成立的。然而，对于自然界中更多的极不规则、极不光滑的研究对象，就需要对物体和几何图形的维数进行拓展，把 $L^d = N$ 两边取对数， $d = \ln N / \ln L$ ，可以看到维数 d 不一定是整数了！维数可以是分数，这是一种新的维数，被称为分维。

分维是刻画一个对象不规整度或破碎度的主要测度手段。分维是对一个集合充满空间程度的描述，它是在很小比例下观察一个集合不规则性的极好量度。有一种诗意的说法，分形维数“量化了物体细节的瀑流”。也就是说，当你沿着自相似的瀑流越走越深时，它决定了你能看到多少细节。如果结构不是分形的，如平滑的大理石，你将它的结构不断放大，将不会出现有意思的细节。而分形则在所有层面上都有有趣的细节。分形维数在一定程度上量化了细节的有趣程度与你观察的放大率之间的关系。在对分形几何的研究中，分维主要是在1914年豪斯多夫

用集覆盖的思想以他的名字命名的维数基础上发展起来的，至此有十多种不同的维数定义。

曼德布罗特想建立一个“分维的时空”，在他的时空中，这个迭代过程是混沌过程，而这个过程所隐含的，在连续变化的拉压、折叠、扭曲的过程中，必然有一个空间和时间结构。这个结构实际上是一个拓扑不变量。他认为拓扑不变量是一种分形。拓扑不变量就是一个过程在连续的拉、压、折叠后结构不变，这种结构不变带来的结果本身是无标度的，简单地说无法测量、无法确定。分形几何学为研究非规则几何对象提供了思想、方法和技巧等方面的总体框架，它是一种新的语言。简而言之，分形维数决定了物体的自相似拷贝的数量。同样，分形维数也决定了随着层次的变化，物体总的大小（或面积、体积）会如何改变。



图8.10 零维到四维空间图形。图中分别显示了零维的点、一维的线、二维的正方形、三维的立方体和四维空间中的超立方体。



图8.11 一张被团揉的纸，其维度不是整数，而是分数的。（朱海松摄）

理解分形：对称破缺之美

我们常常深深地赞美自然界深不可测的美，如一朵云彩、一片树叶、一颗果实，许多自然之美是对称破缺的。自然界这种信手拈来的美的创作，也启发了人类的艺术遐想。如果西方古典艺术是整形之美的话，抽象艺术就是分形之美。如果以分形的眼光来看，抽象艺术有着大量的非对称的、对称破缺的艺术形式，无论是康定斯基的热抽象还是蒙德里安的冷抽象，从毕加索的立体

派到野兽派，抽象画艺术构图都是非对称、不均衡、超现实的。分形独特的对称破缺在抽象艺术作品中俯拾皆是，甚至古希腊的维纳斯也是由于双臂破缺而成为美的经典。无论是抽象艺术大师康定斯基的色彩抽象画，还是波洛克杂乱无章的滴画，都体现了混沌的边缘呈现出的最为真切和引人入胜的创造之美，这些美是分形的。

1. 一沙一世界

在中国佛教经文中“一沙一世界，一叶一如来”之句。它表明了这个我们所生活的世界，是由一个个无序的“小世界”所组成的，是一个有着精细结构的世界。英国18世纪诗人布莱克也曾用“一沙一世界，一花一天国”这样的诗句来描述我们的世界。我们就是生活在这样一个由无数的“沙”与“花”组成的世界中。在这些简单的“沙”与“花”中所隐藏的令人惊讶的复杂行为会告诉我们什么？是有序还是无序、是确定性还是随机性，是自相似还是非自相似？随着人类认识的进步和科学的进展，一种正在蓬勃发展的理论正在给全世界带来巨大的冲击。它为我们描述了一个有序与无序统一的、确定性与随机性统一的、既自相似又非自相似的、既完全又不完全的、既稳定又不稳定的世界。这是一个遵循辩证法规律的和谐统一的世界。这一理论就是混沌分形理论。

物理学家居里曾说“非对称创造了自然”。自然向我们呈现出一派非对称、不规则的美的形态，并且往往看似“自然”，实则是“无理”的。我们也知道许多美的数学表现是无理数的。事实上，以现代观点来看自然界中具有深刻意义的数学，是无理数。无理性是具有规则数字的直线的间歇性的一种形式。无理数是规则系统中无限复杂性和彻底随机性的爆发。许多数学家甚至怀疑美的存在是否有数学真理隐藏在背后，就像无理数中“最无理”的圆周率代表的是完美的圆一样。

美国电影《达芬奇密码》中提到了一个“斐波那契数列”式的密码，如1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21…，这个数列从第三项开始，每一项都等于前两项之和，是中世纪意大利数学家列昂纳多·斐波那契首先研究的一种递归数列。呈斐波那契数列规律的现象大量存在于我们所熟悉的动植物当中，如松果、海螺。我们知道等差级数是一步一步变化的，等比级数是飞跃式变化的，而“斐波那契数列”是跨越式变化的。令人惊奇的是，斐波那契数列的通项公式居然也是用无理数来表

达的。斐波那契数列相邻两项的比值趋近于我们熟悉的0.618黄金分割数。黄金分割在建筑和艺术中扮演着重要的角色，也是著名的无理数，黄金分割强烈暗示着有序与混沌之间的对称破缺关系，总能产生神秘莫测的、令人震撼的美。以分形的眼光来看，维纳斯的美是“对称破缺”的。费根鲍姆常数这个无理数告诉我们世界的基本结构是非线性的，混沌是自然的内在特征，是无处不在的。许多自然的分形是通过斐波那契数列方式体现的，自然界的“斐波那契数列”呈现可以说表达的是自然分形的一个片段、一个瞬间。

曼德布罗特曾特别指出，自然界中的许多分形几何最基本的例子是树。他说，树的每个分支——从树干到树枝再到树杈等——都惊人地相似，但细微的差异提供了越来越多的细节和复杂性，展现了整棵树的内部结构。有些大树，树的根系都裸露在外，可以让我们更好地看到树的根系脉络和结构，呈现出逐级分岔，不断展开的幂率分形结构。分形几何学是对变化的一种量度。树的每一分岔，海岸线的每一曲折，都有一个对称破缺点。对称破缺点可以在越来越精细的尺度上考察，每一尺度下又进一步有转折点。这种看似乱七八糟的结构呈现出一种自然的美感。像树根



图8.12 树根盘枝错节呈现出不断分岔的分形结构。(朱海松摄)

这样的复杂系统是典型的分形结构。

一般树的生长规律是这样的，一株树苗在一年后分岔出一条新枝，第二年新树休息，老枝依旧分岔，此后老枝与休息一年的枝同时分岔，当年生的新枝则次年休息。生物学家和数学家早就观察过树枝的生长分岔规律，遵循生物学上著名的“鲁德维格定律”，这一定律指出树的按年生长分岔规律遵循斐波那契数列法则。自然界中的分形结构通常都是一些生长过程的最终结果，然而，我们却将分形结构看成是静态的。树的生长很慢，但其生长的过程是混沌的，表现出来的繁枝茂叶则是分形的。



图8.13 牡丹呈现出的层层嵌套的分形结构遵循斐波那契数列法则，中间的蕊呈现了“上帝的指纹”M集的形状。（朱海松摄）



图8.14 冬天的鸡蛋花树枝的生长分岔规律，遵循生物学上的“鲁德维格定律”，遵循斐波那契数列法则，树的每一分岔，都有一个对称破缺点。（朱海松摄）

2. 破镜不能重圆

在著名的TED（Technology, Entertainment, Design）公开课中，曼德布罗特曾有一个关于复杂性的演讲，分析那些不规则与粗糙的复杂事物背后形成的规律性和简单性，其中提到我们日常生活中经常食用的菜花。曼德布罗特说，如果我们要尝试测量菜花的表面，用刀切下一小块菜花，会发现这一小块菜花与整个菜花很相似，不断地切，越来越小，菜花表面仍然是粗糙的。这在理论上是无法测的！

大自然中的许多形状是支离破碎、参差不齐和凹凸不平的不规则形状。这些现象不能用传统的欧几里得经典空间来描述，需要用新的时空观来重新发现。曼德布罗特认为，空间不像我们传统认为的那样光滑、平直或弯曲，而是破碎的。为了解释分形维数的直观意义，他有过很多尝试。比如，认为分形维数表示了物体的“粗糙度”“凹凸度”“不平整度”“繁杂度”，以及物体的“破碎”度、“结构致



图8.15 菜花表面的粗糙程度呈现自相似的分形结构。(朱海松摄)

密”程度。这种破碎的程度既不能说是连续的，也不能说是间断的，从数学上说是“稠”的，因为用整数无法表达。他认为空间不存在整数维，而是分数维。

一般来说，分形指的是“在任何尺度上都有微细结构”的几何形状。在与互相接触的表面的性质有关的一系列问题中，分形描述找到了直接应用。表面的分形几何学的一个简单而有力的推论是，相接触的表面并不处处接触。各种尺度的隆起阻止它们接触。甚至在处于巨大压力下的岩石中，在足够小的尺度上也清楚地留有空隙，使液体得以流过。一块破碎的镜子永远不可能再接到一起，虽然从较粗糙的尺度上看它们彼此很好地

吻合。在较细小的尺度上，不规则的隆起是不可能重合的，分形是观察无穷的方法，这就是“破镜不能重圆”原理。

到目前为止，分形数学理论还没有形成公理化结构的理论体系，是不完备的。但是，“分形理论与思想”所赋予人们的新鲜的、创造性的理论思维，是丰富多彩的，是无限的创新源泉。分形理论的出现再一次说明“物理、几何的直观对于数学问题和方法是富有生命力的根源”这一哲理的深刻性；分形概念再一次唤起人们对欧氏空间测度概念的转变，促使人们进一步寻找和认识反映客观自然的新的时空观。

科学与艺术的结晶：混沌分形图

混沌分形图在艺术领域公认有两次最大的创新，一次是文艺复兴，另一次是21世纪初兴起的现代艺术。两次大的变革都与几何学的变革有关。前者与三维透视几何有关，后者与 n 维几何和非欧几何有关。分形几何作为一门新几何学正在注

入我们的文化，分形之美是一种几何学之美，分形美是通俗易懂的。分形就在我们身边，参天大树、连绵的山脉、奔涌的河水、飘浮的云朵等，都是分形。从柏拉图式的经典几何到分形几何的范式转换，人们感受到了从规则到不规则、从有序到无序、从简单性到复杂性等思想走向。分形图具有强烈视觉效果和丰富的内在结构，分形图像可以十分逼真

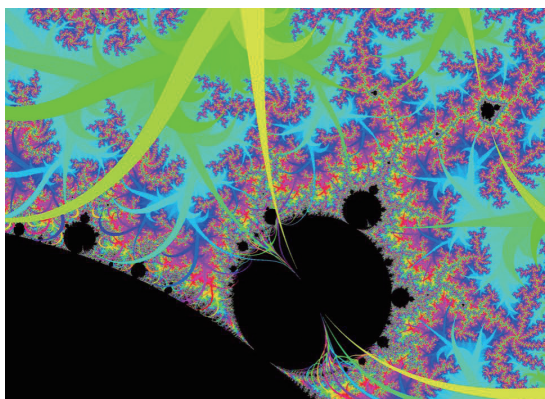


图8.16 混沌分形图《混沌球》(东北大学软件学院混沌分形研究室提供)

地模拟自然景物，甚至构造出难以想象的梦幻般的美丽图像。分形确实贴近人们的生活，因而由分形而来的分形艺术并不遥远，普通人也能体验分形之美。

“分形艺术”是纯数学产物，是计算机通过一个或几个简单数学公式“计算”出来的。从事分形艺术创作的人要研究产生这些图形的数学算法，这些算法产生的图形是无限的。它们没有结束，你永远不能看见它的全部。你不断放大它们的局部，也许你可能正在发现前人未曾见过的图案。这些图案可能是非常精彩的。它们与现实世界相符合，从浩瀚广阔的宇宙空间到极精致的细节，是完全可以用数学结构来描述的。

一个具有丰富结构、层次、色彩、物化意向的分形图像几乎不能在一个随意的迭代中产生。一个具有很好的艺术效果的分形图像是创作者经过许多的实验，在一些结构上产生联想，进而通过技巧和更多的实验得到的。在分形创作中，随机因素起到很重要的作用。因为有了随机性，就有了丰富的结构造型资源和色彩组合模式，人的想象力可以在随机出现的東西里被激发出来。分形图可以体现出许多传统美学的标准，如平衡、和谐、对称等，但更多的是超越这些标准的新的表现。分形图中的平衡，是一种动态平衡，一种画面各个部分在变化过程中相互制约的平衡；分形图的和谐是一种数学上的和谐，每个形状的变化，每块颜色的过渡都是一种自然的流动，毫无生硬之感；而最特别的是分形的对称，它既不是左右对称也不是上下对称，而是画面的局部与更大范围的局部的对称，或局部与

整体的对称。在分形图中，更多的是分岔、缠绕、不规整的边缘和丰富的变换，它给我们一种纯真的追求野性的美感，一种未开化的、未驯养过的天然情趣。分形艺术正在形成一种新的审美思想和审美情趣。

许多分形图美得令人窒息，让人思索它们在超大和超小尺度上的无限性。观者往往对分形图产生的审美愉悦赞叹不已。这些独特而奇妙的“混沌分形图”是现代科学与艺术的结晶，是产生新思想和原始创造力的源泉。混沌分形在保密通信、信息压缩等领域有重要应用。分形图可以用于电影、动画、纺织印染、建筑装饰等需要艺术图案的场合，创造出艺术家见了也会流连忘返的新奇图像，给人以科学与艺术完美结合的超凡享受。

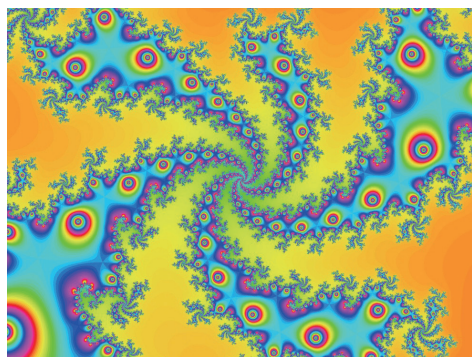


图8.17 混沌分形图《八爪鱼》(东北大学软件学院混沌分形研究室提供)

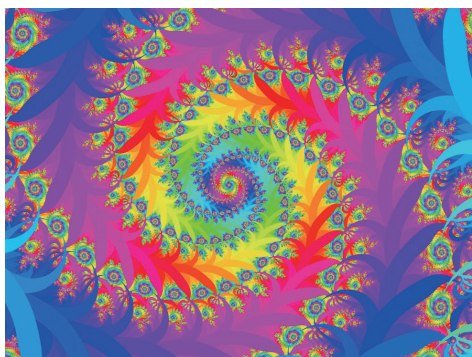


图8.18 混沌分形图《凤凰涅槃》(东北大学软件学院混沌分形研究室提供)

混沌分形的世界观：“复杂思维”范式

《科学革命的结构》一书作者，美国哈佛大学科学哲学史家托马斯·库恩在研究世界科学发展史时，列了一份宣布自己的工作能带来“革命”的科学家名单，其中有达尔文、爱因斯坦、康托尔等，曼德布罗特也被列在这个名单之中。曼德布罗特的思想让我们对世界的看法从原来的整形思维到分形思维，从以简单的眼光看世界到以“复杂”的视角转变，从还原的思维向整体的思维转变。他让我们以全新的眼光看世界，对那些震撼我们的自然之美有了一种全新的认识。

1. 混沌与分形是同一事物的两个方面

混沌作为一个科学观念与概念，是指一个系统对它的初始状态具有敏感的依赖性，从而在系统中出现一种内在的随机性；它是一种关于过程和演化的科学。在混沌运动的过程中，不同的运动就有不同的结构。物体运动过程当中会产生形形色色不同的物质分布结构，这个结构就是空间。混沌空间的投影和静止状态就是分形，混沌动力系统的吸引子，即奇怪吸引子，是一种定态，可以用分形来描述。分形是关于状态和存在的科学。混沌运动过程的结构本身就是分形。混沌与分形是同一问题的两个方面，是有机结合、不可分割的。混沌理论在系统尺度上对系统的演化过程进行研究，以发现影响其变化的内在因素以及在不同时间标度下的变化，并做出描述。而分形，则是以不规则过程和形式作为研究对象，其研究对象刚好与混沌系统中稳定结构相符合。

混沌是在时间方向上的分形，分形是在空间形式中的混沌。混沌空间的投影和静止状态就是分形，或者说运动过程的结构本身就是分形。分形与混沌学有着分不开的渊源。它们虽然有不同的起源和发展过程，但其本质与内涵决定了它们会紧密地联系在一起。混沌学研究的是无序中的有序。许多现象虽然遵循严格的确定性规则，但由于系统对初始条件的敏感依赖性，所以混沌系统是不可预测的，混沌事件在不同的时间标度下表现出相似的变化模式。这与分形在空间标度下表现的相似性十分相像。混沌主要讨论非线性动力学系统的不稳定的发展过程，但系统状态在相空间中总是收敛于一定的吸引子，这与分形的生成过程十分类似。分形与混沌的一致性并非偶然，在混沌集合的计算机图像中，常常是轨道不稳定的点集形成了分形，所以这些分形由一个确切的规则（对应一个动力系统）给出：它们是动力系统的混沌集，是各种各样的奇异吸引子。

欧氏几何、三角学、微积分学使我们能够用直线、圆、抛物线等其他简单曲线来建立现实世界中的几何模型。但是，它们所描述的几何对象是规则和光滑的。自然界中存在着大量的复杂事物，如变幻莫测的云彩、雄浑壮阔的地貌、回转曲折的海岸线、生物的神经网络、不断分岔的树枝、烧结过程中形成的各种尺寸的凝聚团等。面对这些事物与现象，传统科学显得束手无策，而分形理论却大显身手。曼德布罗特利用分形建立了一个新的测度工具——“时空谱”。分形概念再一次唤起人们对原有欧氏空间的“测度”和“量纲”概念的转变，促使人们进

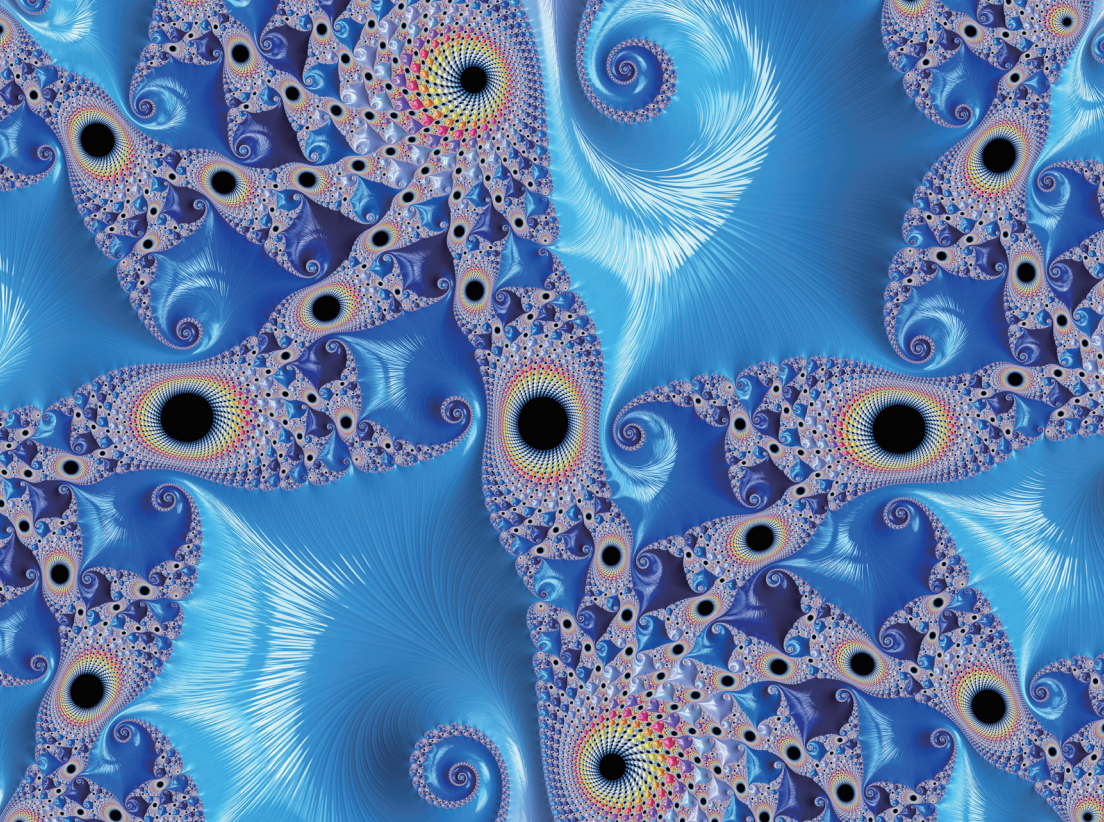


图8.19 混沌是在时间方向上的分形，分形是在空间形式中的混沌。混沌空间的投影和静止状态就是分形，或者说运动过程的结构本身就是分形。

一步寻找和认识新的反映自然客观的空间观。

进入20世纪80年代中期，各个数理学科几乎同时认识到了分形概念的价值。人们惊奇地发现，哪里有混沌、湍流和混乱，分形几何学就在哪里登场。对混沌分形理论研究的重要性由此凸显出来。混沌与分形的结合日益紧密。混沌和分形理论的诞生是20世纪数学和物理学的一次革命，是对传统的还原论和简化思维方式的突破。

2. 经典的“简化思维”

简单性一直在认识论中具有潜在的根深蒂固的意义，人们在认识中不断追求简单性，甚至把简单性称为一种客观存在、规律和理论的终极目标。这种目标更由于主流精英科学家中的精英人物的审美信念而得到强化。大科学家爱因斯坦就说“简单是美的”。而在方法论上，我们更追求简单性，无论复杂的对象还是简单的对象，无论理论还是陈述，都是如此。但是，由于我们所认识的对象和我们的认识能力之间存在一种动态的变化关系，对这种关系的有效表达，恰恰简单性信念不能完全涵盖，需要复杂性思维来帮助。

法国当代思想家埃德加·莫兰说：“理智的危机与过于简单、抽象、专断的思想有关。”“首先谈危机的概念。我认为，在一个科学理论或一个科学环境中，从这样一个时刻起，即当上述理论不再能综合经验材料，异常情况增多到事实上使理论处于被怀疑的状态的时候，危机就发生了。这就是一个理论处于危机中的情况。有时处于危机中的实际上并不是理论本身，而是位于理论背后的一个更基本的解释原则。”

复杂性是一个基本的问题。自然界没有简单的事物，只有被简化的事物。复杂性是一个客观现实，但是“占据统治地位的‘经典’的解释原则设定：现象的复杂的表象可以从某些简单的原理出发加以解释；存在和事物的惊人的多样性可以从某些简单的元素出发加以解释。简化的思维方式通过分割和化简的方法应用于这些现象”，“简化的思想在考察物理学和生物学之间、生物学和人类学之间的关系时不能逃避片面化的非此即彼的抉择”，“简化的解释原则曾经给予自然科学以活力，导致了最令人惊叹的发现；但正是这些发现本身在今天又终于摧毁了任何简化的观点”。（埃德加·莫兰）经典的简化思维解释原则排除随机性，把它归结为由于我们的无知而产生的表面现象。

经典的简化思维解释原则倾向于把可认识性归结为可操纵性。总的来说，复杂现实告诉我们，凡是被经典的简化思维所忽略的，就是应当被我们所重视的，当前的思维不能解决当前的问题，因为当前的问题就是当前思维的结果，所以我们应扬弃简单，拥抱复杂，而这需要从简化思维的范式向复杂思维的范式过渡。

3. 混沌与分形的“复杂思维”

我们今天看到科学发展中简单解释的危机，从而那些显得像是人类科学所有的非科学的渣滓的东西、不确定性、无序、矛盾、多元性、错综性等形成了科学认识的普遍问题。面对复杂，我们是无知的，但“在我看来，无知和不确定性也构成了认识的进步的一个方面”。埃德加·莫兰在《复杂思想：自觉的科学》一书中写道：“我来尝试说明在何种意义上我相信隐约感到了思想的革命在酝酿。”他所说的“思想的革命”就是“复杂范式”的观念革命。

“相对论消除了关于绝对空间与时间的幻想；量子力学则打破了关于可控测量过程的牛顿范式的梦想；而复杂性则消除了拉普拉斯关于决定论范式可预测性的幻想。”埃德加·莫兰从哲学意义上提出了复杂性的一些基本原则：“现在到处

都产生了对于一个比简化原则更为丰富的解释原则的需要，我们可以把这个原则叫作复杂性的原则。”“复杂性的问题并不是完备性的问题，而恰恰是关系到我们认识的不完备性的问题。在某种意义上，复杂思维力图考虑到我们认识的不完备性问题，而我称之为简化类型的片面思想倒是企图通过否定这个问题而把它摆脱掉。因此，复杂思想不是反对不完备性，而是反对人为的片面性。”

在存在的意义上，所谓复杂性，是指“事物具有多层次结构、多重时间标度、多种控制参量和多样的作用过程”。清华大学吴彤教授在《复杂性的科学哲学探究》一书中认为，复杂性可以归纳为：系统的多层次性、多因素性、多变性、各因素或子系统之间及系统与环境之间的相互作用、随之而有的整体行为和演化。在演化的意义上，所谓复杂性，则是指当一个开放系统远离平衡状态时，不可逆过程的非线性动力学机制演化出的多样化“自组织”现象。

简单系统能够产生出复杂行为，复杂系统也能产生简单行为。复杂性从简单中产生出来，而秩序也可以从混乱中诞生出来。复杂性是在不同度量尺度下的不同长度的特性；复杂性不是简单的部分整体之和，而是具有新的整体的涌现性。

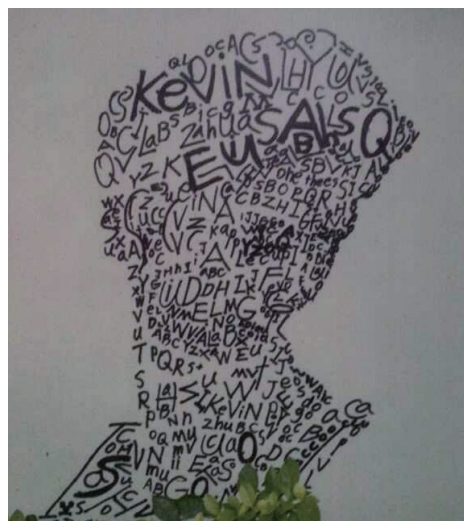


图8.20 这幅大卫像，是由乱七八糟的字母描绘出来的，很好地体现了创造过程中细节杂乱、整体有序的混沌效应。（朱弘毅绘）

复杂性思维告诉我们，偶然性或无序性是不可消除的。复杂性思维是对发展到极限的我们可以称之为普遍主义的抽象化的反动。以简化思维解释的复杂现象既不能说明问题，更不能解决问题，也无法提供分析问题的方法，人们仍然迷思与焦虑。

复杂性思维告诉我们，整体看待事物与孤立看待事物有着极大的不同，整体与部分的关系并不是简单的叠加，整体或大于部分之和，或小于部分之和，这是复杂系统的一个显而易见的现象。复杂性重视被忽视的事实，被忽视的事实是整体性的组成部分。

4. 复杂思维是新的世界观

托马斯·库恩在《科学革命的结构》一书中深刻地阐明了科学的演进不仅是“渐进性”“选择性”的，而且是“革命性”的，即通过基本的解释原则或范式的革命来实现。根据库恩的观点，范式支配着我们的世界观。范式的革命不仅意味着世界观的拓广，而且意味着世界观的结构本身发生了改变。一些范式统治着一个时代的科学认识，当一个旧范式让位给一个新范式时就发生了科学革命的大变动，也就是说，发生了从一种理论过渡到另一种理论的世界观的断裂。复杂性思维正是这样一种新的范式。

复杂性是一种新的世界观。乍一看，复杂性好像是否定或倒退的，即它意味着把不确定性重新引入去征服绝对的确定性的认识之中。复杂的思想方法并不否定一些了不起的认识成果，复杂的认识使人们有可能更加深入具体和实际的现象世界。复杂性的方法要求我们在思维时永远不要使概念封闭起来，要粉碎封闭的疆界，在被分割的东西之间重建联系，努力掌握多面性，考虑到特殊性、地点、时间，又永不要忘记起整合作用的总体。它是趋向整体认识的张力。

复杂思维的绝对要求也是按照组织的方式进行思维。组织需要一种极为精心构思的复杂思维。一个关于组织的思维如果不包含通过环境的自我组织的关系，也就是说与环境的深刻和紧密的关系，不包含部分和整体之间的全息的关系，不包含回归的原则，这样的思维必定是片面、肤浅、含有错误的。……

埃德加·莫兰在《复杂思想：自觉的科学》中意味深长地写道：“我深信我们世界的危机的一个方面是我们思想的未开化状态，人类精神的史前状态。人类精神现在被它所产生的各种概念、理论、学说统治着，恰如我们认为远古的人被他们产生的神话和巫术统治着一样。我们的先辈有着更为具体的神话，我们则遭受着抽象的力量的控制。”“我们对于文明的需要包含着对一种精神的文明化的需要。”

诺贝尔化学奖得主、耗散理论创始人伊利亚·普利高津在《确定性的终结》一书中写道：“人类正处于一个转折点，正处于一种新理性的开端。在这种新理性中，科学不再等同于确定性，概率不再等同于无知。”

美国圣菲研究所的计算机仿真专家卡斯蒂说：“复杂系统的理论家们正处在与伽利略时代的物理学家们相近的位置。正是伽利略的努力，为牛顿建立简单系统的理论铺平了道路。不幸的是，复杂系统理论仍在等待它的牛顿。”

参考文献

- [1] 凯. 分形漫步. 徐新阳, 康雁, 陈旭, 刘丹译. 沈阳: 东北大学出版社, 1994
- [2] 莫兰. 复杂思想: 自觉的科学. 陈一壮译. 北京: 北京大学出版社, 2001
- [3] 张三慧主编. 热学. 北京: 清华大学出版社, 1999
- [4] 柯文尼, 海菲尔德. 时间之箭. 江涛, 向守平译. 长沙: 湖南科学技术出版社, 2002
- [5] 普里戈金, 尼科里斯. 非平衡系统的自组织. 徐锡申, 陈式刚, 王光瑞译. 北京: 科学出版社, 1986
- [6] 里夫金, 霍华德. 熵: 一种新的世界观. 吕明, 袁舟译. 上海: 上海译文出版社, 1987
- [7] 陈宁, 朱伟勇. M-J混沌分形图谱. 沈阳: 东北大学出版社, 1998



09

纠缠的时空： 量子世界

现代物理学所依赖的是两大支柱：一个是爱因斯坦的相对论，它为我们从大尺度认识宇宙提供了理论框架。另一个是量子力学，我们用这个框架认识了小尺度下的宇宙。1935年，爱因斯坦、罗森和鲍里斯·波多尔斯基合作撰写了一篇文章。在这篇著名的论文中，他们提出，量子力学允许相距遥远的物体之间存在某种奇特的关联，即纠缠。三位作者被合称为“EPR”。量子纠缠，被爱因斯坦称为“遥远地点间幽灵般的相互作用”，已经被科学实验证实。量子纠缠证实了任何两种物质之间，不管距离多远，都有可能相互影响，不受四维时空的约束，是非局域的，宇宙在冥冥之中存在深层次的内在联系。根据量子理论，测量的纠缠效应应具有瞬时性质。量子纠缠的作用速度至少比光速快上万倍！



量子通信：幽灵般的超时空穿越

2016年8月16日1时40分，中国在酒泉卫星发射中心用“长征二号丁”运载火箭成功将世界首颗量子科学实验卫星“墨子号”发射升空。这将使我国在世界上首次实现卫星和地面之间的量子通信，构建天地一体化的量子保密通信与科学实验体系。利用量子纠缠技术，需要传输的量子态信息如同科幻中描绘的超时空穿越，在一个地方神秘消失，不需要任何载体携带，又在另一个地方神秘出现。作为未来量子通信网络的核心要素，量子态隐形传输是一种全新的通信方式。2017年1月18日，“墨子号”正式交付使用。

2017年8月10日，英国《金融时报》网站刊登题为《中国向卫星传送了首个“无法破解”的信息》的报道，中国科学家利用全球首颗量子科学实验卫星“墨子号”实现了从地面向在轨卫星的首次量子通信，向建立“无法破解”的全球通信网络又迈进了关键一步。与此同时，科学期刊《自然》认为，这些通信是在中国中西部的地面站和卫星“墨子号”之间进行的，传输距离长达1400千米。国际上首次实现从地面到卫星的量子密钥分发、量子隐形传态，前者令通信不可窃听、不可破译，后者成功在量子世界实现“时空穿越”。

2017年9月29日，世界首条量子保密通信干线——“京沪干线”正式开通。结合“墨子号”卫星，我国科学家成功与奥地利实现了世界首次洲际量子保密通信。这标志着我国已构建出天地一体化广域量子通信网络雏形。

“京沪干线”项目首席科学家潘建伟表示，量子通信是迄今唯一被严格证明无

条件安全的通信方式，未来将以“京沪干线”为基础，推动量子通信的大规模应用，建立完整的量子通信产业链和下一代国家主权信息安全生态系统，最终构建基于量子通信安全保障的量子互联网。

美国《华尔街日报》针对中国科技的高速发展给出了标题为《沉寂了一千年，中国誓回发明创新之巅》的专题文章，将“墨子号”量子科学实验卫星作为中国创新能力提升的重要标志。

1993年，美国科学家班尼特（C.H.Bennett）提出了量子通信的概念。量子通信是由量子态携带信息的通信方式，它利用光子等基本粒子的量子纠缠原理实现保密通信过程。量子通信概念的提出，使爱因斯坦的“幽灵”——量子纠缠效应开始发挥出真正的威力。存放着机密文件的保险箱被放入一个特殊装置之后，突然消失，同一瞬间出现在相距遥远的另一个特定装置中，被人方便地取出。这种以往只能出现在科幻电影中的“超时空穿越”神奇场景可能变为现实。早在2010年，由中国科技大学和清华大学组成的联合小组在量子态隐形传输技术上就已经取得了突破。据联合小组研究成员彭承志教授介绍：“在经典状态下，一个个独立的光子各自携带信息，通过发送和接收装置进行信息传递。但是，在量子状态下，两个纠缠的光子互为的一组，互相关联，并且可以在一个地方神秘消失，不需要任何载体的携带，又在另一个地方瞬间神秘出现。量子态隐形传输利用的就是量子的这种特性。我们首先把一对携带着信息的纠缠的光子进行拆分，将其中一个光子发送到特定位置。这时，两地之间只需要知道其中一个光子的即时状态，就能准确推测另外一个光子的状态，从而实现类似‘超时空穿越’的通信方式。”

对于量子理论的应用，当今世界有两大主流，量子计算和量子通信。与普通计算机通过二进制方式处理数据不同，量子计算机是一种基于量子物理机理处理数据的计算机。它对数据的处理速度惊人。目前美国谷歌公司和IBM公司引领着量子计算的潮流。2017年5月3日，中国科学家潘建伟代表团队在上海宣布：成功研制世界首台超越早期经典计算机的量子计算机；成功实现目前世界上最大数目（10个）超导量子比特纠缠。相关成果分别发表于国际学术期刊《自然·光子学》和《物理评论快报》，引起海内外广泛关注。

量子力学是研究物质世界微观粒子的运动规律的物理学分支学科，它主要研究原子、分子、凝聚态物质，以及原子核和基本粒子的结构、性质的基础理论，

它与相对论一起构成了现代物理学的理论基础。量子理论是科学史上的重要革命，为20世纪科学的繁荣奠定了基础。量子理论是从承认不确定性原理开始的。量子理论的奠基人之一玻尔曾经说过，一个人如果不为量子理论所震撼，那他就不懂量子理论。

连续性的丧失：普朗克时空

1900年4月27日，英国物理学家开尔文发表了一个著名的演说。当时牛顿在17世纪建立的宏大统一，经过200年理论和实验科学的发展，物理学如日中天，经典物理学几乎能够涵盖物理世界的一切方面：运动物体的动力学中力和运动的相互联系、热力学、光学、电学、磁学，以及引力。人们乐观地认为物理学的大厦已经建成，未来的物理学家只需要做些修修补补的工作就行了。但是，开尔文指出还有两个问题，明朗的天空还有两朵乌云：一朵与黑体辐射有关，另一朵与迈克耳逊实验有关。当年年底诞生了量子理论。五年后，也就是1905年，爱因斯坦的狭义相对论诞生。同时在这一年，爱因斯坦把普朗克的量子说发展成光子理论。谁也没想到这两朵乌云中，一朵颠覆了经典的绝对时空观，一朵颠覆了经典的决定论世界观。

第一朵乌云是指被观察到的与经典理论相悖的“黑体辐射”现象。所有物体都会辐射能量，物体越热，辐射的能量就越多。同时，所有物体也会从周围环境中吸收能量。如果它的温度比周围环境温度高，它就会逐渐冷却，因为它辐射的能量多于吸收的能量。“黑体”是理想吸收体的专业名词，它能够百分之百地吸收辐射到它上面的能量。这样一个物体在冷的状态时表现为黑色，因为它不会反射任何光。绝对黑体在自然界中是不存在的，只是一个理想的物理模型，以此作为热辐射研究的标准物体。黑体辐射在于其光谱的颜色：它在不同的波长段会辐射不同颜色的光。当加热这种理想黑体时，首先看到的是暗红色的光；接着，当物体变得更热时，看到的是明亮的红色，跟着是黄色、蓝白色，然后是明亮的白色。光谱的频移说明随着温度的升高，光强的峰值会产生从红外到红、到黄，再到蓝的移动。随着峰值的移动，光的波长分布也在加宽。当峰值是蓝光时，由于

同时会辐射很多其他颜色的光，所以炽热的物体在我们看来就会发白光，这就是我们常说的白热。

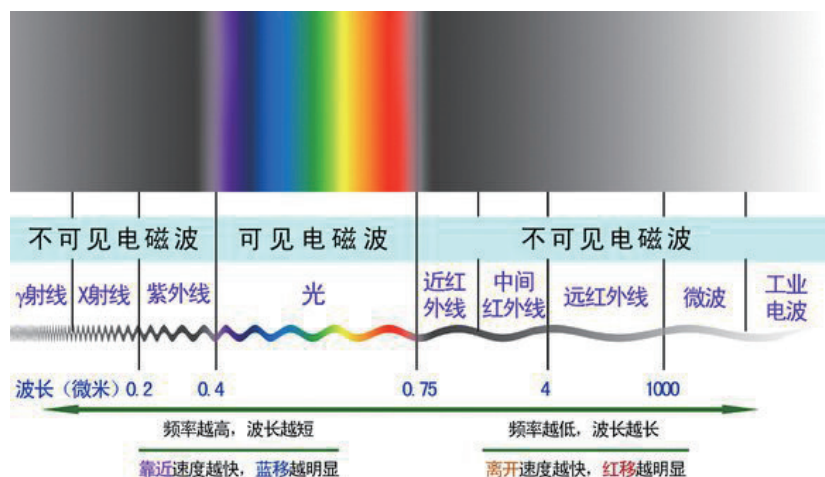


图9.1 当加热这种理想黑体时，首先看到的是暗红色的光；接着，当物体变得更热时，看到的是明亮的红色，跟着是黄色、蓝白色，然后是明亮的白色。光谱的频移说明随着温度的升高，光强的峰值会产生从红外到红、到黄，再到蓝的移动。随着峰值的移动，光的波长分布也在加宽。

19世纪90年代末，有关黑体辐射的数据已越来越详尽。但是，人们对黑体辐射的研究却得出了两个不同的公式。这两个公式分别来自德国的物理学家维恩和英国的物理学家瑞利和金斯。对于光强在颜色和波长中的分布曲线，如果从粒子的思维范式去推导，就得到适用于短波的维恩公式，维恩公式只有在短波（高频）时才与实验结果相符，在长波区域完全不适用。

相反，如果从经典的麦克斯韦理论电磁波的思维范式去推导，瑞利-金斯公式却只在长波时与实验相吻合，在短波区并不适用。这个公式在短波区（即紫外光区）时显示辐射能力随着频率的增大而单调递增，最后趋于无限大，它预言光辐射的峰值始终位于光谱的短波长处，即位于光谱的紫色端，甚至是不可见的紫外端，这就是所谓的“紫外灾难”。这样看来，单纯从粒子或波动的角度来推导黑体的分布曲线是得不出正确结论的。

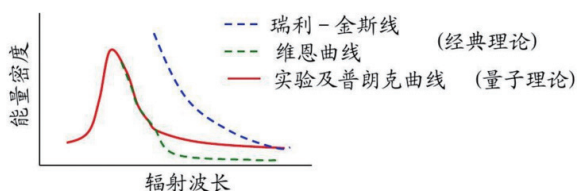


图9.2 黑体辐射经验公式与实验比较。

德国的理论物理学家普朗克当时一直关注这项研究。普朗克曾是热力学第二定律的发现者克劳修斯的学生，早期的研究领域主要就是热力学。他的博士论文是《论热力学的第二定律》。当普朗克参与黑体辐射的研究时，却始终得不到一个很好的研究结论。然而，在一次研究黑体辐射的维恩和瑞利-金斯的数学公式时，他偶然发现，假如放出辐射和吸收辐射是一份一份的，不是连续的，那么就可以“凑出”一条完整的曲线，这条曲线跟实验测量出的曲线完全匹配。就这样，普朗克以一种难以置信的数学直觉得到了一个黑体辐射分布规律的公式，从而“无意”中创立了量子假说。普朗克发现，只有假定电磁波的发射和吸收不是连续的，而是一份一份地进行的，计算的结果才能和实验结果相符。

为了证明他的公式（现在称之为普朗克辐射定律），他必须做两个明确的假设。第一个假设是，能量辐射与光波波长相关。第二个假设则要求辐射是以不连续的，一份一份的，现在称为“量子”的形式进行。这就是说，能量交换不是连续的，而是离散的。普朗克的假设意味着：光，也就是电磁能，是以一份一份的方式发射的，这样的一份能量叫作量子，每一份量子等于普朗克常数乘以辐射电磁波的频率，即著名的普朗克公式 $E = h\nu$ （其中 E 为单个量子的能量， ν 为频率， h 是量子常数）。

在普朗克辐射公式的引导下，普朗克不得不把能量（ E ）分割为 $h\nu$ 大小的份，这样辐射就不是以经典理论认为的从一个波长连续、平缓地变换到另一个波长的方式发射的。普朗克用字母 h 来规定离散性的大小，后来这个 h 被称作普朗克常数。 $E = h\nu$ 公式的意义是，一个量子的能量等于光的频率 ν 乘以一个常量 h 。普朗克引入的常量 h ，是由实验数据得出的。实验证明，普朗克常数不等于零，这意味着物质世界的本质是离散的，时空也是离散的。在足够小的尺度上，时空也应该有它的“原子”。普朗克在论文中指出，“能量在辐射过程中不是连续的，而是以

一份份能量的形式存在的”。普朗克常数是在量子物理学中非常重要的一个自然常数，也是一个物理常数，在描述量子大小方面具有非常重要的地位。

普朗克说吸收和辐射是一份一份的，但在传播时是连续的。为了让大家理解，普朗克做了比喻：有一个湖，有一个水缸，把水从水缸里一份一份地舀到湖里，你说水是连续还是不连续的呢？这个回答说明他对这个问题的看法很清楚。

当时，只有名不见经传的爱因斯坦理解了普朗克量子的重大意义，其他科学家要在四分之一世纪之后才会明了其中的含义。

爱因斯坦认识到，普朗克关于光以一份一份的形式出现的假设是解开光电效应神秘现象的关键。光电效应是由德国物理学家赫兹在实验中发现的。在光电效应中，人们观察到将一束光线照射在某些金属上会在电路中产生一定的电流。可以推断是光将金属中的电子打出，使得它们流动。然而，人们同时观察到，对于某些材料，即使一束微弱的蓝光也能产生电流，但无论多么强的红光都无法在其中引出电流。根据波动理论，光强对应于它所携带的能量，因而强光一定能提供更强的能量将电子击出。然而，事实与预期的恰巧相反。爱因斯坦将其解释为量子化效应：光束的颜色取决于光子的频率，而光强则取决于光子的数量。由于量子化效应，每个电子只能整份地接受光子的能量，因此，只有高频率的光子（蓝光，而非红光）才有能力将电子击出。光的频率决定是否能击发出电子，光的强度则决定能击发出多少电子。就是说，光具有波粒二象性。受普朗克启发，爱因斯坦提出了光不是由波构成的，而是由像粒子一样的量子构成的观点。

1905年是爱因斯坦奇迹年，他提出了光电效应的光量子解释。爱因斯坦在他那篇光电效应的论文中利用了普朗克的量子假说。爱因斯坦的革命性“观点”是，光，或者不如说所有的电磁辐射，都根本不是波状的，而是分割成一小份一小份的，也就是光量子。人们开始意识到光波同时具有波和粒子的双重性质。他引入了光子，一个携带光能的量子的概念。爱因斯坦运用自己这个光量子的思想，得了解释光电效应的公式，让人们认识到光具有波粒二象性质。

普朗克虽然发现了量子的存在，但他没有爱因斯坦的胆识。普朗克一直认为爱因斯坦的光电效应解释是不对的，持保留态度，但他同意爱因斯坦发表光量子的思想。普朗克曾给维恩写信提到，“当然，光电效应肯定是错误的”。直到20世纪20年代，普朗克推荐爱因斯坦担任普鲁士科学院院士的时候，在他的推荐信中

还提到爱因斯坦对光量子的解释是错的。但是几年后，爱因斯坦因为他的光电效应理论获得了1921年诺贝尔物理学奖，而不是相对论。

在经典物理学中，波动现象是弥漫于空间传播的，而粒子的运动具有一定的轨道，波动性和粒子性是格格不入，不相容的。同时，在经典力学中，有两个科学范式始终处于竞争之中：波动说和粒子说。对光认识的两种科学范式之争从17世纪初笛卡尔提出的假说开始，牛顿和伽利略坚持认为光是由“微粒”组成的，而丹麦天文学家惠更斯则认为光是一种波。最初微粒说占上风，19世纪“杨氏双缝干涉实验”又支持惠更斯波动说。在量子理论中，粒子说又以光子的形式复活，并以爱因斯坦提出光的波粒二象性告终，前后共经历了三百多年的时间，众多伟大的名字闪烁其间，笛卡尔、伽利略、牛顿、惠更斯、胡克、托马斯·杨、菲涅尔、德布罗意、爱因斯坦等，对这一问题的争论极大地丰富了人类对自然的认识。

爱因斯坦根据量子的思想提出光的波粒二象性，指一切物质同时具备波的特质及粒子的特质。光是由一个个光子组成的光子流，它们在传播中表现粒子性，在与物质空间磁场相互作用时才会表现出波动性。爱因斯坦提供了一个理论框架，使任何物质在一定的环境下都能够表现出这两种性质。波粒二象性是用经典粒子概念与场理论结合去认识现代粒子运动的必然产物。

普朗克关于量子的思想，被爱因斯坦发展为光子，即光的粒子，这意味着有关自然界是连续的观点再也维持不下去了。普朗克这个思想以前，多数物理学家想象经典的自然界是个连续体。他们认为，各种物质形式以平滑而连续的方式相互衔接。普朗克说，整个公式计算中最根本的一点是，要把以某个频率振动的能量看作由若干相等的、看不见的、一份一份的“量子”构成。普朗克量子假说的基本思想是：这种世界的连续观点不得不由一种离散观点所取代。这个思想完全没有先例，是合理推测的一个伟大飞跃由于“离散的”世界观完全颠覆了固有的“连续的”科学范式世界观，普朗克对自己的发现一方面很惊喜，一方面很困惑，因为“离散”的认识违背当时人们固有的思维范式。在他发现量子公式的几个星期内，坚持不懈地想使自己的公式能符合19世纪物理学的两大理论——热力学和电磁学，但他没能成功。于是，他提到自己的量子理论时非常保守，只是私下对儿子讲，如果结果是正确的， he 可以和牛顿的成就媲美。他确实做到了！但囿于

科学信仰，在漫长的后半生，他企图把他的辐射定律同自然的连续景象调和起来，以致一直“困扰”于自己的伟大发现。

因果性的丧失：上帝掷骰子吗

自古希腊以来，人们一直从科学和哲学层面争论原子是否存在。直到19世纪末和20世纪初出现大量的证据，人类才确立了“物质由原子组成”的原子论。其中最关键的两个证据：一个是爱因斯坦对布朗运动的解释以及对这一解释的实证材料；另一个是卢瑟福发现的元素的放射性转换。放射性就是一种元素通过释放辐射而转变为另一种元素的过程。1911年，卢瑟福正式提出了他的原子模型。在卢瑟福的原子模型中，原子由电子和原子核构成，在原子内部，电子围绕着原子核旋转。原子核又可以分解为质子和中子，质子和中子又可以进一步分解为叫夸克的基本粒子。原子理论告诉我们，物质的质量是构成该物质的原子的质量总和。因为原子核的尺寸是电子的2000倍到20万倍，所以原子核事实上承载着原子的全部质量，而原子大体上是空的。我们的物质世界实际上是由质子、中子和电子这三种粒子组成的。这些粒子间还存在各种力的作用。

在19世纪，人类知道了光谱线，知道了原子和分子可以吸收和发射特定波长的辐射，并且每种原子都有特定的波长图样。由于普朗克，人们认识到光是以量子的形式发射的。而赫兹和爱因斯坦告诉我们光也是以量子的形式被吸收的。由于汤姆逊，我们知道了电子的存在。卢瑟福则告诉我们原子有一个很小的致密的原子核。原子的大部分空间是没有物质的，电子就散布在原子核的周围。

在原子中，正负荷的原子核周围如果有固定不动的电子，那就会不稳定，因为带有负载荷的电子会被拉向原子核，无可抗拒。如果它们像行星围绕着太阳运行那样围绕着原子核运动的话，原子仍会崩溃。牛顿早就证明，任何做圆周运动的物体都经受加速度。根据麦克斯韦的电磁理论，如果它是个像电子那样的带电荷的粒子，在它加速的过程中，会以电磁辐射的形式连续不断地损耗能量。一个沿轨道运行的电子会在万亿分之一秒之内盘旋着落入原子核。但是，物质世界的存在本身，就是反对卢瑟福这一带核原子模型的强有力证据。加速后的电子必然损失能量的问题，一直使人们努力推断稳定的原子应是怎样一个结构。

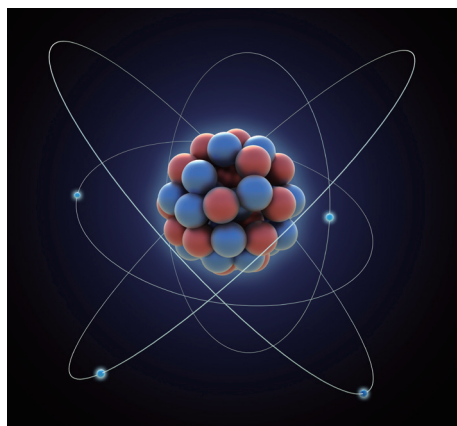


图9.3 原子结构图。原子由电子和原子核构成，在原子的内部，电子围绕着原子核旋转。原子核又可以分解为质子和中子，质子和中子又可以进一步分解为叫夸克的基本粒子。

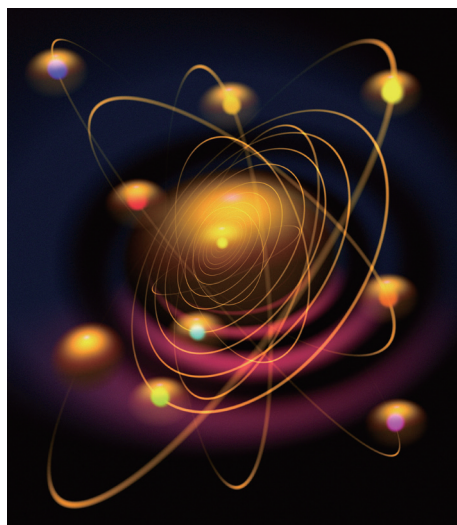


图9.4 玻尔利用量子概念提出了至今仍很重要的原子定态、量子跃迁等概念，即原子只能在特定的轨道上运行；它们通过吸收量子化的能量而跃迁到其他高能级的轨道上，当它们跃迁回低能级时，就会发射出光量子。后来，卢瑟福评论说，量子化的原子是“思维对物质取得的一次胜利”。

应用牛顿和麦克斯韦的理论，没有发现任何差错，据此预测电子会跌向原子核，丹麦物理学家玻尔于是认为，原子稳定性问题必须要有新的思维范式。他把目光投向了由普朗克不情愿地发现，又由爱因斯坦积极倡导的量子。玻尔发现，有一种非常奇怪的现象与电子的量子跃迁相关联：在跃迁过程中无法说出电子空间在哪里。轨道之间、能量层级之间的过渡只能是即时发生的。否则的话，当电子从一个轨道迁移到另一个轨道的时候，它应该能连续辐射出能量。在玻尔的原子中，电子不能占据轨道和轨道之间的空间。它就像变魔术一样，在一个轨道上消失的同时在另一个轨道上出现了。

1912年，玻尔尝试以量子的思维来思考。在辐射和物质的交互作用过程中，能量是以大小不同的量份被吸收和释放，而不是连续释放的。玻尔对电磁辐射是由原子以量子方式释放和吸收的想法如获至宝。玻尔利用量子概念提出了至今仍很重要的原子定态、量子跃迁等概念，即原子只能在特定的轨道上运行；它们通过吸收量子化的能量而跃迁到其他高能级的轨道上，当它们跃迁回低能级时，就会发射出光量子。就这样，科学家们观测到了这种特定波长的光量子，即元素的特征谱线。这有力地

冲击了经典理论，推动了量子力学的形成。玻尔模型基本上是卢瑟福行星模型的一个延续。但是，在玻尔模型中，一系列的量子化条件被引入，从而使这个体系有鲜明的量子化特点。后来，卢瑟福评论说，量子化的原子是“思维对物质取得的一次胜利”。^[1]

1923年，法国贵族、物理学家德布罗意由光的波动和粒子二象性得到启发，把爱因斯坦关于光的波粒二象性的思想加以扩展。德布罗意大胆地提出了这样一个简单的问题：如果光波可以表现得像粒子一样，那么像电子这类粒子能表现得像波一样吗？他的回答是肯定的。这样，德布罗意就把波粒二象性推广到物质客体上去。他认为，实物粒子如电子也具有物质周期过程的频率，伴随物体的运动也有由相位来定义的相波，即德布罗意波。后来，薛定谔解释波函数的物理意义时称之为“物质波”。德布罗意在并无实验证据的条件下提出的新理论在物理学界掀起了轩然大波，引发了对微观世界实在性的全新认识。1927年，美国物理学家戴维森和革末完成了在实验上证实物质波存在的工作。他们用电子束轰击金属镍的晶体，观察到了清晰的干涉图案，这证明了物质波的存在。爱因斯坦赞扬德布罗意的思想说：“他掀起了大幕的一角。”就这样，德布罗意凭借一篇博士论文，获得了1929年的诺贝尔物理学奖。

1925年，德国物理学家海森堡鉴于玻尔原子模型存在的问题，比玻尔走得更远，抛弃了所有的原子模型，提出一个明确的指导原则：轨道是不能被测量的，而谱线是可以测量的。他着眼于观察发射光谱线的频率、强度和极化，利用矩阵数学，将三者从数学上联系起来，从而提出微观粒子的不可观察的力学量，如位置、动量应由其所发光谱的可观察的频率、强度经过一定运算（矩阵法则）来表示。他和玻尔等合作，从粒子的思维范式出发，建立了量子理论第一个数学描述——矩阵力学。

奥地利物理学家泡利得知海森堡的方程后，立刻把原子中的电子运动代入了海森堡的方程，完美地推导出了19世纪中叶俄国化学家门捷列夫制作的元素周期表。元素周期表表明，性质相似的原子会成周期性地出现。泡利据此提出了基本粒子运动的重要规律“泡利不相容原理”，即只要有一个电子进入一种状态后，其他电子就无法进入该状态。泡利因提出该理论获得1945年诺贝尔物理学奖。

在海森堡完成他的矩阵公式几个月后，1926年，奥地利理论物理学家薛定谔

提出了描述物质波连续时空演化的偏微分方程——薛定谔方程，从波的思维范式出发，给出了量子论的另一个数学描述——波动力学。真正理解德布罗意的是薛定谔。德布罗意从来没有试图去为他的物质波推导出一个“波的方程式”。薛定谔认为，如果有波，就一定会有波的方程式。薛定谔的波动方程并不是“推导”出来的，从逻辑严格的经典物理学无法推导出这个方程。相反，他是从德布罗意的波粒子公式和经典物理学沿用已久的方程式中建立起波动方程的。薛定谔深刻理解了德布罗意特质波的想法，并将它们发展成了一个完整的量子力学理论。薛定谔的波动力学比海森堡的矩阵力学更为接近19世纪物理学家的术语来对量子世界进行解释。但是，无论海森堡的矩阵力学，还是薛定谔的波动力学，都没有将狭义相对论包括进去。

这样，量子力学的形式体系依据两条截然不同的研究思路和运用两种不同的数学手段及概念体系建立起来了。一条是由海森堡、玻尔等基于普朗克的量子假设，沿着量子化方向，立足于不连续性，建立的矩阵力学；另一条是由薛定谔基于德布罗意的物质波假设，沿着波动方向，立足于连续性，引入假想的波函数概念所创立的波动力学。就这样，矩阵力学是基于海森堡的粒子和间断性，波动力学是基于薛定谔的波和连续性。在大家认识到这两种力学是殊途同归的一样事物的不同表达之前，海森堡与薛定谔之间产生了激烈的争论。

直到1932年，匈牙利物理学家冯·诺依曼在他著名的《量子力学的数学原理》一书中，率先运用希尔伯特空间的数学模型，把量子力学表述成希尔伯特空间中的一种算符运算，证明了矩阵力学和波动力学分别只是这种运算的特殊表象，从而彻底澄清了两种力学形式之间的等价性。量子力学的这两种不同表述形式，尽管基本假定、数学工具和总的意旨都明显不同，但在数学上却是等价的。这是物理学史上数学与物理完美结合的辉煌典范。

著名的薛定谔方程中有一个关键的物理量是波函数。薛定谔坚持认为这个波函数就是物质波。但这个解释是错的！在这个重要关头，还是1926年，德国物理学家玻恩给出了答案！玻恩认为，关于薛定谔波函数唯一正确的解释是指在各个地方发现粒子（如电子）的可能性，即波函数是一种概率波！玻恩认为，单个微观粒子在空间何处出现有偶然性或不确定性，但是大量粒子出现的空间分布却服从一定的统计规律，粒子在某点出现的概率的大小可以由波动规律确定。按照这

一理论，光的干涉和衍射是光子的运动遵守波动规律的表现，亮条纹是光子到达概率大的地方，暗条纹是光子到达概率小的地方，因此光波是一种概率波。这一理论对波粒二象性做出了合理的解释。

而玻恩的这种解释是受到爱因斯坦思想的启发，爱因斯坦于1916年率先将概率引入量子物理学。爱因斯坦在他有关光子和麦克斯韦经典的场方程之间的关系的文章中指出，场量会把光子引导到具有更高概率的地方。当时他对电子从一个原子能级跃迁到另一个能级时的光量子的自发发射进行了概率解释。10年后，玻恩对波动函数和波动力学提出了又一个概率解释，这个解释可以说明量子跃迁的概率特性，但有一个代价是爱因斯坦不想付出的，那就是放弃因果性。对于玻恩来说，薛定谔的波动方程描绘了一个概率波。玻恩的论文雄辩地断言：薛定谔方程仅仅能够预测概率，而概率的数学形式是完全可以预见的途径建立起来的。将原因归于纯粹的机遇。量子力学的概率观将“注定的结果”变成“注定的结果的概率”。这个概率观好像把因果性抛弃了！

经过几百年的自然科学探索，科学家们早已经有了这样的信念：物理过程都是符合逻辑的，一个物理现象的出现必然有它的前因后果。因此，基于这样的信念，一个违背因果律的理论是物理学家难以接受的。量子力学的概率观引发了关于因果性的激烈争论。

薛定谔虽然创造出了漂亮的波动方程，但在他的意识里，在原子内不存在不同能级之间的量子跃迁，只有从一个驻波到另一个驻波的平衡的、连续的转变。他认为，波动力学允许重建一幅对物理现实性的、经典的、“直觉性”的图像，这种现实性意味着连续性、因果性和决定论。这种世界是牛顿式的，牛顿的宇宙是决定论的，不存在概率。玻恩不同意这个观点，对于玻恩来说，薛定谔的波动方程描绘了一个概率波。没有真正的电子波，只有抽象的概率波。玻恩发现概率是波动力学和量子现实性的核心内容。玻恩运用波动力学描绘了一幅客观存在的、超现实主义的图像，这是具有间断性、非因果性和只存在可能的客观世界。玻恩与薛定谔对波函数的理解有着完全不同的世界观。玻恩由此毫不留情地评论薛定谔，认为薛定谔的成就只剩下了一些纯数学的东西。

玻恩关于薛定谔方程的解释是自牛顿以来人类认识世界观的又一次革命性的变化。因此，毫不奇怪，薛定谔本人对这种思想不接受，还后悔自己发明了引起

这样结果的方程。爱因斯坦更是一直拒绝接受玻恩关于波函数是一种概率波的解释。虽然爱因斯坦本人曾经提出光量子假设，在量子论的发展歷程中做出过不可磨灭的贡献，但对他来说，一个没有严格因果律的物理世界是不可想象的。他说：“上帝不会掷骰子。”因果关系不能抛弃。爱因斯坦的信念成为一种信仰。他认为每个事件都有来龙去脉、原因结果，而不依赖什么“随机性”。他相信，物理学应该预言宇宙如何演化，而不仅是预言某个演化发生的可能性。爱因斯坦说：“因果性问题使我非常烦恼。光的量子吸收和发射空间能以完全的因果性要求的意义去理解呢？还是一定要留下一点统计性的残余呢？我必须承认，在这里，我对自己的信仰缺乏勇气。但是，要放弃完全的因果性，我会很难过的。”^[2]至于抛弃客观实在，更是不可思议的事情。1924年，他在写给玻恩的信中坚称：“我决不愿意被迫放弃严格的因果性，并将对其进行强有力的辩护。”科学范式和哲学基础不同，使彼此的意见分歧难以调和。就这样，在爱因斯坦和以玻尔为首的“哥本哈根”学派之间产生了伟大的论战。最终，越来越多的实验证实，因果性的丧失是确定的。

1927年10月，在比利时布鲁塞尔国际索尔维物理研究所召开的第五次索尔维会议上，爱因斯坦与玻尔发生争论。当爱因斯坦说“上帝不会掷骰子”时，玻尔斩钉截铁地回应：“爱因斯坦，不要评论上帝应该做什么。”英国物理学家霍金在评论爱因斯坦与玻尔的论战时曾说：“上帝不仅掷骰子，还掷到你不知道的地方！”

确定性的丧失：测不准原理

在量子力学中，唯一值得问的一个问题是，光表现出的是波的特性还是粒子的特性。答案就是，有时它表现出波的特性，有时又表现出粒子的特性。这取决于所做实验的类型。爱因斯坦提出光的波粒二象性，一边是波，另一边是量子，两者的客观存在都是真实不虚的。问题是：电子的位置是可以被确定的，并且它是以既定的速度运动的，量子力学是否能体现这一事实？答案是：测不准原理。

著名的“测不准原理”也被称为“不确定性原理”。1927年，海森堡阐述了著

名的测不准原理，即亚原子粒子的位置和动量不可能同时准确测量，成为量子力学的一个基本原理。该原理指出：在亚原子领域，不可能同时精确地知道电子的位置和动量。这就是说，若想测量出某一时刻的准确位置，则它的动量（或者等效于它的速度）就不能确定，反之亦然。这个原理反映出波粒二象性的悖谬：位置完全是一种粒子的典型性质，而波没有准确的定位，是一种没有质量的实体，它弥散在一个有限的范围内。这些奇怪的现象已经超越了牛顿的绝对时间和空间理论，也超越了爱因斯坦的相对论空间时间弯曲的思想，产生了一种新的量子时空观。

海森堡在他的不确定性论文中宣告了必须放弃“旧有”的科学原则：“在因果律的强表述中，当我们准确地了解了现在，我们就能够预测未来，这不是结论，而是假设！甚至从理论上而言，我们也无法知道现在的所有细节内容。因而，所有的知觉都是从大量的可能性中的一种选择，一种对未来可能性的限制。因为量子力学的统计特性是如此紧密地与知觉的不精确性相联系，有人倾向于去设想在被知觉到的统计性世界背后隐藏着因果律有效的真实世界。但是，在我们看来，这样的推测是无意义、无结果的。物理学必须给出的只是知觉之联系的形式化描述。对于真实情况的一个更好的描述是：既然所有的实验结果都遵循量子力学，量子力学确定无疑地显示了因果律的无效性。”海森堡的不确定原理清楚地宣告，因果律和决定论变得无意义了。

建立在因果律之上且独立于观察者的实在的存在，是几百年来科学家的一个心照不宣的信念，在量子理论出现以前从未发生问题。它是一切重大科学发现背后的基本范式和信念。爱因斯坦指出，量子力学“问题的核心与其说是因果性问题，不如说是实在论问题”。爱因斯坦和玻尔的思维范式是根本不同的。爱因斯坦的思维里，一直有个经典的“实在”，他认定在任何实验观测之前，观测对象是客观存在于那里的“实在”。这一信念是说，“实际的实在状态”“独立于我们的观察”而存在。这反映了他对海森堡的不确定性原理等主张“观察决定实在”的量子力学原理的不满。

实在性的丧失：当你不看月亮时，月亮存在吗

爱因斯坦同意海森堡的测不准原理，即不能同时测出基本粒子的位置和动量，但他不承认这就意味着基本粒子在任何时候都没有确定的位置和动量。“上帝不掷骰子”是爱因斯坦一直质疑“不确定性原理”的原因所在，他厌恶这种“不确定性”。他认为肯定还有更好的解释，甚至更完美、更完备的理论来解释这一切。爱因斯坦认为，量子力学只能给出概率，而常识却告诉我们，这背后显然存在着一种确定的实在。爱因斯坦认为存在着一种古典意义上的客观实在，这种信念有一种宗教感。在狭义相对论中，爱因斯坦没有假设绝对时间和绝对距离的存在，因为如果观察不到，那么说它们“真实”存在于自然似乎是没有意义的。他相信自然中隐藏着一种实在，不依赖于我们的观察或测量。爱因斯坦深信，适当的实在论的理论，应能提供在可理解的时空表达中完全按照因果（而非概率）的定律相互作用的真实实体行为的规范描述。可以说，相对于观察者的独立性和因果律对爱因斯坦具有的重要性，时空表达大概还是第二位的。

对于玻尔和海森堡来说，在没有观察的情况下，客观现实性并不存在。玻尔坚持认为，在量子世界被实验、被观察提示之前，量子世界并不存在。从“可能”到“现实”的转换发生在观察行为期间。独立于观察者的基本的量子现实不存在。爱因斯坦则反驳，当你不看月亮时，难道月亮是不存在的吗？爱因斯坦相信一个独立于观察者的客观现实的存在是探讨科学的最基本的前提。爱因斯坦不可能接受这样一个理论，即在原子尺度上“甚至不存在时间和空间这个客观世界”。在爱因斯坦和玻尔之间的辩论中，关键问题就是物理学的基本信仰和认识物理世界的思维范式。

爱因斯坦在《狭义和广义相对论浅说》中写道：“物理学是从概念上掌握实在的一种努力，至于实在是否被观察，则被认为是无关的。人们就是在这种意义上来谈论‘物理实在’的。在量子物理学以前，对这一点应当怎样理解，那是没有疑问的。在牛顿的理论中，实在是由空间和时间里的质点来表示的；在麦克斯韦的理论中，是由空间和时间里的场来表示的。在量子力学中，可就不是那么容易看得清楚了。”^[3]

玻尔认为，这种困扰爱因斯坦的不完整性并不是量子理论本身的错误，而是

我们生存的这个世界所固有的性质。玻尔后来回忆说：“爱因斯坦最善于不抛弃连续性和因果性来标示表现上矛盾的经验，他比别人更不愿意放弃这些概念。”当时以玻尔为代表的哥本哈根学派普遍认为，爱因斯坦已经变得与反对他的相对论的上一代物理学家同样“保守”，他再也无法接受与他本人坚守的哲学信念相左的某些新的物理学思想。一直到爱因斯坦去世，玻尔也未能说服他，让他认为量子论的解释是正确而完备的。

显而易见的是，实在论与尺度有关。在日常经验的尺度下谈实在论，与在微观世界谈实在论是两回事。在微观世界的尺度中，如果我们坚持按照“粒子”或“波”的数学语言来描述在微观世界水平上所发生的事情，就会涉及我们对实在的基本认识。当观察和实验的结果可能并且必须以“经典的”日常语言来描述时，微观现象并不适合于这种词汇。

总之，玻尔与爱因斯坦关于量子理论意义的论战贯穿于量子理论发展的关键时期，这场论战已成为科学史上最伟大的论战之一。在科学史上，还没有任何一个理论比量子力学带来的哲学困惑更基本，从其诞生之日起一直到有了惊人成功应用前景的今天，还伴随着激烈的哲学争论。自1925年量子力学诞生以来，关于量子力学的基本概念的理解和理论的一致性、完备性的争论，就成为掺杂着不同哲学立场的论题凸显出来并延续至今。量子力学和广义相对论之间的对抗，只有在更深的哲学范式层次上才会有结果。

局部性的丧失：量子纠缠

2001年10月2日，英国皇家邮政发行了一套纪念邮票，庆祝诺贝尔奖设立一百周年。邮票共有六种，每种对应一种诺贝尔奖。对于邮票的介绍内容，皇家邮政委任六位相关诺贝尔奖得主撰写“诺贝尔奖感言”。其中物理学奖部分由1973年诺贝尔物理学奖得主、预言量子隧道效应的英国科学家布莱恩·约瑟夫森撰写。约瑟夫森在他的感言中自由畅想，描述量子纠缠，惊人地推测：

“物理学家试图将自然的复杂性降低到一个简单的统一理论，其中最成功、最普遍的理论是量子论，其中有几个人因为量子论获得了诺贝尔奖，例如狄拉克和海森堡。一百年前，普朗克最初的想法是解释热物体辐射的准确的能量数量，开

始了以数学形式捕获神秘的、难以捉摸的、包含‘远距离神秘相互作用’世界的过程，却又足够真实，而发明了激光和晶体管等。现在，量子论与信息科学和计算机理论结合而硕果累累。这些发展也许可以解释传统科学中仍然无法理解的过程，如英国人处在前沿的研究领域——心灵感应。”

约瑟夫森的这段感言是说，如果存在心灵感应，其工作的机理可能是量子纠缠。心灵感应现象是目前科学上可以探索的问题最外面的边界。由于心灵感应的存在缺乏有说服力的实验证据，约瑟夫森的这个感言迅速受到主流科学家的激烈批评。^[4]

所谓量子纠缠，简单说来是指，在多粒子的系统中，两个曾经相互作用过的粒子，在分开之后，不管相距多远，它们都不是独立事件，彼此神秘地联系在一起。当你对一个量子进行测量的时候，另外一个相距很远的量子也可以被人知道它的状态。这是非常不可思议的客观现象。

2017年6月，中国科学家利用“墨子号”量子科学实验卫星在国际上率先成功实现了千公里级的星地双向量子纠缠分发，并在此基础上实现了空间尺度下严格

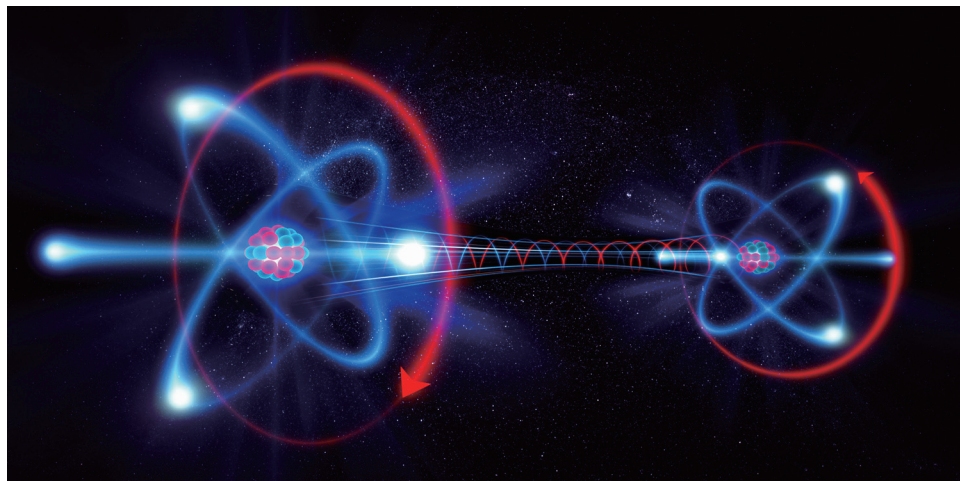


图9.5 所谓量子纠缠，简单说来是指，在多粒子的系统中，两个曾经相互作用过的粒子，在分开之后，不管相距多远，它们都不是独立事件，彼此神秘地联系在一起。当你对一个量子进行测量的时候，另外一个相距很远的量子也可以被人知道它的状态。这是非常不可思议的客观现象。

满足“爱因斯坦定域性条件”的量子力学非定域性检验，在空间量子物理研究方面取得重大突破。这意味着量子通信向实用迈出一大步。

薛定谔最早在1926年创立波动力学时就已经意识到，从薛定谔方程推论出的量子力学的一个重要特性是量子态叠加原理。态叠加原理为量子力学带来了非常怪异的特征。大家熟知的量子力学思维实验“薛定谔的猫”就是薛定谔形象描述态叠加原理的。

“薛定谔的猫”最初是由薛定谔用来解释量子力学中态叠加而提出的一个假想的例子。在量子力学中，一个粒子（猫）被关在盒子里处于或生或死的“叠加”状态，当对其进行观测时（打开盒子），处

于量子态的该粒子（猫）会迅速坍缩到活着或者死亡的确切状态，并不再变化。这本是量子力学的特有现象（观测会对量子态产生影响，即坍缩），所以在某种意义上，生活中（宏观世界）几乎不可能见到宏观化的量子效应。

这个思维实验试图从宏观尺度阐述微观尺度的量子叠加原理的问题，巧妙地把微观物质在人的意识参与观测的情况下是粒子还是波的存在形式和宏观的猫联系起来，以求证观测介入时量子的存在形式。量子纠缠与“薛定谔的猫”是类似的。如果有两个以上的东西处于不同状态的叠加，它们彼此之间一定有明确的关系，这就是量子纠缠。理论上，任何物体都可以纠缠，但事实上，物理学家只证实了原子、光子和一些基本粒子的纠缠。薛定谔曾评论：“纠缠，不是量子力学的一个普通特征，而是一个标志性的特征，正是它迫使量子力学和经典的思维方式彻底分道扬镳。”如今已经证明，量子纠缠现象在量子通信、量子计算和量子隐形



图9.6 “薛定谔的猫”。在量子层面，猫是“活”的还是“死”的，这是个问题。

传输中有广泛的应用。但是，对于这一现象的理论基础仍然处于争论之中。

中国科学院院士朱清时教授近年在介绍量子纠缠时提出：“意识是量子力学的基础，物质世界和意识不可分开。”他强调测不准原理必须要有人的意识参与，甚至意识本身就是量子物理现象。这应该是中国版本的量子纠缠“心灵感应”解读吧。

世界知名的英国数学家、物理学家罗杰·彭罗斯在畅销书《皇帝新脑》中曾专门讨论过人的意识与量子力学的关系，他在量子过程中寻找理解意识的钥匙，量子过程连接大脑网络中的电子和其他微观粒子。根据彭罗斯的观点，大脑利用量子世界的不确定效应（与波函数的“坍塌”有关）来产生摆脱初始状态的过程，这就可以说明我们根据自己的意志做出选择的体验。彭罗斯的观点同样也遭到攻击，但他对意识采用微观物理学的方法也得到了许多支持者。

早在1935年，量子力学理论的“反对者”爱因斯坦最先指出“量子纠缠”的“荒谬之处”。这种鬼魅一般的“传递”作用不但有违常理，也“违背”了爱因斯坦的相对论，但这偏偏又是无可辩驳的事实。爱因斯坦据此认为量子力学仍然存在缺陷，是不完备的。根据量子力学的“不确定性原理”，处于纠缠态的两个粒子，在被“观测”之前，其状态是“不确定”的。如果对其中的一个粒子进行观测，在确定了这个粒子状态的同时，另外一个粒子的状态瞬间也会被确定。爱因斯坦假定，对一个粒子进行观察或作用，不能对远处的另一个粒子瞬时产生作用，因为其无限大的速度超过了光速！要想让对一个系统的作用能够影响远处的另一个系统，唯一的途径就是在它们之间传递某种波、信号或信息，而且这一过程必须遵守光速限制。

爱因斯坦认为这反映了量子力学不完备性，因为它违反了可分离性原则，即两个在空间中分离的系统是独立存在的。它也违反了与之相关的局域性原理，即对一个系统的作用不可能瞬间影响另一个系统。作为用时空连续区来定义实在性的场论的拥护者，爱因斯坦相信可分离性是大自然的一种基本特征。作为相对论的捍卫者，他主张将幽灵般的超距作用从牛顿的宇宙中清除出去，规定这些作用必须遵从光速限制。因而，他也相信局域性。^[5]

自爱因斯坦开始，物理学将大自然描述为一个只能在空间中进行连续的、逐点相互作用的局域性实体的集合。这个观点符合我们对世界的直觉，也符合牛顿

的观点。局域性指的是，在某段时间内，所有的因果关系都必须维持在一个特定的区域内，而不能超越时空来瞬间作用和传播，就是说不能有超光速的超距作用。如果从全域性来看，局域性通俗地说是局部性，这是相对于整体性来说的。局域性是一种非常显而易见的原则，我们通常在下意识中肯定这个原则。如果我们想要对与我们没有直接联系的事物施加影响的话，必须经过一个个局部的过程，或者某种介质来达到效果。而人与生俱来的直觉对远距离能够瞬间产生作用力和施加影响是无法接受的，因为它是反直觉的。但量子纠缠正是在挑战人们的这种与生俱来的直觉。

1964年，北爱尔兰物理学家约翰·贝尔把量子纠缠引入实验哲学的争论当中，他所建立的“贝尔不等式”理论，可以通过实验证明。以玻尔为代表的哥本哈根学派解释的量子纠缠和以爱因斯坦为代表的局域实在论解释到底哪个需要被抛弃？贝尔不等式的证明过程非常简洁，但在量子力学基础方面扮演着至关重要的角色。1982年的具体实验证明，爱因斯坦错了！局域实在性需要被抛弃，世界是整体的！实验证明存在超距作用。那种认为相隔遥远的物质之间不能“互相作用”的观点是错误的。量子物理本质上是随机的，而相对论则具有确定性。量子物理预言，存在确实不能用局域变量描述的关联，而相对论中的一切在根本上都是局域的。2000年，中国科学家潘建伟和国外科学家合作实验，结果也否定了局域实在性。世界的局部性丧失了，世界是整体的！

量子理论打碎了人们的常识所珍视的关于实在性质的概念。它使主体与客体、原因与结果之间的界限模糊了，将强烈的整体论观念引入了我们的世界观。2017年2月7日的《物理评论快报》发表了最新验证量子纠缠实验的结果。潘建伟的博士生导师、维也纳大学教授安东·蔡林格是国际量子纠缠研究领域的领军人物，他率领团队与中国、德国、美国的合作者共同设计出了一个新的量子纠缠检验方法。他们使用遥远恒星在600年前发出的光来选择对量子纠缠粒子对进行测量（他们观测的恒星中离我们最近的也在575光年之外）。实验证明，光子的确互相纠缠，并产生了“幽灵般的超距作用”。

量子力学和经典物理学的本质区别是从连续性的丧失开始，再到确定性、因果性的丧失，再到局部性、实在性的丧失。量子力学就是以这些直觉知识为基础的。普朗克常数完全是通过波粒二象性得出的，是对自然规律中存在的不确定性

的普遍测量。实际上，如果没有物质和辐射的波粒二象性，就不会有普朗克常数，就不会有量子力学。

量子力学中的概率是根本性的科学范式，是研究问题的出发点，是前提与基础，是所有的量子力学解释都必须承认的事实之一。与经典概率范式不同，量子概率并不反映我们对于某种潜在的物理实在固有细节的无知。量子概率表示的，是量子系统与测量器件间的相互作用“实现”或“产生”特定结果的可能性大小。这是量子力学的第一个哲学前提。这种概率性预言的变化也是一种因果性的变化。与决定论的因果性不同的是，这是一种统计因果性。这是量子力学的第二个哲学前提。量子纠缠现象暗示了一种整体性的存在，量子系统的这种整体性是任何一种量子力学解释不可忽视的。这是量子力学的第三个哲学前提。量子世界在本质上是随机性的，也是整体性的。微观粒子是抽象空间中的存在，它的演化遵守统计因果性的规律。这就是量子力学的基本假设所蕴含的三大哲学基础。

在量子力学的发展史上，量子系统的纠缠性先是通过数学计算发现，然后才得到实验证明。这无疑让我们感觉到数学工具的卓越能力。目前的科学发展中，量子加密术、量子计算机及量子隐形传输，只是新的量子革命的开始。通过量子纠缠，新的量子效应正进入实际的应用当中。但是，对量子纠缠究竟是什么、它是如何发生的，量子世界为什么是概率性的，在量子测量过程中波函数的塌缩机制是什么，根据我们的常识思维无法想象的诸如此类的问题，量子力学没有做出回答，仍然是值得研究的物理学课题。

信仰之争：决定论与概率论

在世界科学发展史上，有两种认识世界的思维范式：决定论和概率论。决定论和概率论是在认识论和方法论上相互对立的两套不同的描述体系。中国科学院院士郝柏林教授在其著作《从抛物线谈起：混沌动力学引论》中总结：自然界只有一个，自然现象遵循着不依赖于人类意志的客观规律。然而，数理科学中却有两套反映这些规律的体系——确定性描述和概率论描述。这两套描述体系的发展历程中，各有一个典型的问题对于新的概念和方法起着试金石的作用。

决定论的试金石是天体力学，特别是可以严格求解的二体问题，从开普勒的

行星运动三定律，到牛顿力学的三定律，到狭义和广义相对论关于水星近日点进动和光线在太阳附近偏转的解释，到氢原子光谱乃至两条谱线间距因辐射而导致的细微移动，贯穿了经典力学、相对论、量子力学和量子场论的发展史，这一发展过程的各个阶段，构成现代数理科学的坚实知识基础。

概率论的试金石是布朗运动。1827年，植物学家布朗在显微镜下观察到悬浮在液体中的花粉颗粒的无规则运动，曾经以为看到了生命运动的基本形态。1905年，爱因斯坦引用随机过程概念，成功预言布朗运动的基本性质，随后被皮兰的实验观测证实，这就引出了朗之万方程、普朗克方程、维纳的连续积分表示、昂萨格泛函，以及涨落场论等一系列发展。它们同样是深入研究大自然，特别是复杂系统行为的必要知识基础。这两套描述体系的发展，有许多并行之处，同时在认识论基础上有着深刻的对立。世界究竟是偶然的还是必然的，围绕这个哲学命题的争论，同样牵动着自然科学家的思绪。

19世纪，决定论思想深入人们的骨髓。牛顿除了发现万有引力，还创造了决定论哲学。建立在牛顿设置的基础之上的传统的宇宙是决定论的、精确的宇宙。这种决定论哲学仍然统治着我们的思想，支配着我们的信仰，并指导我们的行动。拉普拉斯有一个著名的决定论宣言，他认为万物都由物理定律所规定，连一个细节都不能更改，过去和未来像已经写好的剧本，宇宙的发展只能严格按照这个剧本进行，无法跳出这个限制。

在决定论中，所有的现象都能被称作时空中的一个因果关系的发展。起源于古希腊的因果性思想是基于这样的信念，无论何时何地，物质的行为都是有序的、可预测的。深受牛顿影响的哲学家康德在哲学名著《纯粹理性批判》中断言，因果性是一切理性思维的逻辑上必然的先决条件。他这样定义因果性：“所有的变化都根据因果联系的规律来发生。”因果性概念包含这样一种思想：原因通过联系来引起结果的存在。牛顿时代的人们坚信，因果性是物理世界的本质中固有的。这种概念在随后的两个世纪中没有改变。牛顿正是在对于原因的寻求中，引入了万有引力作为行星椭圆运动的原因，而没有这个原因行星会沿着直线运动。虽然万有引力在数学描述上达到了惊人的成就，但如何在物理上解释这种超距的万有引力，牛顿以“我不构造假设”为由宣告了其他万有引力物理解释的失败。

爱因斯坦的狭义相对论颠覆了因果关系。通常人们认为在各种联系中，原因

必先于结果。然而，根据狭义相对论，两个事件的顺序不是绝对的。相对论告诉我们，叫作结果的事件可能先于原因发生。这样，因果联系的概念是有缺陷的。对于因果性给予毁灭性打击的是英国数学家、哲学家罗素，他在文章《论原因概念》中写道：“所有哲学家，不管属于哪个流派，都以为因果性是科学的一个基础性公理。然而，奇怪的是，在高深的科学中，比如在引力的天文学中，原因一词从来没有出现过。”

在量子力学中，海森堡的不确定性原理在动摇决定论信念中起到了重要作用。哥本哈根学派坚持，大自然中的事件只能由概率和统计解释，而爱因斯坦、普朗克、薛定谔等为代表的科学家群体不同意这种观点，他们对于因果性和决定论坚持经典力学概念。最有代表性的是爱因斯坦与玻尔之间的论战。这场著名的“范式”争论的要点在于，量子物理规律的统计性是由于我们缺乏知识而采用的权宜之计。爱因斯坦说的“上帝不会掷骰子”已成为科学史上这场争论的著名标签。

在量子力学中，利用海森堡不确定性原理可以证明，任何一个系统都不可能同时具有确定的动量和确定的位置坐标。1926年10月19日，泡利在一封写给海森堡的信中巧妙地总结：“这就仿佛我们有两只眼睛，一只眼睛可以观测动量，另一只眼睛可以观测位置坐标，但如果我们同时睁开两只眼，那就该精神分裂了。”在这种不确定现象的基础上，玻尔提出了互补性原理。互补性能容纳波粒二象性的自相矛盾的性质。既然粒子和波是某个基本现象互补却又互相排斥的两个方面，那么任何实验都不能同时提示这两面。著名的“杨氏双缝干涉实验”中，人们观察到了光所具有的明显的波动性。而在光电效应的实验中，人们将一束光照在金属表面上时，观察到的将是光作为粒子的特性。光到底是波还是粒子，这个问题毫无意义。玻尔认为，无从得知光“到底”是什么。在量子力学中，唯一值得问的一个问题是，光表现出的是波的特性还是粒子的特性。答案就是，有时它表现出波的特性，有时又表现出粒子的特性，这取决于所做实验的类型。玻尔说，我们生活在一个经典的世界里，我们的经验是经典的经验。超越了这些概念，你就跨越了知与不知的界限。

对于玻尔来说，量子力学的核心是波粒二象性。其余的一切包括不确定性原理在内，都是用两个截然相反的经典概念，即波与粒子，去描述本质上是非经典的对象所产生的物理和数学结果。依照玻尔的说法，量子理论告诉我们的并

不是什么可测量，而是什么可认知。玻尔在解释量子力学时，把重心放在语言问题上。玻尔说：“不存在量子世界，只有抽象的量子物理学描述。以为物理学的任务是发现自然是如何的，那是错误的。物理学关心的是我们能够对自然说些什么。”^[6]

海森堡承认玻尔已经让他注意到了——他曾忽视的关键点——测不准原理正是波粒二象性的结果。玻尔认为波粒二象性是自然界的本质特点，在微观水平上，大自然表现为必然的波粒二象性。如果我们想限制它的粒子方面，波动就从视野中消失；如果我们要突出它的波动方面并使之可以观察，它的粒子性质就消解了。波粒二象性只是在互补性的范围内才可以得到解释。测不准原理暴露了经典概念的适用性的限制，而互补性则强化了测不准原理的基础。



图9.7 玻尔提出了互补性原理。互补性能容纳波粒二象性的自相矛盾的性质。既然粒子和波是某个基本现象互补却又互相排斥的两个方面，那么任何实验都不能同时提示这两面。就像这幅丹麦心理学家鲁宾设计的著名图形“鲁宾之杯”所显示的，到底是人脸还是一件工艺品，完全要看观者注视的角度是在图形还是在背景上。我们如果直视画面，看到的是一只瓶，如果视线集中在白色部分上，又会浮现出两个人的脸形。它们是一个整体，互相支撑、互相补充。这个图形的双重意象形象地说明了互补性的特点。

海森堡的做法是运用数学来引申新理论的含义，而玻尔则从哲学上来反映量子实体的本质。两位物理学家的做法相辅相成，各自丰富了对方的观点，这种主流的对于波函数的解释被称为量子论的“哥本哈根”解释。量子力学的哥本哈根学派，以玻尔为首的，由多数曾在哥本哈根工作过的科学家组成，还有海森堡、

玻恩、泡利等。量子理论的哥本哈根解释的基础是不确定性原理、波粒二象性、玻恩的波函数概念诠释。海森堡于1955年首次使用“哥本哈根解释”这一术语。量子力学的哥本哈根解释已经成为量子力学的同义词。

海森堡测不准原理在哲学上的意义在于，它从物质构成的最底层，将所有事物的产生和构成，都解释为概率的一个表现，而不是一个必然的结果！换句话说，就是没有所谓客观存在，也没有所谓必然结果。不论实证主义还是实用主义，玻尔哲学最重要的特点是其根本的反实在论。在说到独立存在于我们测量器件的潜在物理实在时，它否认量子理论有任何意义。它否认量子理论的进一步发展会使我们更接近于某种尚未揭示的实在的可能性。这一反实在论的思想，彻底撼动了经典决定论的世界观。^[7]

量子理论宣告：绝对的因果性是不存在的！世界是随机性的！上帝是掷骰子的！量子论革命的破坏力是相当惊人的。量子理论的核心——不确定性原理、互补原理、概率解释，摧毁了世界的（绝对）客观性，新的量子图景展现出一个前所未有的世界。

从海森堡和玻尔的研究成果（即哥本哈根学派的解释）中，我们可以得出有关量子实体的两个基本观点。第一个观点是，量子实体是统计性的、非确定性

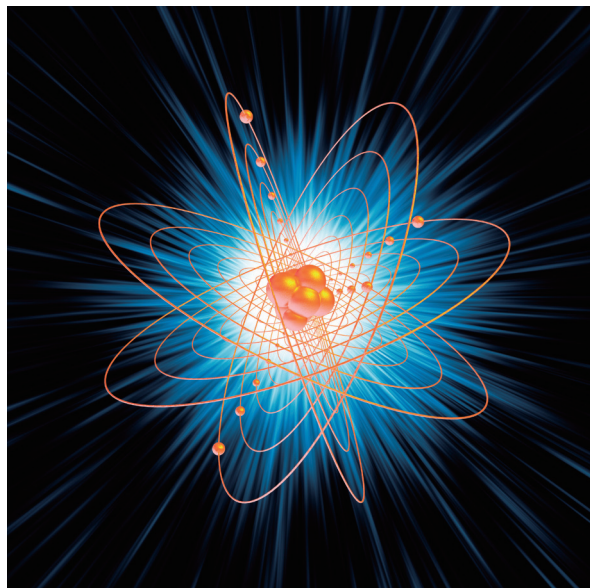


图9.8 量子理论宣告：绝对的因果性是不存在的！世界是随机性的！上帝是掷骰子的！量子论革命的破坏力是相当惊人的。量子理论的核心——不确定性原理、互补原理、概率解释，摧毁了世界的（绝对）客观性，新的量子图景展现出一个前所未有的世界。

的。第二个观点是，如果不确切说明你打算通过什么实验安排去测量量子对象的物理性质，空谈量子的物理性质是毫无意义的。量子实体，在某种程度上是观测者创造的实体。正如物理学家约翰·惠勒所说，“没有被观测到的现象，就不是现象”。^[8]

决定论在20世纪首先遭到了量子论的严重挑战，随后混沌动力学的兴起使它彻底被打垮。我们现在已经知道，即使没有量子论把概率这一基本属性赋予自然界，就牛顿方程本身来说，许多系统也是极不稳定的，任何细小的干扰都能够对系统的发展造成极大影响。因此，想凭借牛顿方程来预测整个系统从理论上说也是不可行的。著名的“蝴蝶效应”就是讲由初始条件敏感引发的不确定性结果。

1986年，著名的流体力学权威，詹姆士·莱特希尔爵士在英国皇家学会纪念牛顿《自然哲学之数学原理》发表300周年的集会上做出了轰动一时的道歉：“现在我们都深深意识到，我们的前辈对牛顿力学的惊人成就是那样崇拜，这使它们把它总结成一种可预言的系统。而且，说实话，我们在1960年以前也大都倾向于相信这个说法，但现在我们知道这是错误的。我们以前曾经误导了公众，向他们宣传满足牛顿运动定律的系统是决定论的，但这在1960年后已被证明不是真的，我们都愿意在此向公众表示道歉。”

量子力学是20世纪物理学的重大成就，也是人类智慧历史上最重要的一个革命性的突破，是对“宇宙实际由什么构成”的最深刻描述。今天，在量子论的引导下，它的各个分支以火箭般的速度发展，给人类社会带来了伟大的技术革命。量子力学引导出了许多工业发展，像核能发电、核武器、激光、半导体元件以及今天的计算机。如果没有量子力学的发展，这些都不可能出现。半导体导致了晶体管的发明，而在晶体管的发明基础上又出现了计算机、微电子学以及通信和信息革命！从半导体到核能，从激光到电子显微镜，从集成电路到分子生物学，量子论把它的光辉播撒到人类社会的每一个角落，成为有史以来在实用中最成功的物理理论。

虽然爱因斯坦在与玻尔的争论中从未给玻尔致命一击，但他的挑战是持续和发人深省的。爱因斯坦从来没有提出自己的哲学解释，以适合物理理论。相反，他用超然的眼光看待量子力学。1934年，爱因斯坦在《我的世界观》一文中说道：“上帝是奥妙无穷的，但他并不怀有恶意。”

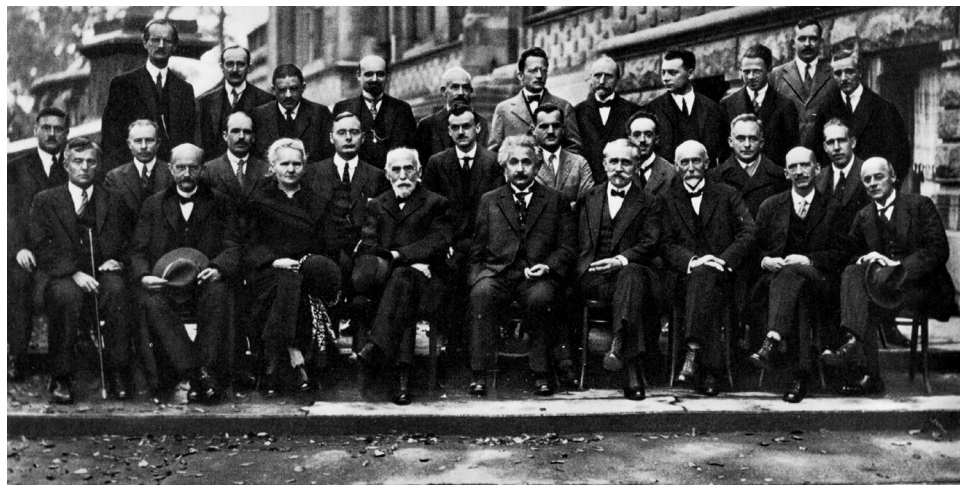


图9.9 1927年10月在比利时布鲁塞尔国际索尔维物理研究所召开了第五次索尔维会议。世界上最著名的物理学家聚在一起讨论重新阐明的量子理论。此次会议最令人瞩目的是爱因斯坦和玻尔的论战。

第一排左起：欧文·朗缪尔、普朗克、居里夫人、洛伦兹、爱因斯坦、朗之万、查尔斯·欧仁·古耶、查尔斯·威尔逊、欧文·里查森。

第二排左起：彼得·德拜、马丁·努森、威廉·劳伦斯·布拉格、亨德里克·安东尼·克雷默、保罗·狄拉克、康普顿、德布罗意、玻恩、玻尔。

第三排左起：奥古斯特·皮卡尔德、亨里奥特、保罗·埃伦费斯特、爱德华·赫尔岑、顿德尔、薛定谔、维夏菲尔特、泡利、海森堡、拉尔夫·福勒、里昂·布里渊。

参考文献

- [1] 库马尔. 量子理论：爱因斯坦与玻尔关于世界本质的伟大论战. 包新周, 伍义生, 余瑾译. 重庆：重庆出版社, 2012. 86
- [2] 爱因斯坦. 爱因斯坦文集（第一卷）. 许良英, 李宝恒, 赵中立, 范岱年编译. 北京：商务印书馆, 2016. 191
- [3] 爱因斯坦. 狭义与广义相对论浅说. 杨润殷译, 胡刚复校. 北京：北京大学出版社, 2006. 157
- [4] 克雷格. 量子纠缠. 刘先珍译. 重庆：重庆出版社, 2011. 188
- [5] 克莱因. 数学与知识的探求. 刘志勇译. 上海：复旦大学出版社, 2005. 182
- [6] 巴戈特. 量子迷宫. 潘士先译. 北京：科学出版社, 2012. 106
- [7] 爱因斯坦. 狭义与广义相对论浅说. 杨润殷译, 胡刚复校. 北京：北京大学出版社, 2006. 157
- [8] 克雷格. 量子纠缠. 刘先珍译. 重庆：重庆出版社, 2011. 188



10

振动的时空： 多维的世界

前文曾提到爱因斯坦的伟大在于两次改变了人类的时空观。如果从另一个角度看，爱因斯坦也是大一统理论的顶级高手。在爱因斯坦手里，争论了三百多年的光的粒子性和波动性统一于光的波粒二象性中，狭义相对论使时间和空间统一在一个四维框架中，而广义相对论则把引力和狭义相对论统一在一个弯曲时空中。爱因斯坦后半生致力于把广义相对论和电磁理论统一起来的宏伟目标。在量子力学发现之后，爱因斯坦相信，统一场论会产生量子力学这个副产品，但他没有成功，因为他的统一尝试只包含了宇宙中四种相互作用力中的两种，而没有考虑弱作用力和强作用力，因为那时还没有明确这四种作用力的存在。爱因斯坦留下的是一个巨大而孤寂的背影。



时空中的场

物理学中把弥散在时空里的称为场（field）。以前，物理学家们想象世界是划分为物质和能量的，物质寓于粒子之中，而能量则寓于场内。这些场同粒子相互作用导致了粒子运动。而现在人们懂得，任何东西都可看成相互作用的量子场。就物质实体来说，没有别的，只有场量子的转换和构成，这就是存在的一切。于

是，物质的思想消失在场的概念之中了。

场，规定着找到量子的概率。

场的概念是在19世纪出现的。1799年，意大利物理学家伏特发明了电池，这让物理学家有史以来第一次有可能使用稳定电流进行实验。1820年，丹麦物理学家奥斯特在一次讲课时注意到，当他让电流通过电线时，附近的一根指南针偏转了。这是电与磁之间感应现象的第一次明证。顺着这一线索，1831年，英国物理学家法拉第发现了电磁感应现象，在做了广泛的电性和磁性实验之后，特别强调指出了电性和磁场的物理性质。他把带电粒子看作无限大的场中的点。他认为，不是粒子，场才是最基本的物理对象。

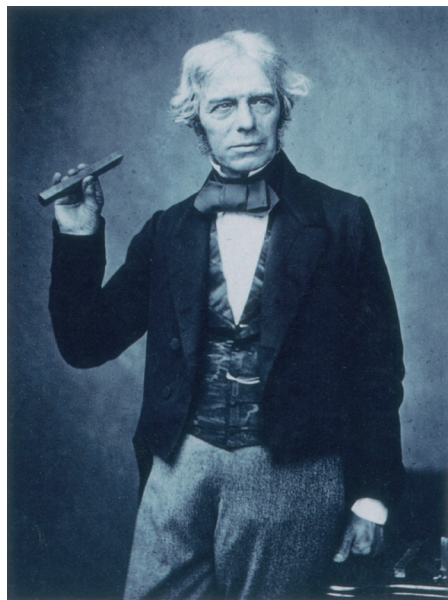


图10.1 法拉第认为，不是粒子，场才是最基本的物理对象。

场的概念，简单地讲，就是空间会因为某些源（source）的存在而出现扰动，场是无色、无味、无重量的客观存在。一个最常见的例子是一块伸向铁钉的磁体。法拉第对此的描述是，磁体或者线圈周围的空间由于源的存在发生了“扭曲”。在磁铁周围的空间中充斥着“磁力线”，磁力线现象就是场存在的证明。法拉第关于场的物理性质的直观设想，终于在麦克斯韦关于光的电磁理论中实现了。麦克斯韦给这种看不见的曲线起了一个名字：磁场！

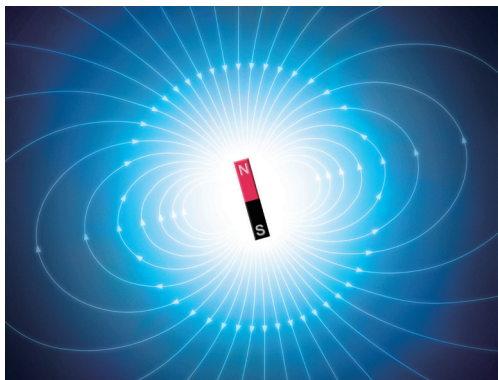


图10.2 法拉第认为，不是粒子，场才是最基本的物理对象。一个最常见的例子是一块伸向铁钉的磁体。法拉第对此的描述是，磁体或者线圈周围的空间由于源的存在发生了“扭曲”。在磁铁周围的空间中充斥着“磁力线”，磁力线现象就是场存在的证明。

麦克斯韦用“场”的概念解释了电和磁在不接触的情况下进行传递的机制。麦克斯韦用数学方式表达了法拉第关于电和磁的思想。麦克斯韦发表于1865年的论文中，总结归纳了著名的麦克斯韦方程。在麦克斯韦理论中，电场和磁场不是数学虚构，它们能携带电量和动量。场是一个物理实体。实体是一系列场，微观世界以及整个世界都可看作相互作用的场。在19世纪50年代，“场”这样的想法对人们的思想观念具有根本性的冲击。当时人们根深蒂固的思想是，在牛顿的世界中，空旷的空间内一无所有。但在麦克斯韦的世界中，空旷的空间中到处都是电势和磁势。电磁理论认为，从宇宙诞生之时到现在，世界的各个角落都存在电磁场。

对于现代物理学而言，场的思维范式发挥了核心作用。在基本粒子的标准模型中，不仅是电磁力的背后存在电磁场，夸克和电子等粒子也具有各自的“夸克场”和“电子场”。在解释“上帝粒子”希格斯玻色子时，就是“希格斯场”的存在，导致希格斯玻色子的产生。爱因斯坦认为：“经典的场概念是对科学精神的最大贡献。”1931年，他在评论现代科学的构造性时说：“根据牛顿体系，物理实在的特征可以用空间、时间、质点和力（质点之间的相互作用）诸概念来表述……麦克斯韦之后，人们将物理实在构想为连续的场，可以用偏微分方程来表示，但

不能从力学上来解释。对于物理学来说，这种现实观的改变是自牛顿以来最深刻、最有成效的。”^[1]

爱因斯坦终生致力于用场论来描述自然。场论用数、矢量、张量等数学量来描述空间中任一点的条件如何影响物质或其他场。他的狭义相对论从讨论电磁场开始，广义相对论的基础则是描述引力场的方程。在广义相对论中，空间和时间的学说，即运动学，已不再表现为同物理学的其余部分根本无关了。物体的几何性状和时钟的运行都是同引力场有关的，而引力场本身却又是由物质产生的。爱因斯坦总结说：“广义相对论成为场论纲领发展中的最后一步。从量上来说，它对牛顿的学说只做了很小的修改，但在质上却是很深刻的。惯性、引力，以及物体和时钟的度规性状，都归结为单一的场的性质：这个场本身也假设是取决于物体的。”^[2]

爱因斯坦的波粒二象性是指场和粒子的二重性，量子理论认为场和粒子不是不同的东西，而是可以互补的。物质粒子可以理解为各种场的量子，每种基本粒

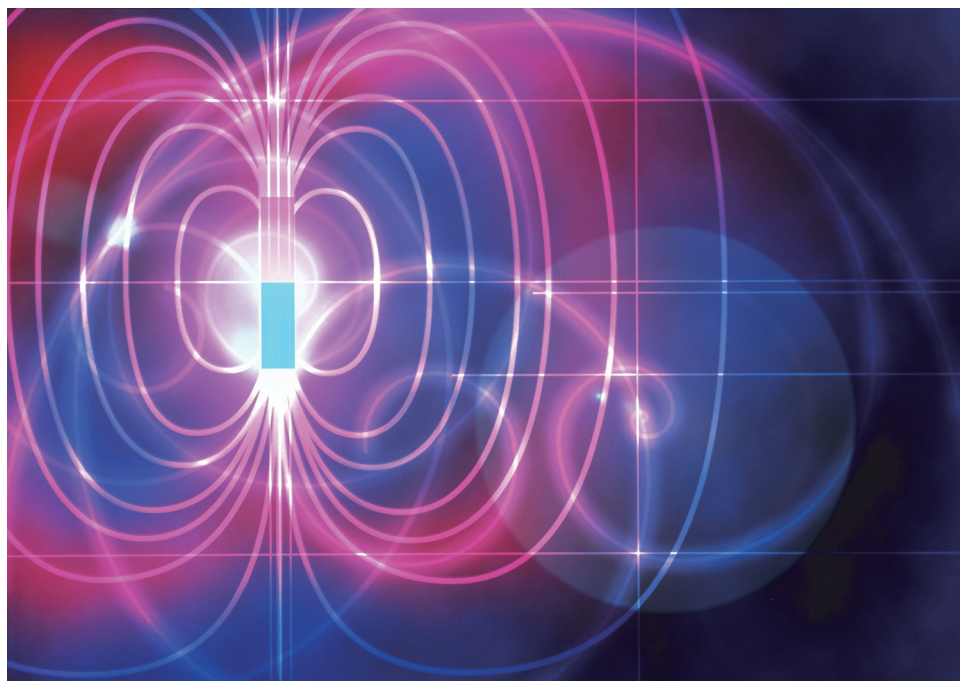


图10.3 当今的粒子物理学架构，是量子场论，其中所有作用力以及粒子都用场来表示。

子都有一种场。这是量子场论的中心观点：最基本的实体是一系列符合狭义相对论和量子力学规则的场。一切其他的东西都是由这些场的量子动力学导出的推论。这就是相对论量子场论。当今的粒子物理学架构，是量子场论，其中所有作用力以及粒子都用场来表示。

量子力学的哥本哈根学派认为，基本的实体是一系列的场，但其表现形式则是粒子。如果掌握了这些遍布在四维时空中的场，就可以推导出相应的作用力。物质粒子可以理解为各种场的量子，恰恰就如同光子是电磁场的量子一样，设想每种基本粒子都有一种场，就这样，宇宙居民被认为是一系列的场：电子场、质子场、电磁场，而粒子则降格为仅是附带现象了。从本质上看，这个观点直到今日仍是有生命力的，并构成量子场论的中心信条：最基本的实体是一系列符合狭义相对论和量子力学规则的场；一切其他东西都是由这些场的量子动力学导出的推论。^[3]

“杨-米尔斯”规范场

早在1928年，英国物理学家狄拉克就完成了海森堡矩阵力学和薛定谔波动力学之间的数学转换，对量子力学理论进行了系统的总结，并将狭义相对论和量子力学两大理论体系成功地结合起来，揭开了量子理论发展的第三阶段——量子场论的序幕。著名的狄拉克方程就是结合量子力学和狭义相对论推导出来的，不过该方程只把目光集中到了电子的运动上。显然，把量子力学仅应用在电子中是不合理的。于是，1929年，海森堡和泡利提出了适用于电子和电磁场的量子理论。但是，该理论在对实验中应该观测到的量进行计算时，出现了无穷大的值，量子场论于是陷入了迷茫。直到1954年，杨振宁和米尔斯提出了“杨-米尔斯”规范场理论，使量子场论出现了重大转机。

在抗日战争时期的西南联大和美国芝加哥大学上学的时候，杨振宁就酝酿着扩展麦克斯韦电磁理论的构想。这个想法最初开始于1915年爱因斯坦完成广义相对论。数学家赫尔曼·外尔研究该理论后，发现了广义相对论和麦克斯韦电磁理论的相似之处，并阐明这两种理论背后美丽的数学结构。1929年，外尔写了一篇文章，确立了“规范不变性”概念。在这篇文章中，他将规范不变性和广义相对

论紧密地联系在一起。杨振宁听说后，受到启发，认为应该还存在其他类似的理论。1954年，杨振宁把这一想法告诉了自己的同事罗伯特·米尔斯，他们共同合作提出了现代规范场理论的基础：“杨-米尔斯规范场”理论。

杨振宁和米尔斯将他们写好的论文投寄到美国《物理评论》杂志，题目是《同位旋守恒和同位规范不变》，文章在1954年10月1日刊出。这篇论文成为影响往后半个世纪物理科学最重要的论文之一。从今天看来，这篇文章之所以重要，是因为它指出了麦克斯韦方程的唯一推广。这是意义深远的发展，一方面因为麦克斯韦方程是今天物理学、电子工程与通信工程的基础，另一方面推广的主要观念是广义的对称——广义的规范不变性。在20世纪下半叶的物理科学发展中，电弱理论和量子色动力学，以及粒子物理整个规范的所谓“标准模型”，是极为关键的重大成就，引领着整个物理科学发展的走向，而这些理论都是基于杨-米尔斯规范场的数学结构发展出来的。

根据麦克斯韦的电磁理论，存在电场或磁场的时候，如果有带电粒子从其中通过，那么粒子的运动就会在电磁场的影响下发生变化。杨-米尔斯理论也涉及电磁场那样的场，不过该理论的场不仅会改变粒子的运动状态，还会使粒子的种类发生变化。弱力可以让中子变为质子，该过程可以用杨-米尔斯理论解释。杨振宁和米尔斯继承了麦克斯韦的电磁理论和爱因斯坦的广义相对论的数学结构。刚开始的时候，大家普遍把“杨-米尔斯规范场论”看作数学理论，而不是物理理论。他们原本的出发点是纯粹数学，但没有想到这个美丽的数学理论可以对物理学中的弱力和强力性质进行解释。

麦克斯韦理论预言了电磁波的存在。后来发现电磁波是一种叫作光子的粒子，而且这种粒子没有质量。因为杨-米尔斯理论是对麦克斯韦理论的补充，所以该理论预言了类似光子的没有质量的粒子。这种没有质量的粒子就是传递强力的胶子，可是当时人们还不知道除光子以外的其他没有质量的粒子。杨-米尔斯理论预言“没有质量的粒子”一直是一个重要的问题。在数学上没有明确的定论，这是一个难以证明的问题，它被命名为“杨-米尔斯规范场存在性和质量缺口假设”，与著名的庞加莱猜想、黎曼假设等难题一起被克雷数学研究所列为2000年发表的七大“千禧年大奖难题”，奖金是一百万美元。目前仍无人精确解答这个问题。^[4]

规范场理论革命给予物理学家们一个有关物质实体内在结构的深刻启示，即作为相互作用媒介的一切粒子都是规范对称性的产物。规范，顾名思义就是“测量的标准”。比如，测量长度有米、寸等不同的标准，但这两种不同的标准却可以做适当的对称转换，而不影响测量的效果。杨-米尔斯规范场的思想把对称概念置于场的概念之先，即规范场是对称的推论；通过对称的思想，把所有粒子一网打尽地进行统一解释。“规范”这个词与测量或测量的仪器有关。在物理学中，当一个对象可以用几种不同的方式描述时，没有先天的理由去判定哪种更优越，一个规范就是描述物理对象所用的特定的方式。规范对称指的是不同规范之间的等价性。规范对称与我们以往认知的对称很不一样，它更像一套规则。规范和规范对称都是很抽象的概念。20世纪60—70年代，许多学者引入自发对称破缺观念，这个当时没有被物理学界看重的理论发展成今天的标准模型。这被普遍认为是20世纪后半叶基础物理学的总体成就。



图10.4 在20世纪下半叶的物理科学发展中，电弱理论和量子色动力学，以及粒子物理整个规范的所谓“标准模型”，是极为关键的重大成就，引领着整个物理科学发展的走向，而这些理论都是基于“杨-米尔斯规范场”的数学结构发展出来的。（图为中年杨振宁）

宇宙的四种基本力

几千年来，人类已经发现的宇宙的所有现象，都可以简化成四种基本作用力，分别是引力、电磁力以及只在微观世界才有的强作用力和弱作用力。引力是指具有质量的物体吸引对方靠近的力，引力会压缩空间，这种压缩给我们带来的体验就是自己的体重。引力的有效作用距离可以无穷大，但它在原子或原子核的相互作用过程中弱到完全可以忽略不计的程度。引力在四种力中最弱。电磁力是长程力，包括电力、磁力和光本身，其有效作用距离可以被看作无穷大。电磁力的传

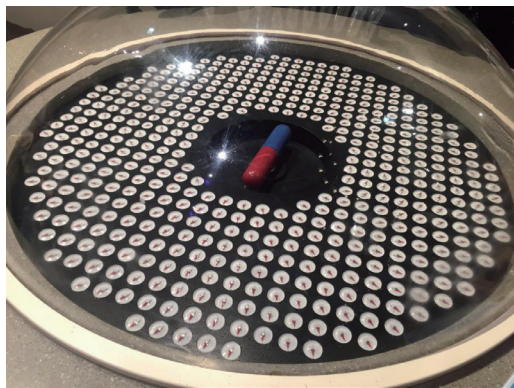


图10.5 电磁力是长程力，包括电力、磁力和光本身。磁场图的中间红蓝磁铁的转动，磁力会使所有其他的小红指针发生转动。（朱海松摄于广东科学馆）

播子是人类在日常生活中唯一可以切身感受到其存在的基本粒子——光子。强作用力是指原子核中质子与中子相互吸引的力，只在原子核的范围内起作用，在四种力中最强。弱作用力是指引发中子衰变成质子等变化的力，是超短程力，是四种力中第三强的。弱力也与我们的生活密切相关，在太阳燃烧的过程中，弱力就发挥了重要作用。

2011年3月11日，日本大地震引发的福岛第一核电站的核事故，放射

性物质带来了广泛的污染。其中产生射线的原因就是弱力。四种基本作用力所指的“力”并非牛顿力学意义上的力，而是更广泛意义上的力。例如，使物体相互吸引靠近或相互排斥远离，以及改变粒子的种类等，这些都称为“力”。^[5]

人类日常生活中所有的力都可以归纳为最基本的四种力，这是非常了不起的。物理学家经过长期的不懈努力，对各种现象进行观察与分析，将其归纳概括为定律，最终才发现了这一令人震惊的事实。用尽可能少的力来解释所有的现象是物理学的目标。我们用爱因斯坦的广义相对论来理解引力，用量子场理论来理解其他三种力。这些作用力在基本层面上的理论构架是不同的。这使得科学家们思考宏观宇宙尺度上的作用力和微观微粒子尺度上的作用力是否同源的问题。广义相对论用时空曲度和物质能量间的关系来解释引力；量子场理论的解释对象则是存在于时空内部的粒子间的相互作用。现有的研究成果和观测发现，可以在理论上阐释强相互作用、弱相互作用、电磁相互作用的统一，于是，产生了统一理论（Grand Unification Theory, GUT）。虽然统一理论能解释强相互作用、弱相互作用和电磁相互作用导致的物理现象，但仍然无法将引力纳入该系统中。根据近一个世纪的科学探索与观测，理论物理学家们由此得出了一些关于力的统一的假说，其中影响深远的就是上文谈到的标准模型。标准模型理论是一套描述强力、弱力及电磁力三种基本力及组成所有物质的基本粒子的理论。标准模型可以正确

地描述基本粒子之间的相互作用，但仍不完备，因为它不包括引力。

标准模型与“上帝粒子”

现代基本粒子物理学的基础理论标准模型认为，物质是由“构成物质的基本粒子”构成，并通过交换“传递力的基本粒子”而结合在一起。传递力的基本粒子包括传递电磁力的光子、传递强力的胶子、传递弱力的玻色子以及可能传递引力的引力子。标准模型描述了构成宇宙万物的基本粒子。基本粒子是构成物质的最小单位，是不可再分割的。如果没有这些基本粒子的存

在，宇宙中所有事物之间都不会产生任何相互作用。标准模型将物质的存在作为自己的起点。那么到底组成万物的基础粒子是什么呢？它们是怎样相互影响而产生作用的呢？在标准模型中，粒子没有内部结构。我们之所以能找到这些构成大千世界的基本粒子，在于标准模型的核心数学方程表达了它们之间是如何相互作用的。标准模型的前身是物理学家杨振宁和米尔斯在1954年首先提出来的。通过后来许多学者的改进，发展成今天的标准模型。

标准模型理论隶属量子场论的范畴，并与量子力学及狭义相对论兼容，是自牛顿经典物理以后最接近大一统理论的一套自然哲学观。标准模型描述了除万有引力之外人类所知的全部物理学基础理论。标准模型不仅包括电磁力、强力和弱力的相互作用法则，而且还将其中的两种力统一起来。标准模型告诉我们，电磁力和弱力是同一事物的两种不同表现方式。在标准模型中，自然界中的三种基本力的种种细节都被涉及，并且已经用精确的数学语言表达了出来。这套理论主导了20世纪50年代以后的物理学发展，而且与实验高度吻合。今天，通过冷酷的计算，科学家们根据标准模型理论所做的各种推测都得到了实验数据的证实。理论

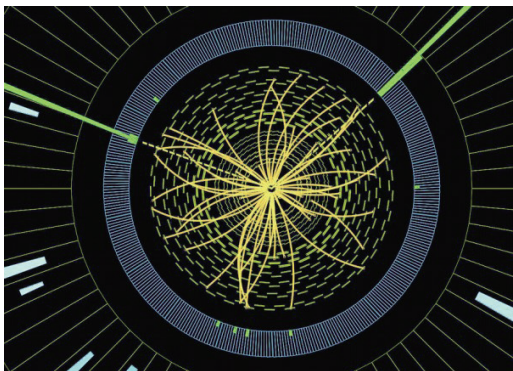


图10.6 欧洲核子研究中心发布的质子对撞后形成的运动轨迹图（资料图片）

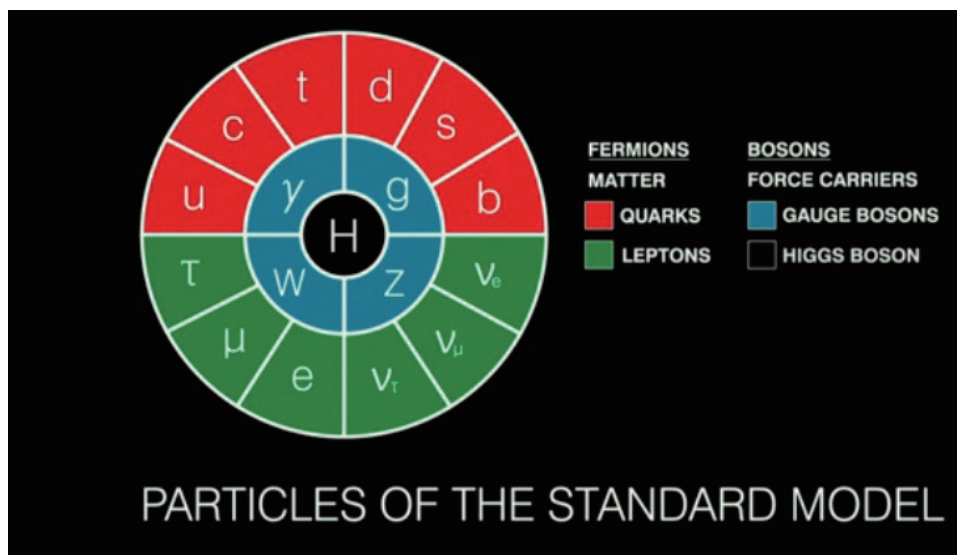


图10.7 英国BBC纪录片《粒子狂热》剧照。“上帝粒子”处于标准模型的核心位置。标准模型理论所预测的“上帝粒子”希格斯玻色子在2012年被发现。

和实验的吻合程度已经达到一亿分之一的精度。这也是人类科学史上为了检验一种理论所做出的最精确的实验。科学界对这个理论非常有信心，所以称之为“标准模型”。标准模型是在本源层次上解释自然结构的基础理论。

位于标准模型的核心位置的是被称为“上帝粒子”的希格斯玻色子。人类对物质基本单元的探索过程，先后从原子到原子核和电子，再到质子和中子，最后到夸克。当今的基本粒子论认为，粒子分为“玻色子”和“费米子”两类。“玻色子”是根据印度物理学家玻色的名字命名的，他与爱因斯坦共同发表了“玻色-爱因斯坦统计法”；“费米子”是根据意大利物理学家费米的名字命名的，费米首先提出了弱力理论。我们把传递力的粒子统称为“玻色子”，如光的粒子是光子，强力的粒子是胶子，弱力的粒子是W玻色子和Z玻色子，强力和弱力就是靠这些粒子来往进行传递的。与此相对，电子和夸克这种直接构成物质的粒子叫作“费米子”。围绕在我们身边的万物都是由基本粒子标准模型中的17种基本粒子组合而成的，它们的自旋特性不同。在标准模型理论中的其他粒子被实验发现之后，标准模型理论所预测的“上帝粒子”希格斯玻色子在2012年被欧洲核子研究组织

(CERN)发现,英国BBC纪录片《粒子狂热》呈现了公布发现“上帝粒子”的动人场面。

什么是上帝粒子呢?这要从质量说起。有个问题一直困扰着物理学界,那就是物体的质量是怎样来的。宇宙中的基本粒子都有不同的质量,没有这些质量,就不会形成原子,以及世间的万物。但是,是什么创造了质量,为什么不同的粒子拥有不同的质量?质量与构成宇宙万物的基本粒子密切相关。在爱因斯坦著名的方程 $E=MC^2$ 中,把能量和质量通过光速联系在一起。我们知道光是没有质量的,所以光速是宇宙中速度的极限,没有任何物质的运动能超过光速!这个方程给我们的启示是,之所以所有物质的运动速度都不能超过光速,是因为它们都有质量!需要强调的是,“质量”不仅简单地代表物体所含的物质的量,它的另一个意义在于物体获得加速度的难度。所以,光子的(静止)质量是零,因此光能以理论上空间中的最快速度运动。有质量代表无法被加速到光速!那么,物质的质量是如何产生的呢?质量是通过什么样的机制产生的呢?20世纪60年代,英国物理学家彼得·希格斯思考物质拥有质量的根本原因。

希格斯大胆设想:粒子穿行于空间,就像人突然掉进泥浆中,浑身上下被泥浆包裹,重量就增加了,所以空间就好比泥浆,粒子好比在泥浆中穿行的人。粒子想要加速运动,就得付出代价,在宏观世界中就体现为“质量”。空间中的这种使物质获得质量的机制,被称作“希格斯场”。粒子通过希格斯场的作用而获得质量。“希格斯粒子”被认为普遍存在于希格斯场中,遍布整个空间,其作用是把质量赋予那些没有质量的粒子。基本粒子是否具有质量,取决于是否遇到“希格斯粒子”。如果遇到了“希格斯粒子”,便获得了质量。“希格斯粒子”被认为是一种创造了世界万物的粒子。有了它,基本粒子就有了质量,粒子才会结合为原子;有了原子,才会有分子;有了分子,才能形成人们所见的世界。这就是为什么它会被赞誉为“上帝粒子”的原因。希格斯场的“上帝粒子”是目前关于宇宙中的质量之源最广泛的被接受的理论。“上帝粒子”的发现使标准模型得到进一步完善。

2012年,欧洲核子研究组织在日内瓦的“大型强子对撞机”(LHC)通过对撞实验,初步确认发现了“希格斯粒子”,定名为“希格斯玻色子”,证明了“希格斯场”的存在。希格斯本人也因此荣获2013年度诺贝尔物理学奖。

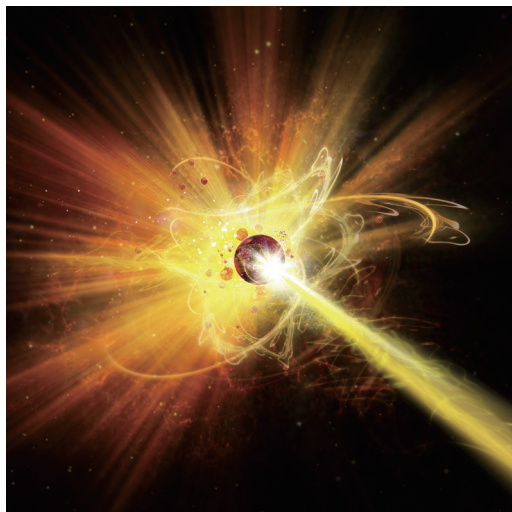


图10.8 粒子对撞艺术图

1928年，物理学家狄拉克提出宇宙中每个基本粒子都有反粒子。1937年，意大利物理学家马拉约纳进一步进行理论预测，在费米子中可能存在一种粒子，是自己的反粒子，这种“正反同体”粒子的存在预言，让科学家苦苦追寻。2017年7月20日，美籍华裔科学家张首晟和团队在美国《科学》杂志发表论文，证实首次发现手性马拉约纳费米子，并命名为“天使粒子”，结束了物理学界80年的寻找。张首晟

是杨振宁先生的学生，他的这一发现，意味着距离获得诺贝尔奖不远了。在物理学历史上，诺奖的桂冠多次落在粒子物理研究的重大突破上，中子、正电子、J粒子（丁肇中）、中微子等的发现均获得了诺贝尔奖。而这些诺贝尔物理学奖，许多与标准模型有千丝万缕的联系。标准模型理论的建立过程包括了40多位诺贝尔奖得主在内的众多物理学家的智慧。

人们知道杨振宁先生在物理学上的贡献是他与李政道共同创想的宇称不守恒。这是杨振宁在物理学中一个很突出的贡献。同时，他在统计物理中同样有很高的地位，而另一重要的成就是标准模型的规范场理论。规范场理论和麦克斯韦的电磁场理论、爱因斯坦的引力场理论是人类迄今为止所发现的三大场理论。杨振宁先生是中国自明清以来最伟大的物理学家，在世界物理学界有崇高的地位。从世界科学史的发展眼光看，他可以比肩牛顿、麦克斯韦、爱因斯坦、海森堡、薛定谔以及狄拉克这些伟大的名字。

1994年，美国富兰克林学会将北美地区奖额最高的科学奖鲍尔奖颁发给杨振宁。颁奖的正式文告说：“授奖给杨振宁是因为他提出了一个广义的场论，这个理论综合了有关自然界的物理规律，为我们对宇宙中基本的力提供了一种理解，很大程度上重构了近40年来的物理学和现代几何学。这个理论模型，已经排列在牛顿、麦克斯韦和爱因斯坦的工作之列，并必将对未来几代产生类似的影响。”^[6]

虽然标准模型对实验结果的解释很成功，基于杨-米尔斯方程的预言已经在全世界范围内的著名实验室中所进行的高能实验中得到证实，但从未被接受为基础物理的完全理论。这是因为，包括杨振宁本人在内的许多科学家都认为，标准模型肯定不是最终的大一统理论，主要原因是该模型并不包括宇宙间四大作用力中的引力（重力）！

杨振宁先生自己评论说：“尽管标准模型取得了惊人的成就，但它并非最终的理论，没有完全解决统一场论的最终目标，即囊括电磁学和广义相对论的统一场论。这也是爱因斯坦晚年致力的目标，却未取得成功。标准模型理论包含众多人为添加的常数。更重要的是，其基础——对称破缺机制——仅仅是一种唯象的概念。”唯象理论是指，在物理学中解释物理现象时，不用其内在原因，而是用概括实验事实而得到的物理规律。唯象理论是实验现象的概括和提炼，没有深入解释的作用。也就是说，唯象理论对物理现象有描述与预言功能，但没有解释功能。

历史地看，在统一四种基本作用力的科学道路上，当前是“四缺一”，由于对引力的忽略，标准模型未能为最初的宇宙膨胀找出一个机制。2016年发现的引力波，为更深入地研究引力开辟了全新的道路。一旦人类将所有的四个基本作用力整合在一起，这时会有什么突破？关于这一点，《上帝与新物理学》一书的作者，英国物理学家保罗·戴维斯写道：“我们能够改变时空的结构，了解宇宙万物的来龙去脉，让物质变得井然有序。控制超作用力后，我们便能任意地组合与改变粒子，制造出前所未有的物质形态。我们甚至能左右空间的维度数，制造出具有不可思议属性的人工世界。我们将成为宇宙的主宰。”

一切都在振动：多维的时空

1923年，年轻的法国贵族德布罗意为量子理论增添了“德布罗意波”，他因此赢得1929年的诺贝尔物理学奖。在爱因斯坦狭义相对论的启发下，德布罗意大胆提出，波粒二象性不仅适用于光，也适用于物质，万物皆有波粒二象性！他的论证大致是这样的：爱因斯坦的公式 $E = MC^2$ 联结了质量与能量，普朗克和爱因斯坦又把能量与波的频率联系起来， $E = h\nu$ （ E 是能量， h 是一个量子普朗克常数， ν 是振动频率）。这两个公式的结合意味着物质也应该具有波一样的形态。粒子的这种

波动性对于日常所见宏观物体之所以不明显，是因为普朗克常数 h 的值非常之小的缘故。要是普朗克常数大得多，宏观世界将比它现在的样子奇特得多。然而，因为普朗克常数如此之小，物质的波粒二象性只有在基本粒子的微观世界才明显。当然，要是普朗克常数为零，也就没有这种二象性，世界就完全是“经典的”了。量子理论之父普朗克感叹：我对原子的研究最后的结论是——世界上根本没有物质这个东西，物质是由快速振动的量子组成的！这样看来，没有任何东西是静止的，根据量子力学，并非光才有波粒二象性，万物皆有，一切都在振动！

当广义相对论和量子理论在超小时空互不相容时，爱因斯坦在他的后半生中，一直在寻找统一场论，即一个能在单独的包罗万象的数学框架下描写自然界所有力的理论。他渴望以前人从未成功达到的清晰来揭示宇宙活动的奥秘，由此展示自然界的美丽和优雅。但是，爱因斯坦没有成功。直到20世纪70年代，弦论登场了。弦论的提出，其目的就是统一电磁力、弱力、强力和引力这四种基本作用力。弦论是一个更具野心、走得更远的尝试。弦论是一个迷人但尚未证明的统一理论。根据弦论，宇宙的基本构成要素不是点粒子，而是有点像弦乐器的上下振动着的一堆琴弦。弦论的弦被认为是深藏在物质核心里的。弦论的弦小得可怜，平均大约是普朗克长度的尺寸。弦论“抹平”了时空短距离性质，从而也令喧嚣的量子波浪安静了许多。弦论似乎解决了广义相对论与量子力学间的矛盾，所有物质和力都来自同一个基元：振动的弦。

弦论的核心概念认为：物质与能量的最小单位，不是点状的粒子，而是微小、振动的弦。电子被设想为一根弦，它在长度非常小的尺寸上振动并旋转，这个尺寸小到我们用最先进的粒子加速器都无法探测到。弦论试图提供统一的图像，这里每种粒子都是弦上不同振动的模式。而且，就像吉他弦可以弹奏出许多不同的音符，这些基本弦也有许多振动模式。弦论认为这些弦的不同振动，对应大自然的不同粒子与作用力。假设弦论成功了（尚待验证），那么大一统理论便大功告成。因为这样一来，所有粒子和作用力都出自同一本源，它们都是基本弦的外在表现与激态。可以说，“弦”是最基本的零件，构成整个宇宙，当你下探到宇宙最底层时，一切都是弦。^[7]

弦论有两个基础：量子力学和相对论。弦论提供了一个以量子力学为开始、以广义相对论为结束的优美逻辑。弦论将向什么方向发展？弦论承诺会统一引力

和量子力学。为了让描述超弦理论的方程能够连接广义相对论和量子力学方程，解释自然界中的粒子，统一基本力等，必须发明额外的维度。在量子宇宙中，能量的不确定性导致时空扭曲而出现不确定性，引发远处出现波动，或者更特殊的情况下导致度量标准的波动。因此，整个几何都会变得不确定；维度的概念甚至维度的数量都变得不可捉摸，超出了人类现有实验的测定能力。超弦理论所需要用到的数学要求存在至少十个维度。也就是说，如果要弦论有意义，宇宙应该是十维的：九维空间加一个时间维。十维空间是宇宙这座大琴的音箱，拨动这些最小单位的弦造成不同的音高与音色，产生不同的基本粒子，进而发展出所有的物质与作用力。必须承认的是，人类的大脑和眼睛，只是为了应付三维空间和四维时空的各种情况演化出来的，不具备辨识和解析高维度空间物体的能力。如果弦论是真的，那它又一次极大地变革了我们对时空的认识。



图10.9 超弦艺术图。根据弦理论，宇宙的基本构成要素不是点粒子，而是有点像弦乐器的上下振动的一堆琴弦。弦论的弦被认为深藏在物质核心里。

弦论告诉我们，需要确切维度是十。人类所能感知的是四个维度，四个维度是通常人们经验的“传统”时空，另外再加上额外的六个维度。超弦理论多出了六个维度。这神秘的六维空间，在我们看不到的尺度里主宰着我们大千世界的千变万化。

怎样理解这多出的六维空间呢？

如果弦论是正确的，在四维时空的任意一点，都会存在一个隐藏的六维“卡拉比-丘流形”。弦论家发现，卡拉比和丘成桐两位数学家已经描述了一个六维的几何形状，这正是弦论方程所需要的。如果我们用卡拉比-丘空间来代替在空间中卷曲的圆圈，就会得到十维：三维空间，加上六维的卡拉比-丘空间，再加上一维时间。

丘成桐是国际知名数学家，美籍华人，34岁时获得国际数学界最高奖菲尔兹奖，是美国哈佛大学终身教授。丘成桐证明了卡拉比猜想，以他的名字命名的卡拉比-丘空间是物理学中弦论的基本概念。卡拉比猜想只是丘成桐众多数学成就的一部分。他对微分几何和数学物理的发展做出了重要贡献。

丘成桐说：“我们现在所能看见的这一小部分宇宙，构成了一个半径大约137亿光年的球体。这一球体有时被称为‘哈勃体’，但没人相信宇宙的整体范围只是如此而已。根据目前所得最佳数据，宇宙似乎是无穷延伸的。目前我们所见到的不过是冰山一角。宇宙不仅超出我们所能看见的范围，而且可能还有更多的维度，比我们所熟悉的三个空间维度还要多一些。”

弦论假定了在我们日常的三（或四）维空间之外还有更多的维度，借此将几个自然力统合起来。大多数的弦论都主张总共需要十维或十一维的时空才能达到这种大融合。弦论若要有效果，

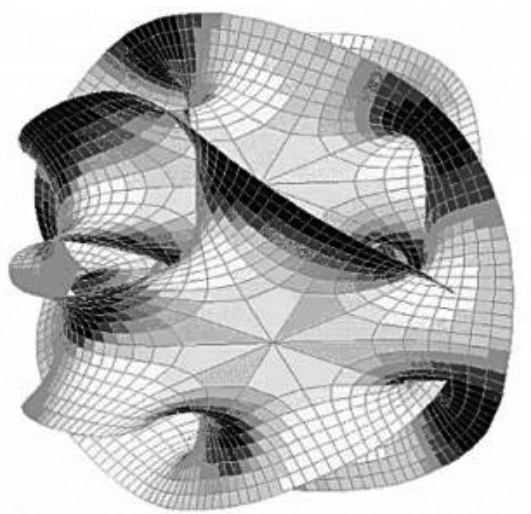


图10.10 “卡拉比-丘”空间

这些维度的空间必须具备某个特定的大小形状，至于哪种正确，未有定论。换言之，几何学在弦论中扮演着重要角色。额外维度的几何性质很大程度决定了我们所在的是怎样的宇宙。而卡拉比-丘流形为宇宙的隐藏维度提供了几何说明。^[8]

在20世纪90年代，宇宙学家们提出了令人信服的证据，证明弦论实际上需要十一维，即十维的空间和一维的时间。弦理论演变成超弦理论，这里的“超”是对称的意思，超对称理论是标准模型的一个延伸。科学家们希望超弦理论最终演化成M理论。M理论是作为“物理的终极理论”而提议的理论，希望借由单一理论来解释所有物质与能源的本质与交互关系。弦论家的一个巨大希望就是可以从神奇的更高维世界的性质简单地推导出我们所有关于电荷和规范对称的概念。

弦论还远未被证明正确还是错误。另一方面，由弦论所激发的数学却是正确和漂亮的。一些非常重要的数学公开问题就是由于弦论所激发的灵感得以解决。它们可以建立在严格的数学理论上。由此，数学为验证由弦论所激发出的构想是否正确——或至少是否自洽，提供了一种方式。不容置疑的是，那些结果在数学上都是正确的。虽然这很振奋人心，但仍然没有能够证明弦论是统一自然的理论。目前看来，弦论对物理学的意义尚不及对数学的意义。对于弦论，湖南科技出版社出版的《宇宙的琴弦》一书有生动的介绍。我们相信在新世纪的科学革命中，关于对宇宙空间和时间的全新看法，将激发出动人心魄的理论。

2015年12月21日下午，在中国科技会堂，为了纪念广义相对论诞生100周年，著名数学家丘成桐发表了题为“几何：从黎曼、爱因斯坦到弦论”的演讲，追溯了为广义相对论发展奠定基础的黎曼几何，回顾了影响广义相对论发展的物理学突破，并谈及量子力学和引力理论相结合、引力场量子化将成为这个世纪的重要问题。丘成桐在讲座中说：“我认为，21世纪将会是量子力学和引力理论相结合的世纪。我们希望从引力场的观点提供量子力学和粒子物理的新的想法，而引力场量子化将成为这个世纪的重要问题，弦论是一个相当不错的起点。无论是超对称还是高维空间的想 法都需要实验证明，但任何证明支持这些观念的现象都会是人类对于宇宙认识的一大步。我们需要大量的物理学家、数学家、工程师参与这个世纪大问题。假如我们中国的科学家能够带动这个研究，我想都会青史留名，不只是拿诺贝尔奖那么简单。这是一个很重要的事情，希望我们中国的科学家能够努力。”

宇宙的琴弦：平行宇宙

人们一直在追问，宇宙大爆炸之前是什么状态？事实上，以超弦理论为集大成者，今天的科学家群体，不仅给出了“大爆炸”创世之后的宇宙发展历程（包括宇宙消亡的历程），同时也给出了“大爆炸”之前宇宙存在的假说。这其中，除了大家已经熟知的黑洞、虫洞等相关理论外，还有令人惊异的平行宇宙理论。平行宇宙是指多元宇宙中所包含的各个宇宙。多元宇宙是一个理论上无限可能存在的宇宙集合，包括一切存在和可能存在的事物：所有的空间、时间、物质、能量以及描述它们的物理法则和物理常数。

平行宇宙的理论历史可以追溯到20世纪六七十年代。随着爱因斯坦影响力减弱，哥本哈根学派的解释成为量子力学的代名词，超出哥本哈根学派解释的范围公开质询量子力学的奇迹几乎是被禁止的。但是，有不轻信的人准备挑战哥本哈根学派的正统意义，其中一位是休·埃弗雷特三世（Hugh Everett III）。爱因斯坦在1955年4月去世时，埃弗雷特24岁，在普林斯顿大学读硕士学位。两年后，他获得博士学位，他的博士论文题目是“论量子力学的基础”。他在这篇论文中证明，量子实验的每个可能的结果在现实世界中有可能是实际存在的。根据埃弗雷特的看法，对于被困在盒子里的薛定谔的猫，这将意味着在盒子打开的时刻，宇宙会分开，出现两个宇宙，一个宇宙中的猫死了，而另一个宇宙中的猫仍然活着。他指出，在量子力学中，存在多个平行的世界，在每个世界中，每次量子力学测量的结果各自不同，因此不同的历史发生在不同的平行宇宙中。埃弗雷特称他的解释为“量子力学的相对状态表示”，表示用他的所有量子状态都可能存在的假定，可以得出像哥本哈根学派解释一样对实验结果的量子力学预测。他的导师是著名物理学家约翰·惠勒。但是，埃弗雷特的论文在1957年发表后十多年都没有人注意，他的专业幻想破灭，离开学术界，进入美国五角大楼做运用博弈论进行战争的战略策划，直到1982年去世。他没能活着看到“多世界解释”的平行宇宙被众所周知。

量子宇宙学家在试图解释宇宙是如何诞生的奥秘时，已认真地考虑这种解释。多世界的解释让他们绕过一个哥本哈根学派的解释无法回答的问题：什么样的观察能使整个宇宙的波函数消失？

按照哥本哈根学派的解释，需要有一个观察者在宇宙以外对它进行观察，但除了上帝之外没有这样的观察者，因此宇宙只可能是各种可能状态的叠加，而非可能实际存在。这是一个显而易见的长期存在的测量问题。薛定谔方程将量子现实世界描述为各种可能性的叠加，并赋予每个可能性一个概率范围，但不包括测量行为。在量子力学的数学中没有观察者。该理论没有讲到波函数的消失，也没有涉及在观察和测量时，量子系统的状态发生突然的和 discontinuous 的变化。在埃弗雷

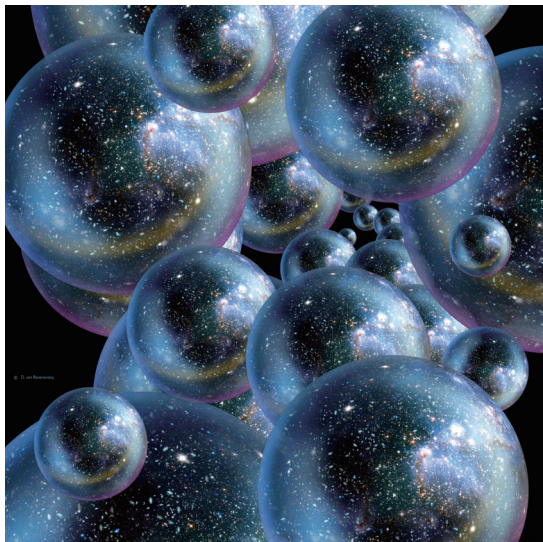


图10.11 在量子力学中，存在多个平行的世界，在每个世界中，每次量子力学测量的结果各自不同，因此不同的历史发生在不同的平行宇宙中。

特的多世界解释中，不需要造成波函数消失的观察或测量，因为每种量子的可能状态在一组平行宇宙中作为实际现实并存。^[9]

但是，如果额外维度存在的证据最终被找到，那也并非必然意味着弦论本身就是正确的。实际上，很多科学家根本不相信这些理论。《奇异宇宙与时间现实》一书的作者、巴西科学家罗伯托·M.昂格尔和美国科学家李·斯莫林明确反对平行的多重宇宙理论。他们指出，同一时间只存在一个唯一的宇宙。“平行宇宙学说认为同时存在多个宇宙，这一学说常常被用来把当代物理学谬误粉饰成真理。”在21世纪初期的今天，弦论及其他众多与之类似的学说，都无法在我们所观察的宇宙中得到验证。但是，弦论和这些学说却是主流理论对某些现象不充分决定论的一个很好例子。宇宙多元论把失败的解释变为真理的途径是：假设每一种对宇宙多元论有利的学说，都有与之对应的一个宇宙，那么在这个宇宙中，多元论拥有决定事物真伪的无上权力。

英国物理学家霍金在其著作《大设计》中有两个被认为最为激进的观点，可以视为他建构宇宙的要点：一是他声称利用量子理论证明了“多重宇宙”的存

在，我们这个宇宙只是同时从无中生出、拥有不同自然法则的多个宇宙中的一个；二是他预言 M 理论（可以视为“超弦理论”的升级版）作为“多重宇宙”法则的一种解释，是“万有理论”的唯一切实可行的候选者。霍金的新构想是将整个宇宙看成一个量子粒子，用宇宙波函数来描述多重宇宙（不止一个，是无数个宇宙）的无穷集合。如果霍金说得没错，世上就存在无数平行宇宙。其中很多宇宙具有不同的物理常数，大多数宇宙都是一片死寂，不具备孕育生命的物理定律。但是，在某个宇宙中，它的物理定律恰好符合生命的条件，这就是我们的宇宙。按照霍金的理论，我们的宇宙只是无数的平行宇宙之一，每个宇宙都透过复杂的虫洞系统与其他宇宙相连接。

人类试图寻找不同现象之间的联系，或者它们背后隐藏的原因——这就是所谓的“统一”。用统一化的方法去描述自然的各个层面，是物理学家的永恒追求。理解宇宙中发生的各个事件之间有着隐藏的联系给我们带来了智力满足感，时空观的革命给整个社会带来了难以想象的巨大变化。爱因斯坦说：“宇宙最不可理解的事情是它是可以理解的。”

在路上：无边界的宇宙

美国宇航局于1977年发射的两艘“旅行者号”宇宙飞船是目前仍在运作的宇宙飞船中距离地球最远的。其中“旅行者1号”飞船在经过长达35年的长途跋涉，飞行超过约178亿千米之后，于2012年飞离太阳系的边缘，首次进入星际空间。

“旅行者1号”上携带了一块特殊的金属板，上面刻有人类男女的形象，这是希望它能够向外星传去地球人类的信息。“旅行者”1号和2号上都携带了一个小小的金属铭牌，在铭牌中描述了“旅行者”飞船的制造者人类的形象，并用14颗脉冲星的相对位置标示出太阳系在宇宙中的准确位置，还注明了太阳系中地球的位置等。铭牌上面标明了飞船出发的时间和地点，这是考虑到当它们飞出太阳系，在茫茫宇宙中飞行时，有朝一日可能遭遇其他外星文明的飞船。“旅行者”飞船搭载的唱片，刻录了来自地球的声音和图像资料，这些声音和图像都经过精心选择，目的是准确地反映我们地球上生命的多样性以及地球上的文明。其中收录有中国古琴大师管平湖演奏的古琴曲《高山流水》。“旅行者号”上的唱片信息传播

十分缓慢，会持续长达10亿年。尽管“旅行者号”是人类发射得最快的飞行物体，但它还是得花费几万年的长途跋涉才能到达最近的恒星。

“旅行者1号”已在太空中飞行了超过四十年之久！2012年，人类收到它发出的信号，由于距离太遥远，虚弱的电信号用了11小时20分钟才传回到地球。这是“旅行者1号”发出的最后信号。这意味着，它将永远消失在人类的视野中，孤独地穿行在茫茫宇宙空间，带给人类的是对于辽阔而深邃宇宙的无限遐想……

我们的银河系是几千亿“银河系”中的一个，我们的星球是这个银河系中千百亿颗星球中的一颗，我们自己是这一星球上几十亿成员中的一个，但我们竟能接近理解无法用语言表达的生存秘密，这确实是人类的伟大和神秘。人类被不可思议地赋予足够的能力去理解我们的处境，克服地球的局限，最终接近超越时空本身的深渊的可能性。这是前所未有的冒险！19世纪，俄国科学家齐奥尔科

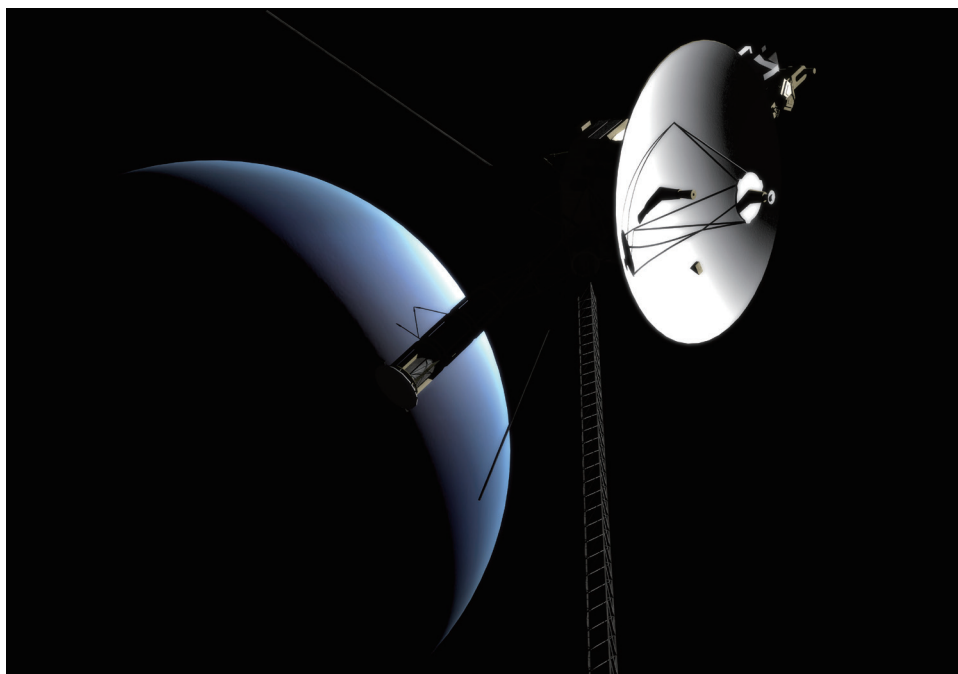


图10.12 “地球是人类的摇篮，但人类不能永远生活在摇篮里。”图为“旅行者1号”飞跃太阳系的海王星。

夫斯基的墓志铭上镌刻着他的名言：“地球是人类的摇篮，但人类不能永远生活在摇篮里。”

2016年4月，英国著名科学家、《时间简史》作者史蒂夫·霍金与一位互联网投资人公布了一个叫作“突破摄星”（Breakthrough Starshot）计划的项目，这是一个大胆的星际旅行计划。突破摄星项目的目标是开发数千个重量仅为几克的邮票大小的纳米小型太空星际飞船，飞往我们最近的恒星系，距离地球大约4光年远的半人马座 α 星，并发回照片。这样人类就可以知道是否有适宜人类居住的地外行星。

2017年6月，美国太空探索技术公司创始人、CEO马斯克在《新太空》杂志上公布了其雄心勃勃的火星殖民计划，其文章标题是《使人类成为一个多星球物种》。在马斯克的火星殖民构想中，最核心的部分是可以重复利用的火箭-宇宙飞船组合体，马斯克管它叫作“星际运输系统”。马斯克说，最终他希望能有1000艘或者更多的宇宙飞船，每艘可以搭载一百或者更多的人，在火星时间窗口离开地球轨道。马斯克指出，在接下来50 ~ 100年时间里，通过这种方法可以将100万人送往火星。马斯克预言，再过十年，人类就可以实施这一伟大的计划。

宇宙是有规律、有秩序的，还是偶然的、杂乱无章的呢？人类是被有意识地安置在这一为我们的存在而特殊准备的行星上，还是仅仅只是宇宙中偶然的、无足轻重的随机事件呢？对宇宙命运问题答案的不可抑制的渴求，造就了人类自身的崇高品质；驱使人类不断探索关于自身、神秘的自然界、宇宙的结构以及使宇宙间一切活动得以进行的力量知识。正因为如此，人类自身的存在也有了特殊的意义。^[10]

最新的科学发展促使我们不断地检验那些固有的思维范式，这些发展改变了我们的生活以及审视大自然的思维方式。科学哲学，是基于当今科学知识所做的概括和思考。随着知识从一个时代到另一个时代的改变，哲学也必须改变。霍金在《大设计》第一页上宣称“哲学已死”，因为“哲学跟不上科学，特别是物理学现代发展的步伐”，看来哲学正在经受着来自科学家们的猛烈攻势。霍金的意思是，世界本源是所有哲学流派的终极思考，而现在科学界已经给出了世界本源和宇宙发展的全部解释，所以，哲学的使命已经终结了。科学发展的程度，决定了哲学的方向、内容、形式与方法。哲学只有与科学紧密结合并深深植根于科学

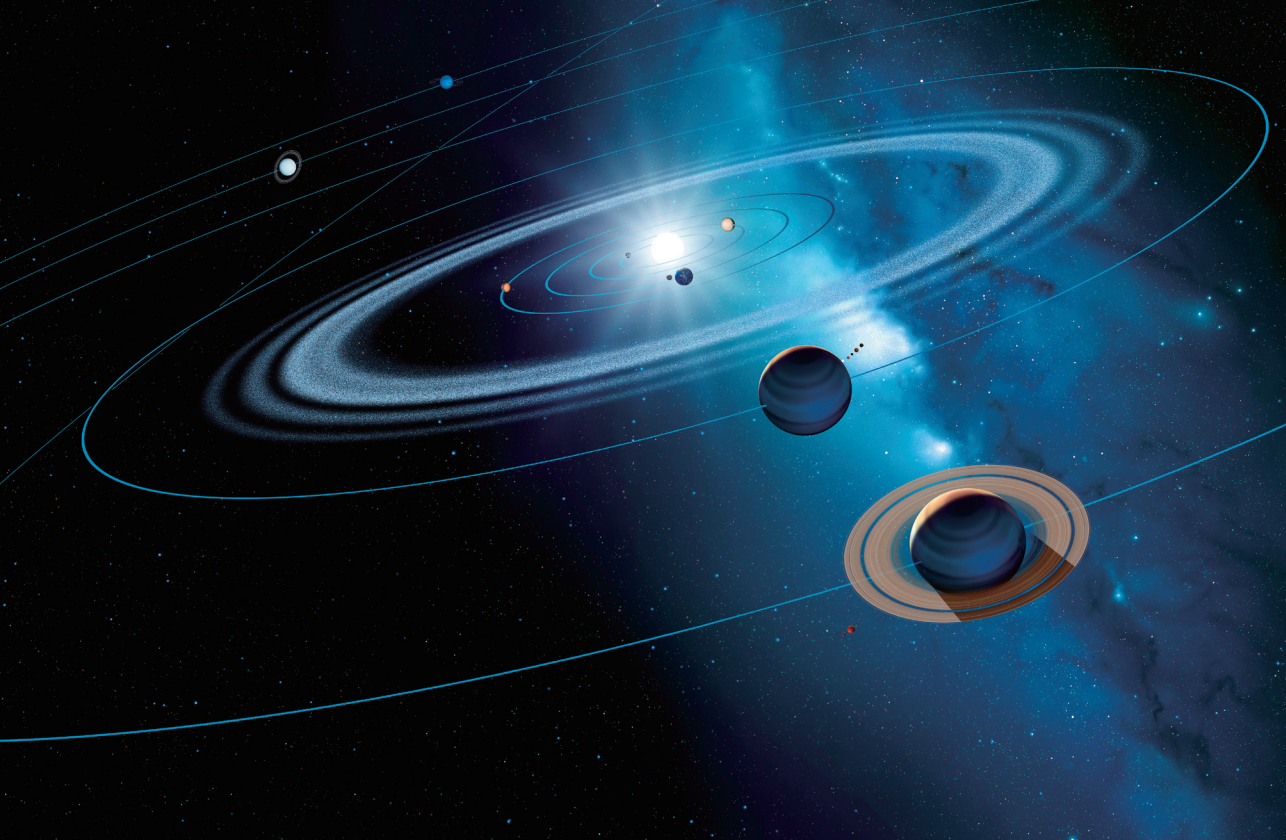


图10.13 宇宙是有规律、有秩序的，还是偶然的、杂乱无章的呢？人类是被有意识地安置在这一为我们的存在而特殊准备的行星上，还是仅仅只是宇宙中偶然的、无足轻重的随机事件呢？对宇宙命运问题答案的不可抑制的渴求，造就了人类自身的崇高品质；驱使人类不断探索关于人类自身、神秘的自然界、宇宙的结构以及使宇宙间一切活动得以进行的力量知识。正因为如此，人类自身的存在也有了特殊的意义。

的基础之上，才能获得进步与发展，而一旦离开科学的土壤，就会枯萎和停止发展。深入研究哲学进步与科学发展的内在联系，总结科学与哲学发展的规律，有助于正确认识现代科学对哲学的影响和哲学发展的方向与趋势。

当霍金宣称“哲学已死”时，无独有偶，中国著名物理学家、科学院院士朱清时在第二届世界佛教论坛上，从佛教哲学的角度思考了弦论，他的讲话“物理学步入禅境：缘起性空”引起了舆论的关注。

朱清时院士作为国际著名物理学家和教育家，立足于当代物理学最新成果，与佛教哲学相结合，探讨了物质与意识的本质意义。他以爱因斯坦的统一场论和流行的弦论，与佛学经典进行比较研究，认为在弦论之中，情况发生了根本变化。过去认为是组成客观世界的砖块的基本粒子，现在都是宇宙弦上的各种“音符”。多种多样的物质世界，真的成了“一切有为法，如梦幻泡影，如露亦如电，

应作如是观”(《金刚经》)。物理学到此已进入了“自性本空”的境界!

朱清时说了一句引起广泛关注的话:“科学家千辛万苦爬到山顶时,佛学大师已经在此等候多时了!”这段话让很多佛教界人士激动,认为这是把佛教置于科学之上的观点。后来,朱清时与佛教界人士进行对话时,强调佛教和科学之间可以相互借鉴,并非谁可凌驾于谁之上。

早在宇宙大爆炸模型得到公认之时,天主教会就曾激动不已。当时的教皇强烈赞同大爆炸模型,认为这是对《圣经》中“创世记”的一个科学解释。后来在科学家“劝说”下,教皇不再发表科学与《圣经》之间必然联系的言论。爱因斯坦曾专门谈过科学与宗教的关系,他认为科学只能断言“是什么”,而不能断言“应当是什么”,而在它的范围之外,一切种类的价值判断仍是必要的。与此相反,宗教只涉及对人类思想和行动的评价,它不能够有根据地谈到各种事物以及它们之间的关系。依照这种解释,过去宗教同科学之间人所共知的冲突应当完全归咎于对上述情况的误解。尽管宗教领域和科学领域本身界线分明,可两者之间还是存在牢固的相互关系和依存性。“在我看来,人类精神越是向前进化,就越可以肯定地说,通向真正宗教感情的道路,不是对生和死的恐惧,也不是盲目信仰,而是对理性知识的追求。”爱因斯坦强调,“没有宗教的科学是瘸子,没有科学的宗教是瞎子。”^[11]

日本禅学大师铃木大拙有世界的禅者之美誉,他在《禅是什么》一书中,探讨宗教的真正价值在哪里。他说:“在今天,科学的进步只表现在对现实世界的成功研究,但对人类内心欲望的研究,没有做出任何贡献。我认为,若不消灭‘真我’之外的‘生物我’,不改变科学研究的基本立脚点,人类不久将会走向灭亡。人类具有在超越现实世界的基础上,建立价值世界的强烈需求,科学却企图完全否定人性中必不可少的这一部分。”^[12]

爱因斯坦常说自己有很深的宗教感情,人们往往就以为他沦为了神学的俘虏。这显然是一种误会。他所信奉的是“宇宙宗教”。什么是“宇宙宗教”?他认为:“科学研究能破除迷信,因为它鼓励人们根据因果关系来思考和观察事物。在一切比较高级的科学工作的背后,必定有一种关于世界的合理性或者可理解性的信念,这有点像宗教的感情。”就是说,他所“信仰”的,是自然界的规律性和可知性,而不是拟人化的上帝。爱因斯坦说:“我信仰斯宾诺莎的那个在存在事物

的有秩序的和谐中显示出来的上帝，而不信仰那个同人类的命运和行为有牵累的上帝。”^[13]

爱因斯坦有句名言：“有两种东西是无限的，一是宇宙，一是人类的愚蠢；对于前者我还不太确定。”科学发展史告诉我们，人类用了两千多年的时间，才把人从宇宙的中心拿开！人只是宇宙一个微小的组成部分。自17世纪以来，科学先驱们用他们智慧的心智，让我们只凭借头脑和一些工具，就可以计算出支配数十亿光年外的物质的定律。虽然是我们在这个不起眼的小行星上发现的物理定律，却可以适用于宇宙的各个角落，我们的思想能了解并控制星星的宇宙法则。但与此同时，我们也发现人类是由宇宙尘埃偶然造成的，人类只是孤单地生存在一个冷酷的、陌生的宇宙中。人类凝视着这个神秘的，瞬息万变的、无穷的宇宙，为自己的渺小感到迷惑、困扰甚至惊骇不已。蒙田和霍布斯也用不同的语言阐述了这样的观点：人的生命是寂寞的、穷困的、艰险的、野蛮的和短暂的，是偶然事件的牺牲品。^[14]

英国哲学家罗素说，人只是盲目的、无目的的自然偶然而短暂的产物，是其所作所为的一个无关的旁观者，几乎是她的领域的一个异己的入侵者。人类也无法知晓自己为何来自一无所有，又如何被卷入了无穷无尽。人在一个宇宙的目的论中没有高官厚禄可言，人的理想、希望、神秘的狂喜，不过是自己错误的热情想象的创造。在这个按照时间、空间和无意识的（虽然是永恒的）原子从力学上来加以解释的真实世界中，那些东西没有名分，也不可能应用于这个真实世界。人的地球母亲只是无限空间中的一颗尘埃，甚至在地球上，人的位置既不重要也不稳定。总之，人任凭一股盲目力量的摆布，正是这股力量不知不觉地碰巧把人抛入存在之中，但也有可能在不久之后就会不知不觉地扑灭人的小日子的蜡烛。人自己以及所珍爱的一切，都会在时间的历程中逐渐“埋葬在宇宙的废墟中”。^[15]

虽然如此，人类这自诩为万物之灵的灵长类动物，凭着天真的好奇心和对真理的渴望，驱动自己把深邃的目光投到更深、更远的宇宙。宇宙天文学向我们表明，人的身躯何等渺小，人的心智又是何等伟大，因为人的理智能够包容灿烂星辰、茫无涯际的宇宙。科学革命的发展史告诉我们，每当科学发展到一个革命的前夜，那些最伟大的科学家都会走向宗教寻求答案。当牛顿无法对他的万有引力定律中的“超距”现象进行物理解释时，他直接求助于上帝，并把证明上帝的存

在和对神学的效忠作为他最大的贡献。物理学家杨振宁曾讲道：“科学发展的终点是哲学，哲学发展的终点是宗教。”所以，每当一次次科学革命发生时，我们也看到那些最伟大的科学家们每次的“走投无路”，都是一次辉煌的开始！宗教只是提供了临时的慰藉，人们在这里歇歇脚，又会重新上路！

描写霍金的传记电影《万物理论》有这样一个情节，在一次演讲中，有位观众问霍金：“你不相信上帝，那么你的人生哲理是什么？”霍金想了一下回答：“虽然我们只是一群生活在银河系中一颗小行星上的灵长类动物，在它的外部还有几万亿个星系，然而自从文明诞生以来，人类一直渴望了解这个世界的根本规律。关于宇宙的边界条件，答案肯定非常特别，但还有什么比没有边界条件更特别的吗？人类的努力就是没有边界，我们生而不同，无论生活多么艰难，都有你能做的事，并获得成功！有生命的地方，就有希望！”

2017年11月30日，我国首颗暗物质科学卫星“悟空号”在轨运行近两年，成功获取了目前国际上精度最高的电子宇宙射线探测结果。其中的数据表明，宇宙空间中存在着“质量为1.4万亿电子伏左右的新物理粒子”。科学家推测，它可能

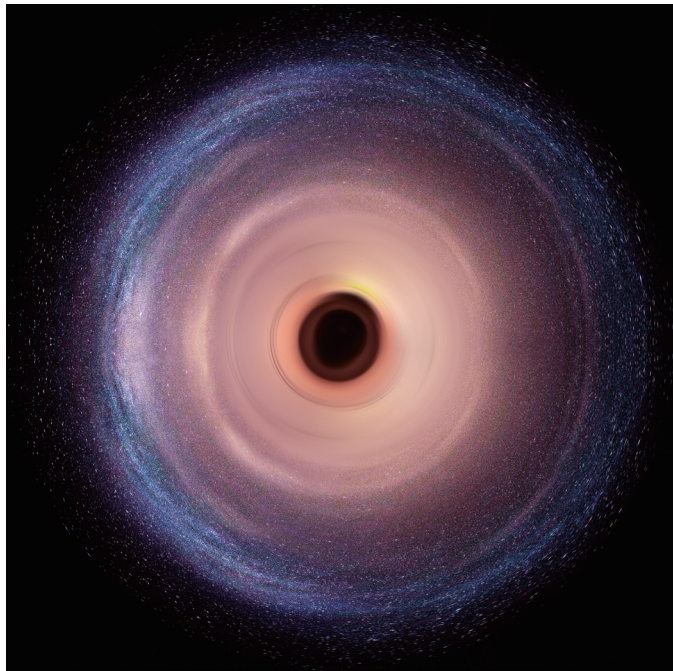


图10.14 2016年9月25日，有着“超级天眼”之称的500米口径球面射电望远镜在贵州平塘的喀斯特洼坑中落成启用，吸引了世界目光。“超级天眼”突破了射电望远镜口径的百米极限，拥有30个足球场大的接收面积，它将在未来10~20年保持世界一流设备的地位。2017年9月，国家天文台宣布“超级天眼”发现6颗脉冲星，这是中国人首次利用自己独立研制的射电望远镜发现的脉冲星。（图为像“天眼”一样的银河系艺术图）



图10.15 宇宙到底有多大？人类需要仰望星空，不断地追寻！（图为荷兰画家梵高的名画《星空》）

就是人们长期以来寻找的暗物质！宇宙到底有多大？这是人类秉承探索发现的天性不断追寻的问题。在发现未知地带的征程中，中国的科学家们不畏艰苦、不断创新，奏响探索宇宙的最新畅想曲。

参考文献

- [1] 克莱因. 数学：确定性的丧失. 李宏魁译. 长沙：湖南科学技术出版社，2002. 218
- [2] 爱因斯坦. 爱因斯坦文集（第一卷）. 许良英，李宝恒，赵中立，范岱年编译. 北京：商务印书馆，2016. 337
- [3] 帕格尔斯. 宇宙密码：作为自然语言的量子物理. 郭竹第译. 上海：上海辞书出版社，2011.

- [4] 大栗博司. 强力与弱力：破解宇宙深层的隐匿魔法. 北京：人民邮电出版社，2016. 69，48
- [5] 四种基本力. 科学世界，2016（7）：8
- [6] 江才雄. 规范与对称之美：杨振宁传. 广州：广东经济出版社，2011.77
- [7] 丘成桐，纳迪斯. 大字之形. 翁秉仁，赵学信译. 长沙：湖南科学技术出版社，2012. 145
- [8] 丘成桐，纳迪斯. 大字之形. 翁秉仁，赵学信译. 长沙：湖南科学技术出版社，2012. 2，18
- [9] 库马尔. 量子理论：爱因斯坦与玻尔关于世界本质的伟大论战. 包新周，伍义生，余瑾译. 重庆：重庆出版社，2012. 281
- [10] 克莱因. 西方文化中的数学. 张祖贵译. 上海：复旦大学出版社，2004. 376
- [11] 爱因斯坦. 爱因斯坦文集（第一卷）. 许良英，李宝恒，赵中立，范岱年编译. 北京：商务印书馆，2016. 216，220
- [12] 铃木大拙. 禅是什么. 张乔译. 海口：海南出版社，2016. 10
- [13] 爱因斯坦. 爱因斯坦文集（第一卷）. 许良英，李宝恒，赵中立，范岱年编译. 北京：商务印书馆，2016. 365
- [14] 克莱因. 数学：确定性的丧失. 李宏魁译. 长沙：湖南科学技术出版社，2002. 365
- [15] 伯特. 近代物理科学的形而上学基础. 徐向东译. 北京：北京大学出版社，2003. 10

THE

BRIEF HISTORY OF

TIME AND SPACE

结 语

《时空简史：从芝诺悖论到引力波》一书，从“时间和空间”这个总视角，回顾了人类文明史上重大的科学革命。全书通过“时空观”这一科学哲学思维范式全面审视了科学革命发生时人们对于时间和空间观念的根本性转变，探讨了这些科学革命发生时的关键思想细节。本书把“时空观”提升到哲学高度，提纲挈领地阐述了那些重大科学革命背后的哲学思考。第一作者朱伟勇教授负责全书框架，第二作者朱海松负责内容；第一作者负责内容的深入，第二作者负责内容的浅出；第一作者负责科学，第二作者负责哲学。在思考和创作本书的过程中，中国的科学和技术发展及其对世界的影响始终萦绕在我们的思绪当中。在完成本书之际，仍觉得有必要反思一下中国自17世纪以来没能参与到引领世界科学革命发展进程的深层原因。

英国哲学家弗朗西斯·培根曾这样评价中国的四大发明：“它们改变了世界的整个面貌和事物状况，可以说，没有哪一个王朝，没有哪一个宗教派别，没有哪一个伟人曾经对人类事务产生过比这些发明更大的力量 and 影响。”但是，中国历史上的技术进步只是停留在经验上而没有系统的科学理论，爱因斯坦也曾婉转地提到过。爱因斯坦在1953年致斯威策的信中说：“西方科学的发展是以两个伟大的成就为基础的，那就是希腊哲学家发明形式逻辑体系（在欧几里得几何学中），以及（在文艺复兴时期）通过系统的实验发现有可能找出因果关系。在我看来，中国的贤哲没有走上这两步，那是不用惊奇的，若是这些发现在中国全都做出来了倒是令人惊奇的。”^[1]

闻名世界的《中国科学技术史》是20世纪最杰出的西方汉学巨著，是超世纪

的佳作，作者是英国人李约瑟博士。李约瑟用他的著作架设起一座沟通中国和西方文化的桥梁。李约瑟对中国古代科学技术资料进行了规模宏大的发掘、整理，成就卓著，有目共睹。在《中国科学技术史》这部巨著中，李约瑟除了研究中国古代和中古代对科学、科学思想和技术的发展究竟做出了什么贡献以外，还进一步探讨了在公元3世纪至13世纪之间，中国为什么能保持西方望尘莫及的科学知识水平，即什么因素使得科学在中国早期社会中比西方更有效并且领先；但15世纪后为什么中国的科学落后了，为什么后来的现代科学和技术革命没发生在中国而发生在西方，为什么中国的传统科学未能引起一场科学革命，从而促成近代科学的产生；以及为什么近代科学首先会在欧洲兴起。著名的“李约瑟问题”，震撼了整个中国学术界。李约瑟博士疑惑的那段中国历史也刚好是郑和下西洋后到现在的五个世纪。“李约瑟问题”涉及很多基本概念性的问题。

在2004年的一次文化高峰论坛上，杨振宁教授从《易经》的角度谈了中国没有自然科学的这个问题。他认为，从1600年到1900年，这300年间中国拒绝了西方的科学。他总结了几点：中国的传统是入世的，不是出世的。换句话说，中国传统文化讲究“实用”，比较实际，不注重抽象的理论架构，也缺乏建立理论思维的动力。中国没有产生独立的中产阶级，而欧洲在文艺复兴以后就有了独立的中产阶级。另外一个，中国的思想传统里没有西方所谓的自然哲学（Natural Philosophy），只有道德哲学。还有一个很重要的，中国实行了很多年的科举制度和闭关锁国政策，科举制度使得许多年轻人所涉领域与近代科学没有关系。这些都是导致中国没能在自然科学方面发展的原因。中国人在观念上认为技术不重要，认为是“奇技淫巧”。中国传统里面无推演式的思维方法，从科学方法上看，只注重表面现象，虽然有演绎的萌芽，但没有严格意义下的实验和归纳法，例如只有“勾三股四弦五”，但没有 $a^2 + b^2 = c^2$ 。

杨振宁教授特别指出，1400年以后的二百年间，中国最重要的哲学家、思想家是王阳明。王阳明对于中国儒家的思想是有贡献的。今天的大学哲学系讨论中国哲学史，不得不特别讨论王阳明的思想。可是，如果问王阳明的思想对于今天中国人的思维习惯，对于世界人的思维习惯以及生活有什么影响，并与西方这200年来产生的思想家的影响作一对比，我想，没法不承认王阳明的影响是微乎其微的。^[2]

当西方正在研究牛顿的绝对时空观，讨论光速不变性原理的时候，在1600—1900年这三百年期间，就像杨振宁说的，中国的封建统治已经开始走下坡路。明末抗拒西方近代科学引入的风气比较盛行，到清代还是如此。特别是1840年鸦片战争以后，中国的封建统治已经处于风雨飘摇之中，被迫签下许多丧权辱国的条约。老百姓和当时的知识分子没有研究自然科学的环境。所以，杨振宁教授提出这是中国抗拒西方科学的三百年。在西方已经开始怀疑和动摇牛顿发明的微积分和运动定理的时候，我们对微积分还不了解。

17世纪时，在中国没有“科学”这个名词，但人们已经感觉到需要一个专有名词来代表实证观察的含义，于是选择了“格致”这个词。这是从“格物致知”中摘取出来的。“格物致知”本来是有含义的，是一种人生的修养，你要从客观事物当中的每一件事物都能看到道德意义，并不是西方科学讲的客观的观察，但有一定的观察实证的部分在里面。“Science”这个词首先是在19世纪的英国出现，后来日本人把它翻译成“科学”二字，引入中国后，迅速被中国人接受，只用了十年时间就得到普及，并取代用了近三百年的“格致”这个词。^[3]

中国引入西方科学与天主教在中国的传播密切相关。明朝末年，西方刚经历了文艺复兴，正在开启科学革命的时代，所以底气十足。耶稣会对数学知识非常重视。利玛窦入乡随俗，先做和尚，发现中国文人讨厌和尚，再做儒士，以科学为诱饵把中国引入西方天主教的势力范围。他第一次向中国人展示了世界地图，使中国人认识到中国并不是居中的，让中国人第一次真正了解到地球是圆的！这对于改变中国人的世界观非常重要。另外，他向中国人介绍了《几何原本》。《几何原本》是公理体系的基础，由徐光启翻译。由于中国的天文历法有漏洞，自己改制失败，朝廷请传教士帮助修改天文历法。西方传教士抓住这个机会接触中国最高层，从而影响中国人的思想。中国的一些儒士认为西方的天文历法可能是实现儒家理想的一个工具，儒家梦想按照天时、天命、天道安排所有的人事。历法是提示天时天道的。西方天文学进入中国的官方体系里，得到最高层的认可。但实际上，有人提出借用西方天文学知识改革中国历法时，就有人提出反对。中国天文的仪器系统采用的是西方的，主要是第谷的体系。康熙皇帝为了解决中西之争，提出“西学中源”之说，是说西方的历法和数学是从中国人这边传过去的。他希望借此消除中西天文历法之争，满足国人的文化自尊心。

明朝末年，著名的传教士利玛窦曾以亲身经历对中国人尤其是士大夫的心态做过如下描述：“中国人不知道地球的大小而又夜郎自大，所以他们认为所有各国中只有中国值得称羨。就国家的伟大、政治制度和学术名气而论，他们不仅把所有别的民族都看成野蛮人，而且看成没有理性的动物。在他们看来，世上没有其他地方的国王、朝代或者文化是值得夸耀的。”^[3]他在1584年9月13日从广东肇庆发出的一封用西班牙文书写的信中说：“中国人非常博学。医学、自然科学、数学、天文学都十分精通，以不同于我们西方人的方法正确地计算日食、月食。”但是，当他久居中国之后，就看出了中国在自然科学方面与当时的欧洲之间的差距。1600年左右，他在南京得意地表示，自己已经“用对中国人来说极新奇的欧洲科学知识震惊了整个中国哲学界”。与利玛窦同时的另一些耶稣会教士也看出了类似的问题。例如，西班牙籍耶稣会教士庞迪伽在给上级的报告中就写道：“他们不知道，也不学习任何科学，也不学习数学和哲学。除修辞学以外，他们没有任何真正的科学知识。”18世纪，法国著名的耶稣会教士巴多明，是个音乐家，也懂天文和数学。他在一封信里正式地提出了这个问题，就是中国科学传统为什么会落后于西方。

明代学者大多鄙视具体事实，这一趋势在明中叶盛行于朝野的“心学”中得到更进一步的发展。“心学”创始人王阳明认为，知识的追求对道德的完善并不起促进作用，相反，对知识的追求，反而会使“人欲更滋”，造成“才力愈多而天理愈蔽”的负面效果。在这样的政治和学术氛围中，数学自然很难得到学者们的重视。^[4]在18世纪时，西方传教士正式向中国人介绍了哥白尼的日心说和开普勒的三大定律，但这时的中国学者却已对西方知识的兴趣到了尽头。明清时期西方科学的传入，使中国的科学发展有了很大的改观，特别是数学、天文学和音律学等方面。由于对于西方科学的引进是围绕着传统的实用需求来做的，所以没有使中国走上西方科学革命的道路，即传统思维下的西方科学仍是传统的。

康熙期间，传教士已把西方的符号代数介绍到皇宫里，给康熙做过一个讲稿，包括西方实验哲学、机械论思想等都介绍进来了。可是，这些东西无论康熙还是乾隆都不感兴趣，认为离实用太远。皇宫外面也没什么人知道。对于新知识的接纳是非常有限的，只是限于实用的内容。在实用取向的态度下，中国就没有西方自古希腊到近代一直有的那种把对自然规律探讨作为最高目标的一种科学。微积

分的创始人之一莱布尼茨曾向康熙皇帝建议成立中国的科学院，也没有被采纳。

中国人在哲学方面的兴趣集中在道德价值方面。中国人认为人是宇宙的中心。人与人之间的关系应是哲学家首先考虑的对象。君君、臣臣、父父、子子等是中国人最关注的，中国人这种对伦理问题的重视，往往使西方人认为中国人思想太实际、太世俗。当时中国人总体的认识是，只求其然，不求其所以然。这从当时的高级学者阮元对法国传教士蒋友仁的评论可以看出来。他说西方传教士向中国介绍科学总是变来变去，一会儿说是第谷的模型，天体是按照第谷体系运动的，后来又引进椭圆的轨道理论，后来又说世界的中心不是地球，而是太阳。阮元认为日心地动说本身是离经叛道的，当时中国的有识之士也是这么认为的！另一方面，他从西方天文学的这种前后不一，最初从均速圆周运动，到后来的椭圆轨道理论，再到后来说世界的中心不是地球而是太阳，从这样一个事实说明西方所谓的既要言其当然，又要言其所以然，这套研究纲领是根本不可取的。他最后得出结论，我们最好还是回到中国传统的天文历法那套方式：只求其然，不求其所以然。这样可以保证自己终古无弊，不会有什么毛病，不会犯错。现在来看，这根本不是科学精神。科学恰恰允许你犯错。在犯错的过程中，对错误理论的否定中，不断地找到接近真理的认识。从这个意义上讲，明清时期西学的第一次大规模传入，并没有从根本上实现所谓中国的科学现代化或者近代化。^[5]

刘青峰在《让科学的光芒照亮自己：近代科学为什么没有在中国产生》一书中总结，中国古代科学家搞理论的模式是“直观外推”的，也就是说用直观能理解的事物来推理自然界其他现象。这样的理论结构必然导致两个结果：其一是坚持直观性。这固然保卫了科学中朴素的唯物论倾向，但大量现象并不能用直观外推来解释，坚持直观，就会在理论上削足适履。其二导致天人感应的神秘主义，认为“天道渊渊，人不可知”，或者用思辨的天人感应来附会自然现象。如果一旦碰到直观外推无效的未知领域，就用不可证伪的思辨来做出自圆其说的说明。一旦越出直观外推所能把握的范围，中国科学家往往就把理论搞得模模糊糊。我们常常借助于由直观抽象出来的模糊概念来思辨地解释。最常见的就是中国的阴阳概念，阴和阳就是从日常生活中直观抽象出来的，比如冷和热、黑夜和白天、月亮和太阳等。人们可以从阴阳这对概念中找到任何现象的似是而非的解释。^[6]这样，对于直观所能理解的事，就并不需要实验来证明，它只要经验证明。而直观

外推不能理解的现象，实验又不能证明什么。这就造成了中国古代科学家对实验的奇怪态度：在直观外推能把握的范围内，把它等同于经验；而在直观外推不能把握的范围，又陷于神秘主义。经验和神秘主义两种极端形式，就是中国古代缺乏明确科学理论指导的实验结构。

2017年03月28日，丘成桐先生在《人民日报》发表《基础科学研究需要哲学滋养》一文，文中这样写道：“就中国来说，魏晋南北朝时期，中国的基础科学研究达到很高水平，也产生了相当出色的基础科学家。刘徽作《九章算术注》、祖冲之父子计算圆周率和球体积、《孙子算经》的剩余定理等，都是杰出的数学成就。但受传统哲学思想的影响，中国人对‘定量’的重视程度不够，影响了这些方面的进一步探究。”“中国的哲学家对大自然有兴趣的有名家和道家，但他们对自然科学本身的贡献比不上古希腊学者。他们没有系统地发展三段论证的方法，推理不够严谨，又不愿意系统化地研究一般性的原则。魏晋南北朝时，产生了出色的基础科学家。但是，隋唐虽称盛世，基础科学反不若东汉到南北朝这段时间，可能与科举取士有关。但是，我想中国基础科学不如西方，不是单单科举取士扼杀创意，就可以解释过去。这个问题和中国人的哲学思想有极大的关系。”“西方哲学家追求的是穷理致知，中国哲学家却顶多做到格物致知。基础科学的精神在于穷理，中国一般学者不讲究这一套。受到儒家哲学的影响，中国人对定量的看法并不重视，往往愿意接受模棱两可的说法。一个例子是中国的诗词有很多极为隐晦的语句，但是却富有意境！中国人在算命时，答案往往有不同的解释。但是，当测量师、木工、建筑师、雕塑家、音乐家得到精细的数字时，我们的学者对这些数字却没有兴趣去做深入的研究。从这点上，就可以看到中国学者对科学的态度和西方不一样。中国人对于和政治德行无关的学问，都不觉得重要。”

丘成桐教授曾在《数学史与数学教育》一文中写道：“纵观中国数学发展，基本上尊崇儒家‘学以致用’的想法，对应用科学背后的基本规律研究兴趣并不大，反而从庄子、墨子和名家的著作中，可以看到比较抽象和无穷逼近法的观念。”公孙龙说：“一尺之棰，日取其半，万世不竭。”但是，这种观念在实际运算上没有表现出来，到刘徽和祖冲之才用这种方法来计算圆周率。《九章算术》的写作是用例子来解释数学，读者没有办法知道这些例子有多广泛，更不知道它们的证明。模棱两可的态度可说是中国科学的弊病。“在某种意义上，中国古代数学的

主要活动始终停留在实验科学的层次，中国数学家对证明定理的兴趣不大。我们的文化建立在人治的观点上，以家庭、宗族为出发点，大概没有考虑过一切复杂的数学现象可以用几条简单的显而易见的公理来推导，这与希腊数学家的态度有显著的不同。”

文学艺术和自然科学，在文艺复兴之前，都是不分的。我们一般的思维都是在二维平面上，这是传统的时空观带来的。二维的时空观影响我们深入了解宇宙，深入了解我们周围的自然，影响了科学艺术的发展。所以，当时牛顿提出三维的绝对空间和单独的一维绝对时间是一次人类思想上的巨大进步。中国当时的士大夫和知识分子基本上是不接受这些东西的。所以，杨振宁教授提出那时的中国是抗拒西方思想的，这是很有道理的。

中国人在哲学上最大的兴趣是对心灵的控制，最有代表性的是中国的禅宗。禅宗经过儒家消化吸收后被改造成了新儒学，周敦颐的无欲、朱熹的致知和专心、王阳明的知行合一，这些便是达到真理标准的三条主流道路。当然，正如冯友兰说的那样，“如果人类将来日益聪明，想到他们需要内心的和平和幸福，它们就会转过来注意中国的智慧，而且必有所得，如果他们将来并不这样想，中国人四千年的心力也会白费。这种失败的本身会警告我们的子孙不要在人心的荒原上再寻找什么了”。这段话无疑是发人深省的。

张岱年先生曾指出过一点：“中国哲学只重生活上的实证，或内心之神秘的冥证，而不注重逻辑的论证。体验之久，忽有所悟，以前许多疑难涣然消释，日常的经验乃得到贯通，如此即有所得。中国思想家的习惯，即直接将此悟所得写出，而不更仔细证明之。”由此可见，与讲究分析、注重普遍、偏于抽象的西方传统思维方式不同，中国的直觉思维更着重于从特殊、具体的直观领域中去把握真理，它超越概念和逻辑，是一种创造性思维，显示出中国人在思维过程中活泼不滞、长于悟性的高度智慧。^[7]

一直到现在，我们很少将空间和时间结合在一起来谈，往往认为它是一个哲学问题，而哲学问题在结合物理和数学等自然科学方面又不紧密，到现在还处于脱钩状态。我们感到的确要像爱因斯坦提出的那样，要把空间和时间的问题提高到一个很高的科学思维的认识上。它不仅对自然科学的发展、对认识论和思维发展有重要的意义，而且对科学和艺术的发展，对社会的进步也有重大的意义。恩

格斯说：“一个民族要想站在科学的最高峰，就一刻也不能没有理论思维。”

2016年，苏州大学哲学系的周可真教授在《哲学对科学究竟有没有指导作用？》一文中写道：“中国科学之所以至今仍然落后于西方，中国科学界从未出现过一位足以称得上科学大师的科学家，其直接原因就在于，中国科学界长期以来一直轻视或忽视对既有科学知识进行抽象与概括，而哲学界则由于人员绝大多数出身于文科而缺乏科学的基本素养，不具备对既有科学知识进行抽象与概括的主观条件，由此导致科学与哲学从来缺乏紧密的互动，实际上长期处于‘不结盟’和‘各自为战’的状态。”

“这种脱离科学的哲学当然对科学没有积极的指导作用——如果说现在中国哲学界的哲学对于科学还有某种积极意义的话，那么，这仅仅是因为被它所继承的历史上的哲学（如马克思和恩格斯的哲学）本来就包含着一些可靠的、具有普适性的原则（如实事求是的辩证唯物主义原则）。但是，除了这类哲学史上固有的知识内容，它自身并没有对哲学发展做出什么新贡献，从来不曾像马克思和恩格斯那样热切关注科学发展并及时概括和总结科学新成果，而是既不关心也无能力概括和总结现代科学新成果。这也是局外人对中国哲学界的哲学普遍抱有鄙视态度的现实根据。”^[8]

丘成桐先生在《基础科学研究需要哲学滋养》一文中提道：“基础科学发展又与哲学有着密切关系。基础科学是研究所有和宇宙中物理现象有关问题的学问，必须对大自然有一个宏观的看法，因此需要哲学思想作为支撑。这一哲学思想应有助于人类了解大自然并懂得如何与大自然和谐相处。”

丘成桐在《科学与历史——中国基础科学发展》一文中写道：“哲学是统摄这些学问的根源，基础科学需要哲学的帮助，才能不断创新前进。中国和古希腊大约都在公元前6世纪开始哲学研究，但由于种种不同的历史原因，中国在西方文艺复兴后，大幅落后于西方。这个问题需要从最基本的哲学观点来解决，始能够解决我国科学工作者对于科学的基本态度，才能更深入了解基础科学的价值观念。”^[9]

2012年，中国著名作家莫言获得诺贝尔文学奖。2015年，中国著名药学家屠呦呦获得诺贝尔医学奖。她成为首位获得科学类诺贝尔奖的中国籍科学家。

诺贝尔奖是世界范围内的最高科学奖，自1901年开始颁发，已经有一百多年历史了。从自然科学诺贝尔奖中，先后发展出上千万的高新技术与产业。由此可

见，诺贝尔奖体现了人类认识自然的原始创造力。可以说，诺贝尔奖把握了高新技术与产业发展的脉搏。诺贝尔奖作为世界上最著名的学术奖项，它代表了世界对科学进步的肯定。自诺贝尔奖诞生的一百多年间，美国、英国、德国三个国家占了全世界诺贝尔奖获得者总数的70%以上。在2015年之前的诺贝尔自然科学奖中，有8位华裔获得者，他们是理论物理学家杨振宁、李政道，实验物理学家丁肇中、朱棣文、崔琦，化学家李远哲、钱永健，“光纤之父”高锟。

杨振宁、李政道因发现“宇称不守恒定律”而荣获1957年诺贝尔物理学奖。丁肇中因发现基本粒子J而于1976年获奖，有评论说，这是新粒子领域中最伟大的发现之一。李远哲因分子反应动力学方面的研究而获得1986年诺贝尔化学奖。他创造性地发展了一种通用型的交叉分子束实验技术，从而使分子反应动力学研究第一次有可能深入到从反应物到产物全过程的最大态层次。朱棣文最早发明出一套利用激光冷却并捕捉原子的方法，这项成就可以使科学家在前人无法达到的领域内操控物质，他因而荣获1998年诺贝尔物理学奖。崔琦发现量子在强磁场及极低温下产生新量子流体，他将电流在磁场中的量子现象引入新的领域而荣获1998年诺贝尔物理学奖。美国华裔科学家钱永健因在研究绿色荧光蛋白方面有突出成就获得了2008年诺贝尔化学奖。2009年诺贝尔物理学奖授予了“光纤之父”高锟，获奖理由是“光通信用纤维中的光传输方面的开创性成就”。然而，这些获奖的华人科学家中，没有一位是属于中国大陆科研机构，对占世界总人口近四分之一的东方文明古国来说，不能不说是一个遗憾。直到2015年，这个尴尬的局面才被中国药学家屠呦呦打破。

再看看中国的邻居日本。2016年度的诺贝尔生理学或医学奖被日本科学家大隅良典获得。大隅良典是2000—2016年的17个年度里，第17位获得诺贝尔奖的日本人，而且这17个奖项全部是自然科学奖。至此，日本已经有25人获得过诺贝尔奖，其中22个为自然科学奖。进入21世纪以来，日本获得自然科学奖的人数，超过了德国、英国、法国，成为仅次于美国的第二大“诺奖大户”。

是什么原因造就了日本的科技成就？首先是政策重视。早在1995年，日本国会就通过了《科学技术基本法》，试图通过这些战略举措，将日本建设成为能够创造知识和运用知识、为世界做出贡献、有国际竞争力和持续发展能力的国家。2001年3月，日本在第二基本计划（2001—2005）里明确提出“50年拿30个诺贝尔

奖”的目标，这个目标到2016年已经完成了超过一半！2016年1月22日，日本政府又审议通过了《第五期科学技术基本计划（2016—2020）》。该计划提出，未来10年把日本建成“世界上最适宜创新的国家”。其次，是日本令人敬佩的“工匠精神”。所谓“工匠精神”，就是一辈子只做一件事，而且不仅要把这件事做好，还要做到极致！

知耻而后勇。当今中国的科学技术发展日新月异，世界最大的射电望远镜已在贵州完工，世界首颗量子卫星也已升空。中国还在考虑更加宏伟的项目，比如世界最大的粒子对撞机以及载人火星探测工程等。中国拥有崭新的科研设施与全球最庞大的科研队伍，正在科学领域开拓自己的天地。一些领域的中国科学家已经超越了海外同行，但也有科学家认为，中国在基础研究方面与发达国家还有一定的差距，还没有成为科研强国。未来30年是中国科技发展的一个关键期，我们的目标是要从追赶成为国际领先，至少在部分领域要这样。2016年5月，全国科技创新大会在北京召开，国家领导提出发展目标：到2020年，中国进入创新型国家行列；到2030年，中国进入创新型国家前列；在新中国成立100年时，成为世界科技强国。这就需要发起一批标志性的科学工程，获得一批重大科学成果，同时不缺席国际上的其他重大科学项目，共享其重大科学成果。

在过去的100年中，世界经历了前所未有的变化。其原因并不在于政治，也不在于经济，而在于科学技术，直接源于先进的基础科学研究的科学技术。很长一段时间中国社会几乎一切都从经济角度进行评价，基础研究很难得到支持。如果不能很快做出实际结果，基础研究项目较难得到持续的支持。只有应用研究才能得到支持的单一观点将导致出色的科学家越来越少。杨振宁在崔琦获得1998年诺贝尔物理学奖后指出：在古代，有许多重要的发明起源于中国，但此后的几百年中国落后了。今天，中国已加入国际科技竞赛。那么，21世纪又会怎样呢？杨振宁认为，对21世纪的中国科技发展起决定性作用的因素将由四个社会特征决定：一是才干，中国拥有千百万极聪明的青年，如能获得适当的机会，他们都会在科技领域中崭露头角。二是纪律，中国拥有儒家文化的特征，将继续培养出一代又一代勤奋而有纪律的青年。三是决心，儒家文化保守的一面虽然是中国近三个世纪中抗拒吸收西方科学思想的最大障碍，但今天已有非常大的改观，取而代之的将是对科技重要性的全民共识。四是经济支撑，自1978年起，中国经济迅猛发

展，每年都有超过8%的增长。

2017年11月，我国首颗暗物质科学卫星“悟空号”成功获取了目前国际上精度最高的电子宇宙射线探测结果。宇宙中暗物质的面纱，有可能由中国人首先揭开。中国科学院院长白春礼在评论这一成果时说：“也许在人类科学发展的历史上，大家会记住今天，因为中国科学家已经从自然科学前沿重大发现和理论的学习者、继承者、围观者，逐渐走到了舞台中央。”“中国科学院、中国科学家长期以来在基础科学前沿的投入和付出终于有了突破。”^[10] 2017年12月18日，美国《大众科学》月刊网站刊载题为《中国2050年前可能成为一个主要太空强国》的文章称，中国一直在制订一些雄心勃勃的太空计划，这些计划将分阶段实施，并得到了大量的资金支持。中国日程表上的计划有：研制可重复使用的太空运输工具、核动力空间穿梭机，以及机器人月球基地。中国人登陆月球的日子也不远了。中国必将在21世纪成为世界工业强国之一，同时也将成为世界级科技强国。中华民族的伟大复兴之路正在奋勇向前。

参考文献

- [1] 爱因斯坦. 爱因斯坦文集(第一卷). 许良英, 李宝恒, 赵中立, 范岱年编译. 北京: 商务印书馆, 2016. 772
- [2] 叶宝生主编. 科学之美. 北京: 中国青年出版社, 2002. 48
- [3] 钱伟量. 科学究竟是什么(第一讲): 科学与非科学. 网易公开课
- [4] 田淼. 中国数学的西化历程. 济南: 山东教育出版社, 2005. 3
- [5] 石云里. 天学与儒学: 中西科学的首次碰撞. 网易公开课
- [6] 刘青峰. 让科学的光芒照亮自己: 近代科学为什么没有在中国产生. 北京: 新星出版社, 2006. 228
- [7] 张应杭, 蔡海榕主编. 中国传统文化概论. 上海: 上海人民出版社, 2013. 10, 72, 19
- [8] 周可真: 哲学对科学究竟有没有指导作用?
http://www.hitech.ac.cn/gd/201607/t20160725_343505.htm#jtss-tsina
- [9] 基础科学研究需要哲学滋养. 人民日报
<http://theory.people.com.cn/n1/2017/0328/c40531-29172991.html>
- [10] 中科院院长: 中国人正走向科学发现的舞台中央
<http://tech.sina.com.cn/d/s/2017-11-30/doc-ifypceiq8216222.shtml?cre=tianyi&mod=pnews&loc=12&r=0&doct=0&rfunc=98&tj=none&tr=0>

THE

BRIEF HISTORY OF

TIME AND SPACE

写在后面的话

科学的发展与科学家们的创造，并不是我们以为的那样按部就班，而是充满了不确定性、偶然性和神秘性。在科学创造发明过程中，科学家们创新的特点，我想总结为“背、猜、凑”三字诀。“背”就是要熟悉掌握前人已经证明的公式、公理和证明，这样在科学创造过程中可以信手拈来，得心应手。“猜”就是要敢于想象，最明显的例子是爱因斯坦的思想实验，通过大胆地想象，构造全新的科学图景。“凑”就是要敢于去进行创意组合，量子力学创始人普朗克就是把几个数学公式凑来凑去，开创了量子时代。“背、猜、凑”只是方法，更重要的是思维范式，也就是时空观。

本书的主要内容是本人近三十年来在东北大学信息工程学院“计算机科学理论”（后改为“计算机软件与理论”）博士点中，在“混沌、分形和小波理论与应用”研究方向的博士研究生讨论班上的讲稿和发言，经过整理、修改和补充而写成的。

我们希望有志于科学研究与发现的青年人应全面了解20世纪数学和物理学家的智慧结晶。可是，由于某种原因，这些观念没能极早地在我们的教育体系中有目的、有计划地传播，在我们工程学科当中往往只有使用数学较多的专业理工科大学生才可以接触到，而在其他理工科专业被认为是专业教科书以外的内容，并使之成为一种高不可攀的高度抽象的空间理论。事实上，可以把这些空间理论、这些近代的数学概念结合几何和物理的基本思想和直觉，包括时空理论的演变过程和时空过程的变换系统，不断地向学生宣讲讨论，让他们极早地在大学时代就理解，这是提高学生素质的重要手段。而我们过去往往设置很多障碍和禁区，认

为这些知识必须是纯数学专业，学过抽象数学空间的人，或者学过测度论，学过拓扑学，学过黎曼积分、勒贝克积分这些纯理论以后，或者经过严格的数学训练以后才能学习，结果就使这些非常有意义的近代科学思维和工具以及方法，没能在工科大学当中进行全面细致的推广和普及，这是提高我们大学生、硕士生、博士生的数学修养，提高科学思维具有原始创造力素质的一个巨大缺陷和障碍。

在东北大学计算机软件和理论博士点，作者培养的十多位博士，大多数是工学院毕业的学生。我们尝试把这些近代数学的概念，深入浅出地灌输给他们，提高他们思维的想象力、对科学的兴趣，提高他们的原始创造力。作者的博士研究生主要来自如下几个专业领域，一般是学数学的，但也不是纯学数学的，有的是学计算机的，还有的是一般工程专业的。他们往往在近代数学概念上基本上是空白的，即使学习过也是从定义到定义，从定理到定理，都是偏重推导，对于这些反映客观世界的重大的近代数学的时空观念，很难上升到物理空间。在一个研究范围里面自己创造某种时空观，这几乎是空白！因此，虽然有的人是学数学专业的，并且毕业自名校，数学的推导基本功很熟练，但由于对这些基本思想没有掌握，很难有原创力的思想。

他们往往被过去的数学推导思想所束缚，变得思维僵化。凡研究以推导为出发点，以形式逻辑证明正确为最终目标，并心安理得和沾沾自喜，面对很多事物根据直觉做出判断，或者是用嗅觉把新观念纳入一个新空间。他们往往胆子很小，过度崇尚权威，几乎不敢越雷池一步。

把这些近代科学思想向学生们灌输，开始他们很不习惯。讲时空的来龙去脉、时空结构的一些本质，虽然数学推导不是很多，但只要把本质理解了，对于新的实际问题往往就会敢于研究，敢于下手。学生们知道了时空的物理意义、它的本质、它的思想来源，就提高了他们的勇气，提高了他们观察问题的敏锐性，使他们善于把新的问题大胆用计算机进行模拟，这叫唯象实验。在模拟过程中，产生了很多新的计算方法。在这个过程中，发现了很多新的现象，我们把这些新的现象归类，进行适当的分析，然后进行猜想；在猜想的基础上，用数学归纳的办法来进行考虑，再纳入新的时空观念；借用近代数学当中的空间理论，进行适当的改造，再进行理论的推导和证明。我们开始做的工作比理论证明差一步，但又比纯粹的计算有所提高。如果我们真的发现了意想不到的规律和现象，就集中

精力分析，进行数学推导，往往可能产生一些新的想法。这就是我们要反复强调为什么要把人类对空间和时间的认识以及时空的观念作为一条思想主线来进行研究和分析的原因。

由于我们知识结构不全面，认识水平的片面性和局限性，错误在所难免，敬请广大读者批评指正。

朱伟勇

2018年6月